Estimação da média populacional μ

MÉTODO ESTATÍSTICO

Análise Descritiva	Teoria das Probabilidades	Inferência
↓	↓	↓
"Os dados efetivamente observados parecem mostrar que ..."	**"Se a distribuição dos dados seguir uma certa Lei, é esperado ..."**	**Ajuste de um modelo abstrato aos dados de uma amostra**
?	**?**	↓
		Estimação **Testes de hipóteses**

Estudamos algumas distribuições teóricas de probabilidade: distribuição *binomial* e *normal*.

Probabilidade $\Rightarrow$ os parâmetros da distribuição são conhecidos $\Rightarrow$ calculamos probabilidades

Inferência $\Rightarrow$ os valores desses parâmetros são desconhecidos $\Rightarrow$ queremos estimá-los.

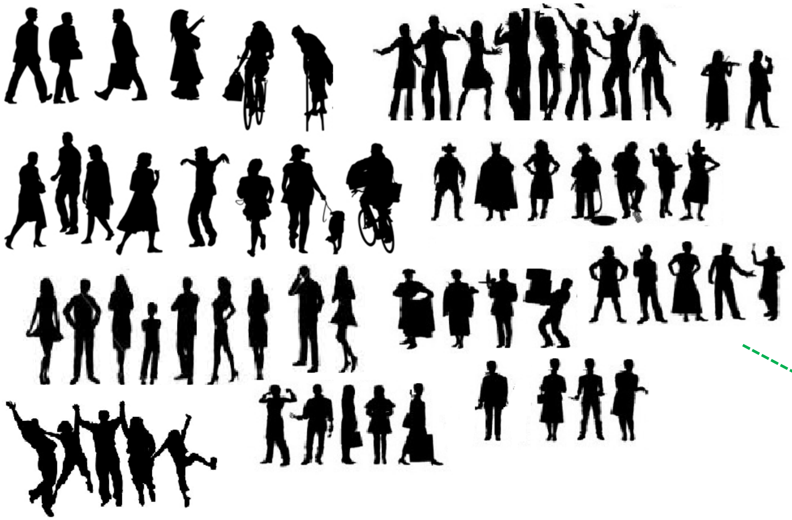
***Parâmetro*:** quantidade desconhecida de uma característica **da população** e sobre a qual temos interesse.

Exemplos: μ - *média da característica da população*:

$\boldsymbol{\mu}$: taxa média de glicose de mulheres com idade superior a 60 anos, em certa localidade;

p – *proporção de "indivíduos" em uma população com determinada característica.*

$\boldsymbol{p}$: proporção de pacientes com menos de 40 anos diagnosticados com câncer nos pulmões.



X - variável de interesse : ***Renda***

Vamos observar $\boldsymbol{n}$ elementos, extraídos ao acaso da população, de forma independente;

Amostra

João

Para cada elemento selecionado, observamos o valor da variável $\boldsymbol{X}$ de interesse.

Obtemos, então, uma **amostra aleatória** ($a.a.$) de tamanho n de X, que representamos por

$$X_1, X_2, \ldots, X_n,$$

sendo X_i a variável de interesse para o i-ésimo individuo da amostra.

Uma vez selecionada a amostra saberemos a renda de ***João*** **(x_1)**

***Estimador*:** função dos elementos da amostra, construída com a finalidade de representar, ou estimar, um parâmetro da característica de interesse X na população.

$\rightarrow$ **Estimador** (ou estatística) $\Rightarrow \boldsymbol{f\,(X_1, X_2, \ldots, X_n)}$.

Ex.: $\bar{X}$: média amostral (estimador da média μ da característica X da população).

$\hat{p}$: proporção amostral (estimador da proporção p populacional).

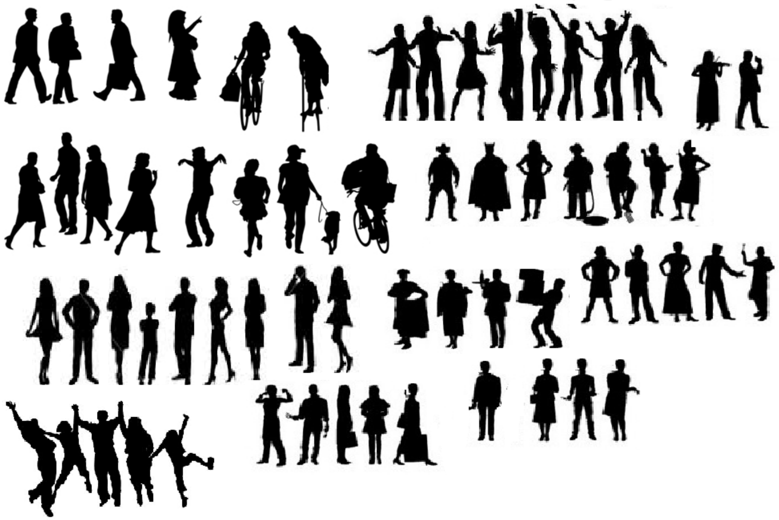
***Estimativa*:** valor numérico assumido pelo estimador, para a amostra selecionada.

Ex.: $\bar{x}$ é o valor de $\bar{X}$ para a amostra observada.

Os estimadores $\bar{X}$ (**média amostral**) e $\hat{p}$ (**proporção amostral**) são intuitivos e têm boas propriedades.

Estimadores são funções de variáveis aleatórias e, portanto, eles também são variáveis aleatórias.

