

# MAT146 - Cálculo I - FEA, Economia - 2012

## 4ª Lista de Exercícios

- (2 pontos) Seja  $f$  uma função que é contínua no intervalo fechado  $[a, b]$ . Suponha que  $f(a) \leq a$  e  $f(b) \geq b$ . Prove que  $f$  tem um ponto fixo em  $[a, b]$
- (1 ponto) Mostre que se  $f$  é contínua em um intervalo fechado  $[a, b]$ , então  $f([a, b])$  (isto é, a imagem de  $[a, b]$  por  $f$ ) é um intervalo fechado.
- (1,5 pontos) Mostre que a reta  $y = -x$  é tangente à curva  $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ . Encontre o ponto de tangência.
- (2 pontos) Encontre  $f'(0)$  se

$$f(x) = \begin{cases} g(x) \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

e

$$g(0) = g'(0) = 0$$

*Observação:  $f'(0)$  existe!*

- (1,5 pontos) Duas funções  $f$  e  $g$  tem primeiras e segundas derivadas em 0 e satisfazem as relações

$$f(0) = 2/g(0), \quad f'(0) = 2g'(0) = 4g(0), \quad g''(0) = 5f''(0) = 6f(0) = 3$$

- Seja  $h(x) = f(x)/g(x)$ ; calcule  $h'(0)$
- Seja  $k(x) = f(x)g(x) \operatorname{sen}(x)$ ; calcule  $k'(0)$
- Calcule o limite de  $g'(x)/f'(x)$  quando  $x \rightarrow 0$ .

- (1,5 pontos) Uma função  $f$  é definida como segue:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|}, & \text{se } |x| > c, \\ ax + b, & \text{se } |x| \leq c \end{cases}$$

Encontre valores de  $a$  e de  $b$  (em termos de  $c$ ) tais que  $f'(c)$  existe.

- (2,5 pontos) Calcule  $f'(x)$  para as funções  $f$  abaixo. Explique que regras estão sendo usadas.

1)  $f(x) = \frac{4x - x^4}{x^3 + 2}$

2)  $f(x) = \frac{\sqrt{x} + \sec x}{x^3 + 3x^2}$

13)  $f(x) = \frac{x^2}{\operatorname{sen} x \cos x}$

15)  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{\operatorname{sen} x + \cos x}$

16)  $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 - \sqrt[3]{x^2}}$