

MAT146 - Cálculo I - FEA, Economia - 2012

7ª Lista de Exercícios

1. a)(0,5)(ANPEC-2011)

Seja $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua, tal que $(2x - \pi)h(x) = 1 - \sin(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Então quanto vale $h(\frac{\pi}{2})$?

- b)(1,0)(ANPEC-2012) Se $a \geq 0$ e $b \geq 0$, então mostre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = \max(a, b)$.

Observação: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (a^x + b^x)^{\frac{1}{x}}$

2. (3 pontos) Calcule os seguintes limites, caso existam.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{2}{x^2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(|\sin(x)|)}{\ln(|\sin(2x)|)}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(a + be^x)}{\sqrt{a + bx^2}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\tan(\frac{\pi x}{2})}$

3. (1 ponto) (ANPEC-2011-Microeconomia) Uma firma possui duas plantas com funções custos distintas. A planta 1 apresenta a seguinte função custo total: $C_1(y_1) = \frac{y_1^2}{2}$. A planta 2 apresenta a seguinte função custo total: $C_2(y_2) = y_2$. Calcule o custo total que o produtor proprietário dessas duas plantas irá incorrer se decidir produzir 1,5 unidades.

4. Seja $q = f(p)$ uma função de demanda definida no intervalo $[0, a]$, dado $a > 0$. Suponha que f seja não-negativa, estritamente decrescente, duas vezes derivável, e que $f(a) = 0$. Seja $R : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ a função faturamento correspondente, i.e. dada por $R(p) = p f(p)$, e suponha $R'' < 0$ em $[0, a]$.

a) Aplique o teorema do valor intermediário para concluir que R tem um único ponto crítico x_0 em $[0, a]$.

b) Mostre que o ponto crítico x_0 da função faturamento é um ponto de máximo global e que neste ponto a elasticidade da demanda:

$$E(p) = -\frac{p f'(p)}{f(p)}$$

é igual a 1.

c) Suponha que f seja linear, i.e. da forma $f(p) = B - Ap$, onde A e B são constantes reais tais que valem as hipóteses sobre f feitas no enunciado da questão. Encontre o ponto crítico x_0 da função faturamento para esta função de demanda, em função de A e B .

5. Esboce o gráfico das funções abaixo:

a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$

c) $f(x) = \left(3 - \frac{6}{x}\right)e^{2/x}$