Consequentemente, têm uma distribuição de probabilidades, denominada ***distribuição amostral do estimador.***



X - variável de interesse: ***Renda***

Por exemplo, obter a distribuição amostral da Média

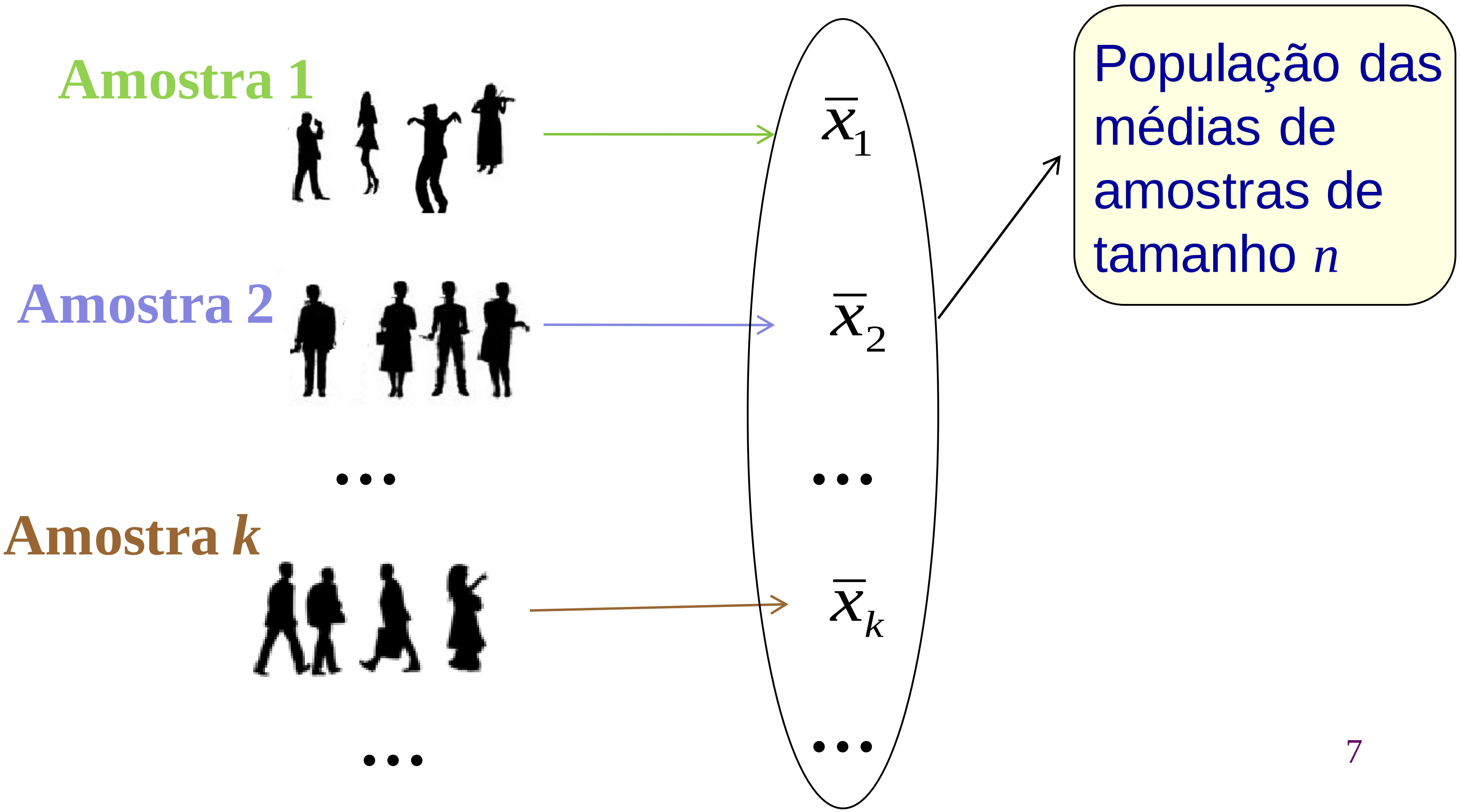
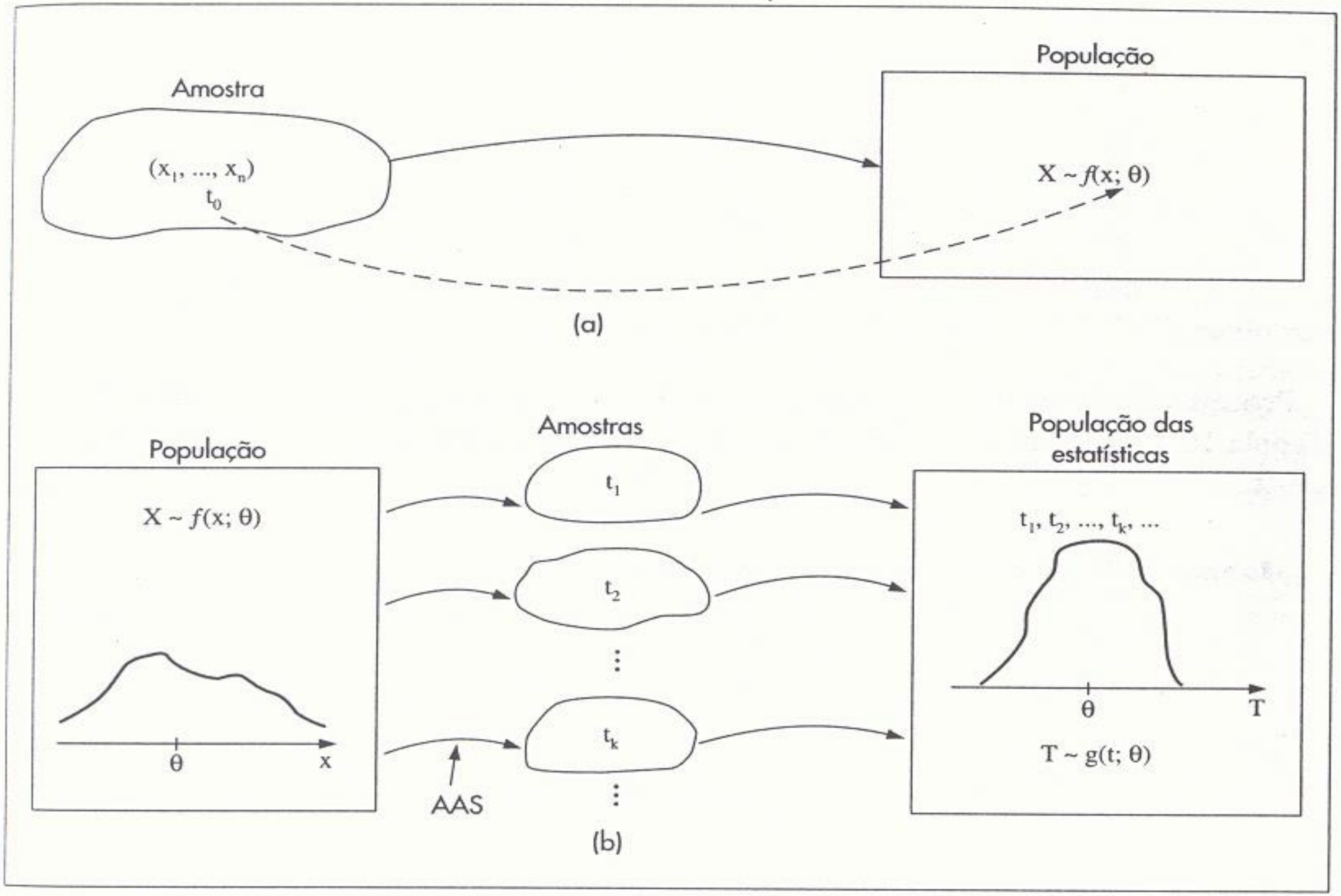


