

MAT146 - Cálculo I - FEA, Economia - 2012

3ª Lista de Exercícios

1. (3 pontos) Calcule os seguintes limites, caso existam. Explique que regras do limite estão sendo usadas. Se o limite não existir, que problema ocorre?

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin 2x)}{x}$
c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 3x + 2)}{x - 1}$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$

2. (1 ponto) A resolução abaixo está incorreta. Assinale o erro e calcule (corretamente) o limite:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)} - x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \underbrace{\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1 \right)}_{\rightarrow 0} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot 0) = 0. \end{aligned}$$

3. (1 ponto) (ANPEC 2010) Considere a função f definida por

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

- a) Quais são as assíntotas verticais de f ? b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
4. (2 pontos) Determine o conjunto dos pontos de seu domínio em que a função f é contínua. Justifique.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & \text{se } x \neq 3, \\ 1, & \text{se } x = 3 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & \text{se } x \neq 3, \\ 2, & \text{se } x = 3 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & \text{se } x \neq 1, \\ 0, & \text{se } x = 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \frac{1 + (-1)^{\lfloor x \rfloor}}{2} \sin(\pi x)$, onde $\lfloor x \rfloor$ denota o *maior inteiro* de x ,
definido por $\lfloor x \rfloor = \max \{n \in \mathbb{Z} : n \leq x\}$.

5. (2 pontos) (ANPEC 2008) Para cada subconjunto $A \subset \mathbb{R}$, a função característica χ_A é definida por $\chi_A(x) = 1$, se $x \in A$, $\chi_A(x) = 0$, se $x \notin A$. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 \chi_{(\mathbb{R} - \mathbb{Q})}(x),$$

em que $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ é o conjunto dos números racionais.

Pergunta-se: f é contínua em 0?

Sugestão: Use a Regra do confronto (ou do sanduíche).

6. (1 ponto) Sejam f e g funções definidas por:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{se } |x| > 1. \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & \text{se } |x| \leq 2, \\ 2, & \text{se } |x| > 2. \end{cases}$$

Encontre uma fórmula (ou fórmulas) que nos diz qual é a função composta $f \circ g(x)$. Para que valores de x a composta é contínua?