Figura 10.1: (a) Esquema de inferência sobre θ.
(b) Distribuição amostral da estatística T.



Fonte: "Estatística Básica", W. O. Bussab e P. A. Morettin, Ed. Saraiva, 5a. edição, 2002.

Objetivo

Estimar a média μ de uma variável aleatória X, que representa uma característica de interesse de uma população, a partir de uma amostra de valores de X.

Dois possíveis procedimentos de estimação:

- **Estimação pontual**
- **Estimação por intervalo (ou intervalar)**

Exemplos:

μ : peso médio de homens na faixa etária de 20 a 30 anos, em uma certa localidade;

μ : salário médio dos empregados da indústria metalúrgica em São Bernardo do Campo;

μ : taxa média de glicose em indivíduos do sexo feminino com idade superior a 60 anos, em determinada localidade;

μ : comprimento médio de tartarugas adultas de uma certa espécie;

μ : pontuação média obtida no *ENEM* em 2014.

Um ***estimador pontual para*** μ, baseado numa amostra aleatória de tamanho n, é dado pela *média amostral*,

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n} \; .$$

Se observamos os valores x_1, x_2, ...x_n para as variáveis $X_1, \ldots, X_n$ obtemos $\bar{x} = \dfrac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$, que denominamos ***estimativa pontual para*** μ**.**

Exemplo 1: Considere

X_i:a taxa de glicose do indivíduo i do sexo feminino, com idade superior a 60 anos, em certa localidade, i = 1, …, n e

μ: taxa média de glicose de mulheres, com idade superior a 60 anos, em certa localidade;

Suponha que foram selecionadas n=10 mulheres, nessa faixa etária dessa localidade e suas taxas de glicose, em mg/dl, foram

102; 95; 110; 104; 123; 92; 112; 89; 97;101.

A ***estimativa pontual*** (***média amostral***) ***para*** μ é dada por:

$$\bar{x} = \frac{102+85+110+104+123+92+112+89+97+101}{10} = \frac{1015}{10} = 101{,}15 \; mg/dl.$$

$\rightarrow$ Note que outra amostra de mesmo tamanho pode levar a uma outra estimativa pontual para μ

Estimativa por intervalo ou intervalo de confiança

- Para uma amostra observada, os estimadores pontuais fornecem como estimativa um único valor numérico para o parâmetro.

- Os estimadores pontuais são variáveis aleatórias e, portanto, possuem uma distribuição de probabilidade, em geral, denominada ***distribuição amostral do estimador.***

Idéia: construir **intervalos de confiança**, que incorporem à estimativa pontual informações a respeito de sua variabilidade (erro amostral).

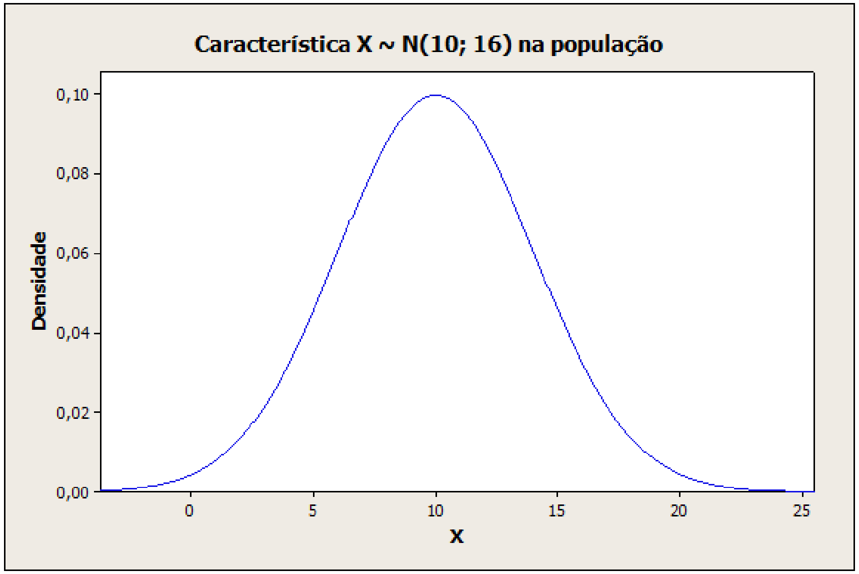
Intervalos de confiança são obtidos por meio da ***distribuição amostral do estimador pontual*****.**

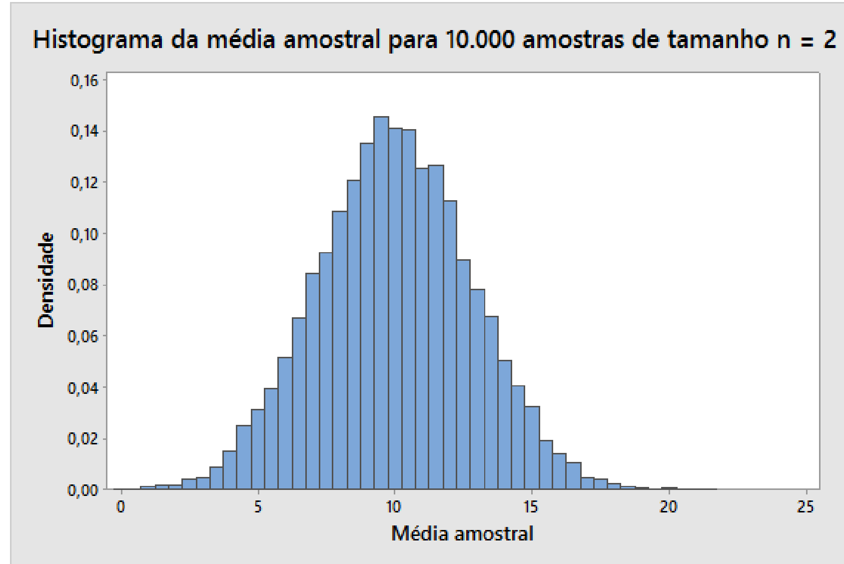
Um ***estimador intervalar*** ou ***intervalo de confiança para*** μ tem a forma

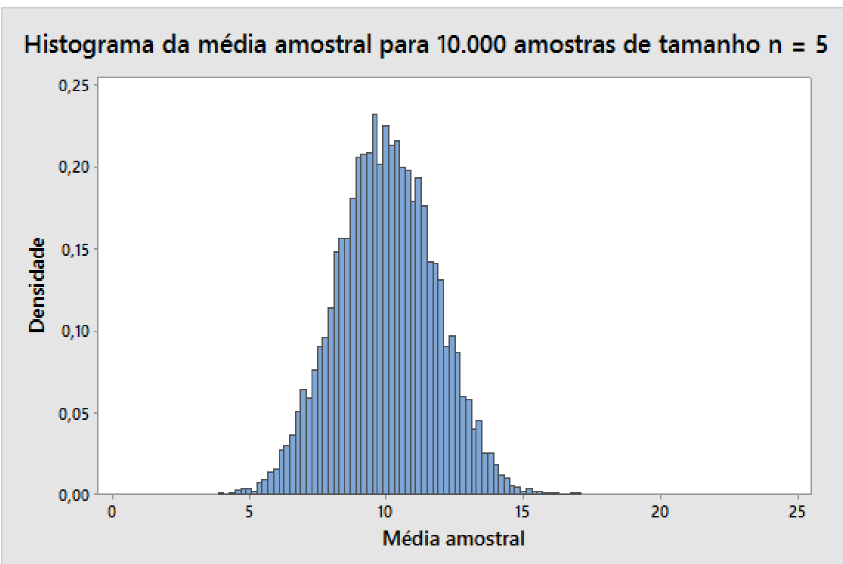
$$\left[\overline{X} - \varepsilon\ ;\ \overline{X} + \varepsilon\right],$$

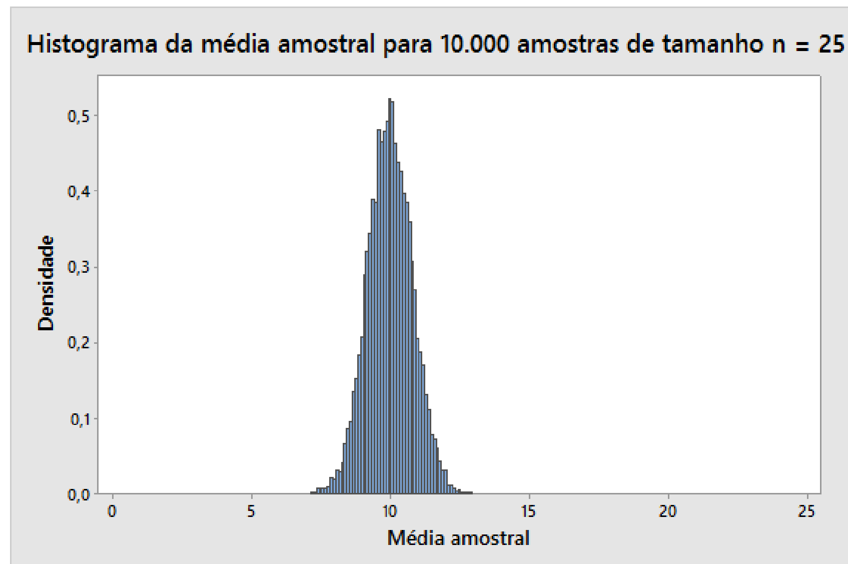
sendo ε o *erro amostral* (margem de erro), calculado a partir da *distribuição de probabilidade de* $\overline{X}$.

$\Rightarrow$ **Como é a distribuição de probabilidade da média amostral ?**


Característica X ~ N(10; 16) na população
Densidade
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
0
5
10
15
20
25
X


Histograma da média amostral para 10.000 amostras de tamanho n = 2
Densidade
0,16
0,14
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
0
5
10
15
20
25
Média amostral


Histograma da média amostral para 10.000 amostras de tamanho n = 5
Densidade
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
0
5
10
15
20
25
Média amostral


Histograma da média amostral para 10.000 amostras de tamanho n = 25
Densidade
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
0
5
10
15
20
25
Média amostral

Dos histogramas, observamos que

• conforme n aumenta, os valores da média amostral $\overline{X}$ tendem a se concentrar cada vez mais em torno de

$$E(\overline{X}) = 10 = \mu_X ,$$

uma vez que a variância vai diminuindo;

• os valores extremos passam a ter pequena probabilidade de ocorrência;

• para qualquer valor de n, o histograma tem a forma de *uma distribuição normal.*

ALGUNS RESULTADOS IMPORTANTES

RESULTADO 1:

Para qualquer variável aleatória $\boldsymbol{X}$, com média μ e variância σ^2, temos que, considerando uma amostra aleatória de tamanho n de X,

$$E(\overline{X}) = \mu \qquad \text{e} \qquad Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Obs.: O desvio padrão $\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ é denominado

erro padrão da média amostral.

RESULTADO 2:

Se a variável aleatória ***X*,** na população, tem distribuição normal, com média μ e variância σ^2, então, para uma amostra aleatória de tamanho n de X,

$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Então,

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

Seja $P(\varepsilon) = \gamma$, a probabilidade da média amostral $\overline{X}$ estar a uma distância de, no máximo ε, da média populacional μ (desconhecida), ou seja,

$$P(\varepsilon) = P(\left|\overline{X} - \mu\right| \leq \varepsilon).$$

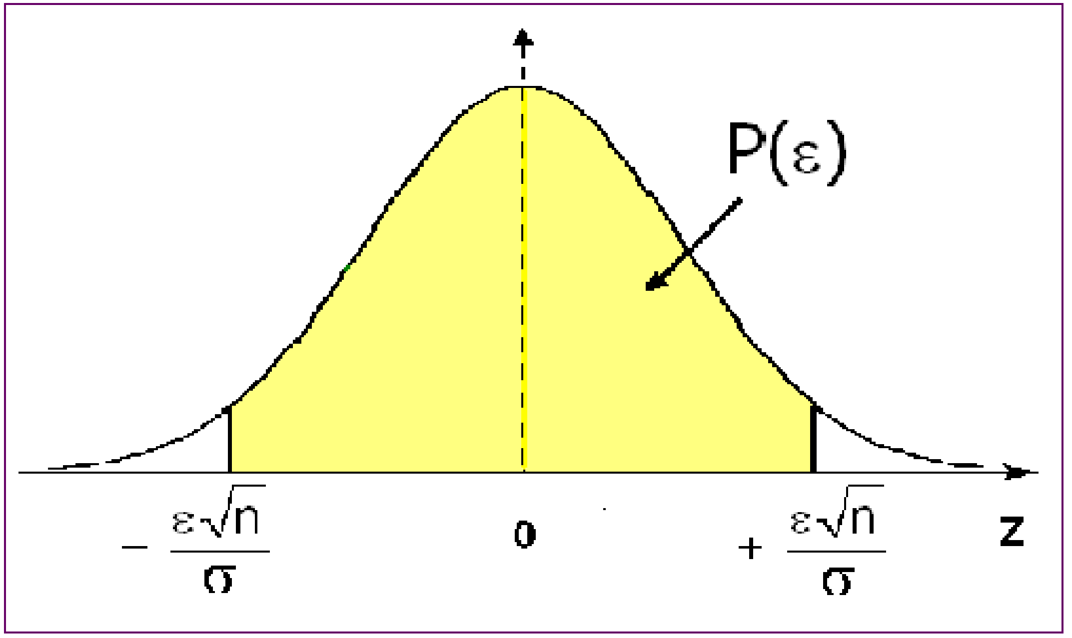
A probabilidade $P(\varepsilon)$ é também denominada coeficiente de confiança do intervalo, que denotamos por γ (gama).

Desse modo, temos

$$P(\varepsilon) = P(\left|\overline{X} - \mu\right| \leq \varepsilon) = P(\mu - \varepsilon \leq \overline{X} \leq \mu + \varepsilon)$$

$$= P\left(\frac{-\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = P\left(\frac{-\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z \leq \frac{\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

sendo $\boldsymbol{Z} \sim N(0,1)$.



Denotando $\quad \dfrac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma} = z$,

temos que $\gamma = P(-z \leq \mathbf{Z} \leq z)$.

Assim, conhecendo-se o coeficiente de confiança γ obtemos z.

Erro na estimativa intervalar

Da igualdade $z = \varepsilon \frac{\sqrt{n}}{\sigma}$, segue que o erro amostral ε é dado por

$$\varepsilon = z \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

sendo z tal que γ = $P(-z \leq \boldsymbol{Z} \leq z)$, com $\boldsymbol{Z} \sim N(0, 1)$.

O intervalo de confiança para a média μ, com coeficiente de confiança γ fica, então,

$$\left[\overline{X} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \overline{X} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right],$$

sendo σ o desvio padrão (conhecido) de X.

Antes de selecionarmos uma $a.a.$, a probabilidade de que o intervalo

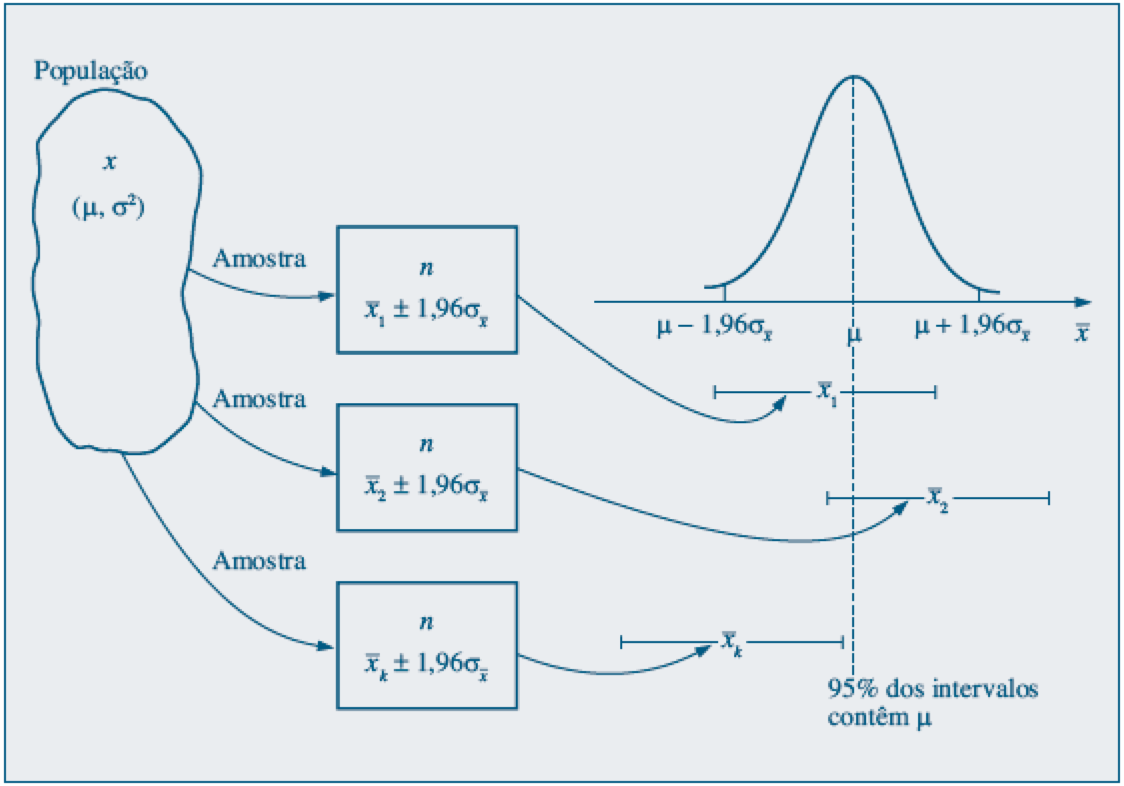
$$\left[\overline{X} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \overline{X} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right],$$

contenha a média μ verdadeira da população é γ.

Para o valor observado $\bar{x}$ de $\overline{X}$, o intervalo de 95% de confiança será $[\bar{x} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$;

<u>Não podemos dizer</u> que há uma probabilidade de 95% de que o valor de μ pertença a esse intervalo de números; μ é fixo e está ou não nesse intervalo.

Figura 11.3 Significado de um IC para μ, com $\gamma = 0{,}95$ e σ^2 conhecido.



Fonte: "Estatística Básica", W. O. Bussab e P. A. Morettin, Ed. Saraiva, 5a. edição, 2002.

Interpretação frequentista:

Se extrairmos 100 *a.a.* de tamanho n da população e, para cada uma delas, construirmos um intervalo de confiança de 95%, esperamos que, aproximadamente, 95 dos intervalos contenham a média μ verdadeira da população e 5 não.

Exemplo 2:

Deseja-se estimar o tempo médio de estudo (em anos) da população adulta de um município. Sabe-se que o tempo de estudo tem distribuição normal com desvio padrão σ = 2,6 anos. Foram entrevistados n = 25 indivíduos, obtendo-se para essa amostra, um tempo médio de estudo igual a 10,5 anos.
Obter um intervalo de 90% de confiança para o tempo médio de estudo na população.

X : tempo de estudo, em anos, então $X \sim N(\mu; 2{,}6^2)$

$n = 25 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 10{,}5$ anos

$\gamma = 0{,}90 \quad \Rightarrow \quad z = 1{,}65$

A estimativa intervalar com 90% de confiança é dada por:

$$\left[\bar{X} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,;\,\bar{X} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] =$$

$$\left[10{,}5 - 1{,}65\frac{2{,}6}{\sqrt{25}}\,;10{,}5 + 1{,}65\frac{2{,}6}{\sqrt{25}}\right] =$$

$$\left[10{,}5 - 0{,}86\,;\;10{,}5 + 0{,}86\right] =$$

$$\left[9{,}64\,;\;11{,}36\right]$$

Dimensionamento da amostra

A partir da relação $\varepsilon = z \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

o tamanho da amostra $\boldsymbol{n}$ é determinado por

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \sigma^2,$$

conhecendo-se o desvio padrão σ de X, com erro da estimativa fixado ε e coeficiente de confiança do intervalo γ, sendo z tal que $\gamma = P(-z \leq Z \leq z)$ e $Z \sim N(0, 1)$.

Exemplo 3:

A renda per-capita domiciliar numa certa região tem distribuição normal com desvio padrão $\sigma = 250$ reais e média μ desconhecida. Se desejamos estimar a renda média μ com erro $\varepsilon = 50$ reais e com uma confiança $\gamma = 95\%$, quantos domicílios devemos consultar?

X : renda per-capita domiciliar na região $\Rightarrow X \sim N(\mu;\, 250^2)$

$\varepsilon = 50$

$\gamma = 0{,}95 \;\Rightarrow\; z = 1{,}96$

$n = ??$

Então,

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \sigma^2 = \left(\frac{1{,}96}{50}\right)^2 \times (250)^2 = 96{,}04$$

Aproximadamente, 96 domicílios devem ser consultados.

Na prática, em geral, não conhecemos a variância populacional σ^2.

RESULTADO 3:

Se X tem distribuição <u>normal</u>, com média μ e variância $\boldsymbol{\sigma^2}$, então, para uma amostra aleatória de tamanho n de X, temos que

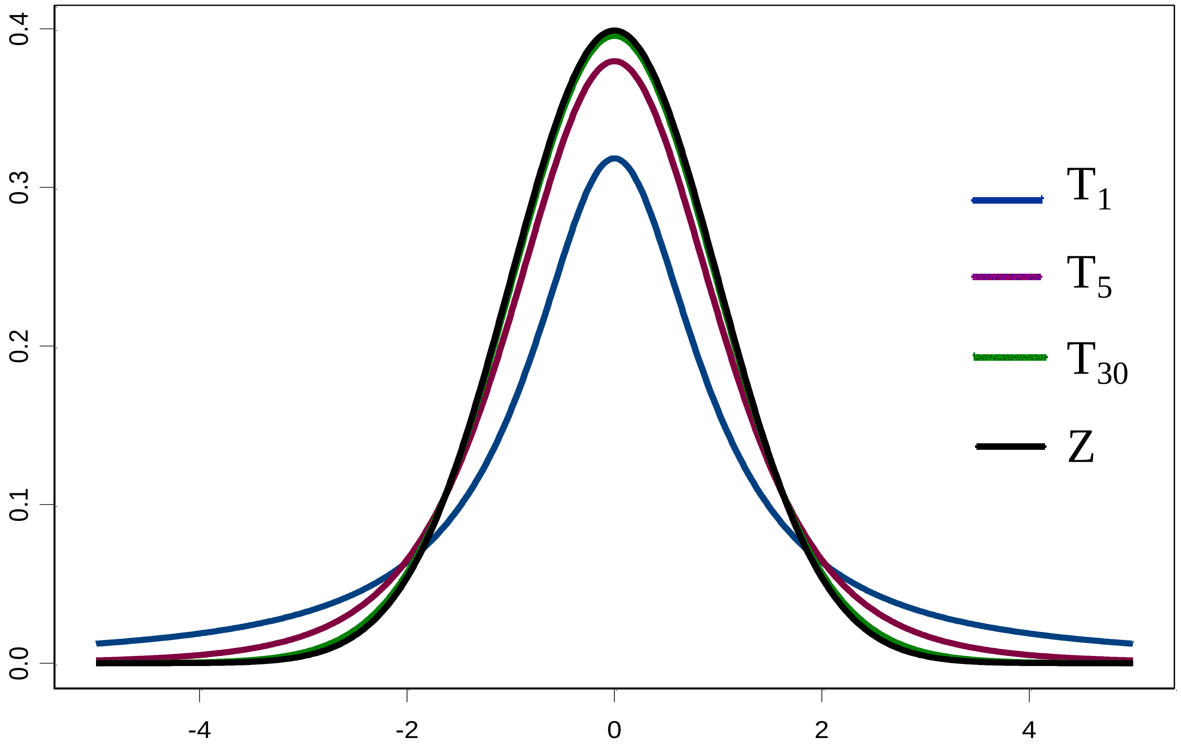
$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\dfrac{S^2}{n}}} \sim t_{n-1},$$

em que t_{n-1} representa a distribuicão *t-student* com n-1 graus de liberdade e

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$$

é a variância amostral

Distribuição *t* de *Student*



• tem caudas mais densas do que a distribuição normal;

• valores extremos são mais prováveis de ocorrer com a distribuição *t* do que com a normal padrão;

- a forma da distribuição t reflete a variabilidade extra introduzida pelo estimador S; $\Rightarrow$
- para cada possível valor dos graus de liberdade ($g.l.$), há uma distribuição t diferente;
- as distribuições com menores graus de liberdade são mais espalhadas (maior dispersão);
- conforme $g.l.$ aumenta, a distribuição t se aproxima da distribuição normal padrão;
- conforme o tamanho da amostra aumenta, s se torna uma estimativa mais confiável de σ; se n é muito grande, conhecer o valor de s é quase equivalente a conhecer σ.

tabela

Tal como para o caso em que σ^2 é conhecido, prova-se facilmente que o ***intervalo de confiança com coeficiente de confiança*** γ

$$IC(\mu;\gamma) = \left[\bar{X} - t_{n-1}^{c}\frac{S}{\sqrt{n}};\quad \bar{X} + t_{n-1}^{c}\frac{S}{\sqrt{n}}\right],$$

sendo $t^{c}_{n\text{-}1}$ é o ponto crítico da ditribuicão *t-student* com n-1 *g.l.*,

tal que $P(\,-t^{c}_{n\text{-}1} \leq t_{n\text{-}1} \leq t^{c}_{n\text{-}1}) = \gamma$ e S é o desvio padrão da amostra.

Exemplo 4:

Considere uma *a.a.* de 10 crianças selecionadas da população de bebês que recebem antiácidos que contém alumínio. Esses antiácidos são frequentemente usados para tratar problemas digestivos. A distribuição de níveis de alumínio no plasma é conhecida como sendo aproximadamente normal com média μ e desvio padrão σ desconhecidos.

O nível médio de alumínio para a amostra de 10 bebês é $\bar{x} = 37{,}2\ \mu g/L$ e o desvio padrão é $s = 7{,}13\ \mu g/L$.

Um intervalo de confiança de 95% para a média μ da população é

$$\left[\bar{x} - t_{n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x} + t_{n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right].$$

Substituindo os valores correspondentes resulta:

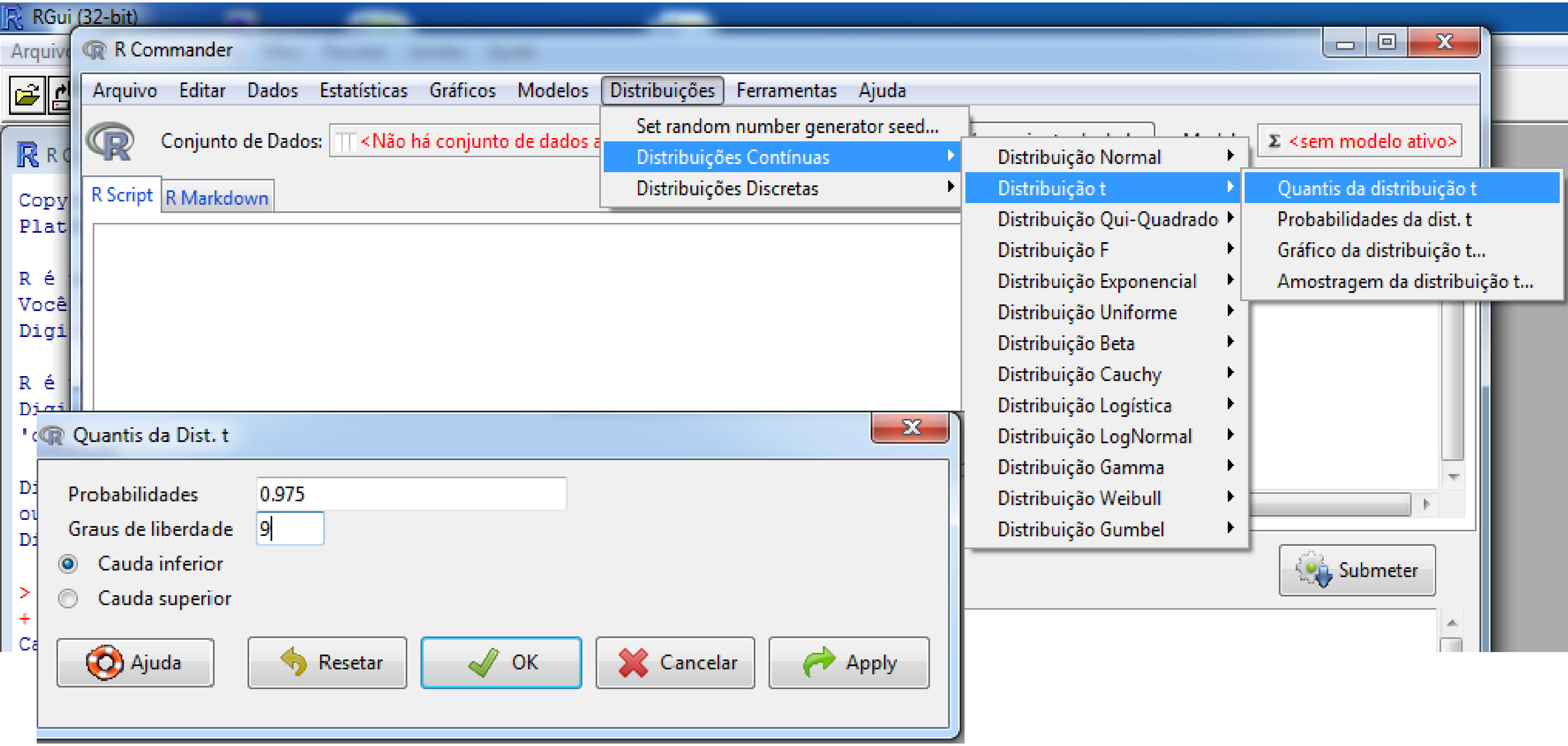
$$(37{,}2 - 2{,}262\frac{7{,}13}{\sqrt{10}}\ ;\ 37{,}2 + 2{,}262\frac{7{,}13}{\sqrt{10}}) = (32{,}1; 42{,}3).$$

Se fornecemos a informação adicional de que o nível médio de alumínio no plasma para a população de bebês que não recebem antiácidos é 4,3 $\mu g/L$, o IC obtido sugere que dar antiácidos aumenta muito os níveis de alumínio no plasma das crianças.

Se o desvio padrão σ da população é conhecido e é igual ao valor da amostra de 7,13 $\mu g/l$, o intervalo de confiança de 95% para μ seria (32,8; 41,6), que é levemente menor.

No *Rcmdr*:

Como obter um valor da distribuição *t*




```
> qt(c(0.975), df=9, lower.tail=TRUE)
[1] 2.262157
```

Exemplo 5:

Considere que a distribuição de níveis séricos de colesterol, para homens que são hipertensos e que fumam, é aproximadamente, normal com uma média μ desconhecida e desvio padrão $\sigma = 46$ mg/100mL.

Interesse: estimar o nível sérico médio de colesterol μ dessa população.

Para uma $a.a$. de tamanho n, o intervalo de 95% de confiança é;

$$(\bar{X} - 1{,}96\frac{46}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{X} + 1{,}96\frac{46}{\sqrt{n}})$$

Suponha que selecionamos uma *a.a.* de tamanho 12 da população de homens fumantes hipertensos e que o nível sérico médio de colesterol deles é $\bar{x} = 217\ mg/100\ mL$.

Baseado nessa amostra, um intervalo de confiança de 95% para μ é

$$\left(217 - 1{,}96\frac{46}{\sqrt{12}}\ ; 217 + 1{,}96\frac{46}{\sqrt{12}}\right) \Rightarrow (191\ ;\ 243)$$

e o comprimento é 243-191 = 52 $g/100mL$ (erro amostral 26).

O intervalo de 191 a 243 fornece um intervalo de valores plausíveis para μ.

- Intervalo de confiança de 99% para μ:

$$\left(217 - 2{,}58\frac{46}{\sqrt{12}}\ ; 217 + 2{,}58\frac{46}{\sqrt{12}}\right) \Rightarrow (183\ ;\ 251)$$

O comprimento desse intervalo é maior do que o correspondente intervalo de confiança de 95%: 251-183 = 68 $g/100\ mL$.

$\rightarrow$ Que tamanho deve ter a amostra para se reduzir o comprimento do intervalo para 20 mg/100 mL?

Como o intervalo está centrado ao redor da média da amostra $\bar{x}$ = 217 mg/100 mL, estamos interessados no tamanho de amostra necessário para produzir o intervalo

(217-10 ; 217+10) = (207 ; 227),

ou seja, com erro amostral ε = 10.

Para encontrar o tamanho n da amostra, precisamos resolver a equação

$$\varepsilon = 10 = 2{,}58 \frac{46}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad n = 140{,}8$$

É necessária uma amostra de 141 homens para reduzir o comprimento do IC de 99% para 20 g/100mL.

Exemplo 6:

A quantidade de colesterol X no sangue das alunas de uma universidade tem uma distribuição aproximadamente normal com média e desvio padrão desconhecidos.

Para estimar a quantidade média de colesterol μ é selecionada uma amostra de 60 alunas. A média e o desvio padrão amostrais encontrados são 182 mg/dl e 50 mg/dl, respectivamente. Determine um intervalo de confiança com coeficiente de confiança de 90% para μ.

X: quantidade de colesterol no sangue das alunas da universidade $\Rightarrow X \sim N(\mu, \sigma^2)$

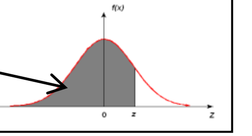
$n = 60 \Rightarrow \bar{x} = 182$ e $s = 50$

$\gamma = 0{,}90 \Rightarrow t_{59} = 1{,}671$

Substituindo os valores:

$$IC(\mu; 90\%) = (182 - 1{,}671\frac{50}{\sqrt{60}} \;;\; 182 + 1{,}671\frac{50}{\sqrt{60}}) = (171{,}2 \,;\, 192{,}8)$$

Distribuição Normal : Valores de P(Z ≤ z) = A(z)

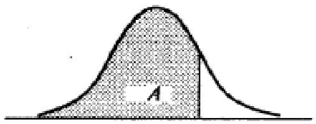


Segunda decimal de z

Parte inteira e primeira decimal de z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Volta



$t\,(A;\,\nu)$

ν	A: .60	.70	.80	.85	.90	.95	.975
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179
13	0.259	0.537	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960

ν	A: .98	.985	.99	.9925	.995	.9975	.9995
1	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590
2	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598
3	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924
4	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610
5	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869
6	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959
7	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408
8	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041
9	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781
10	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587
11	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437
12	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318
13	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221
14	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140
15	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073
16	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015
17	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965
18	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922
19	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883
20	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.849
21	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819
22	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792
23	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768
24	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745
25	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725
26	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707
27	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690
28	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674
29	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659
30	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646
40	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551
60	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460
120	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373
∞	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291