Noções de Probabilidade - Gabarito Lista 4

1. Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios.

a). Seja (i,j) denota a configuração obtida em algum lançamento, com i no dado 1 e j no dado 2. Então o espaço amostral é

$$\begin{aligned}\Omega = \{ & (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),\\ & (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),\\ & (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),\\ & (4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6), (4,7),\\ & (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),\\ & (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}\end{aligned}$$

$|\Omega| = 36$. Também $\Omega = \{(i,j) / i = 1, \dots, 6 ; j = 1, \dots 6\}$

b). Neste caso $\Omega = \{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N} \cup \{0\}$, $|\Omega| = \infty$ numerável.

c). Seja F: Sexo Feminino e M: Sexo Masculino. Denotemos (i,j,k) os sexos de cada criança $i,j,k \in \{F, M\}$

$\Omega = \{(F,F,F), (M,M,M), (F,F,M), (M,M,F)\}$

Assim temos $|\Omega| = 4$.

d). Supondo que não tem lâmparas defeituosas, o espaço amostral é $\Omega = (0, +\infty)$, ou seja $|\Omega| = \infty$ não numerável.

e). Seja C: cara e K: coroa. Os possíveis resultados são $\{C\}, \{CK\}, \{CCK\}, \{CCCK\}, \dots, \{CC\dots CCK\}, \dots$

Neste caso $\Omega = \{1, 2, 3, \dots\}$, assim $|\Omega| = \infty$ numerável.

f). Sejam (A,B,C,D) as classes sociais e (K,S) o estado civil do chefe, em que K: casado e S: solteiro.

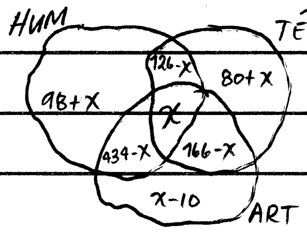
Então o espaço amostral é.

$$\Omega = \{(A,K), (A,S), (B,K), (B,S), (C,K), (C,S), (D,K), (D,S)\}. \qquad (\underset{\text{classe social}}{\underset{\downarrow}{i}}, \overset{\text{estado civil}}{\overset{\uparrow}{j}})$$

Portanto $|\Omega| = 8$.

2. Num estudo realizado com 1000 estudantes de uma universidade verificamos que:

- 658 humanística • 372 técnica • 590 artística
- 166 Artística, técnica • 434 humanística, artística
- 126 humanística, técnica.



$HUM: 658-(126-x+x+434-x) = 98+x$

$TÉC: 372-(126-x+x+166-x) = 80+x$

$ART: 590-(434-x+x+166-x) = x-10$

$(98+x)+(126-x)+(80+x)+(434-x)+x+(166-x)+(x-10)=1000 \Rightarrow \boxed{x=106}$

a). $\mathbb{P}(HUM)=(98+106)/1000 = 0,204$

b). $\mathbb{P}(HUM \cap ART) = (98+106+106-10)/1000 = 0,3$

c). $\mathbb{P}(HUM \cap ART \cap TÉC) = 106/1000 = 0,106.$

3. Um estudo sobre doenças respiratórias ...

Definamos os seguintes eventos:

B := Socioeconómico Baixo

M := " " " Médio S := Sofrer síntomas respiratorios.

A := " " " Alto

a). $\mathbb{P}(A) = \frac{192}{79+122+192} = \frac{192}{393} = 0,488.$

b). $\mathbb{P}(S) = \frac{31+29+27}{393} = \frac{87}{393} = 0,221.$

c). $\mathbb{P}(S \mid M) = \frac{29}{122} = 0,237.$

d). $\mathbb{P}(B \mid S) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{31/393}{0,221} = 0,357.$

4. Três candidatos disputam as eleições ...

$\mathbb{P}(A)=0,3$, $\mathbb{P}(B)=0,3$ e $\mathbb{P}(C)=0,4$

Seja D o evento de dar prioridade para Educação e Saúde.

$\mathbb{P}(D|A)=0,4$, $\mathbb{P}(D|B)=0,6$ e $\mathbb{P}(D|C)=0,9$.

a). $\mathbb{P}(D')=1-\mathbb{P}(D)$, é probabilidade de não dar prioridade para Educação e Saúde. Calculemos:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(D) &= \mathbb{P}(D\cap A)+\mathbb{P}(D\cap B)+\mathbb{P}(D\cap C)\\ &= \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(D|A)+\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(D|B)+\mathbb{P}(C)\mathbb{P}(D|C).\\ &= (0,3)(0,4)+(0,3)(0,6)+(0,4)(0,9)\\ &= 0,12+0,18+0,36 = 0,66\end{aligned}$$

$\therefore\ \mathbb{P}(D')=1-0,66 \Rightarrow \mathbb{P}(D')=0,44.$

b). $\mathbb{P}(A|D)=\dfrac{\mathbb{P}(A\cap D)}{\mathbb{P}(D)}=\dfrac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(D|A)}{\mathbb{P}(D)}=\dfrac{(0,3)(0,4)}{0,66}=0,1818.$

5. Numa certa população, a probabilidade...

Definamos os seguintes eventos:

T:: gostar de teatro $\rightarrow \mathbb{P}(T)=1/3$

C:: gostar do cinema $\rightarrow \mathbb{P}(C)=1/2$. $\mathbb{P}(C')=1/2$.

a). Neste caso $T\cap C=\phi \therefore T\cap C'=T$

$\mathbb{P}(T\cap C')=\mathbb{P}(T)=1/3.$

b). Aqui $\mathbb{P}(T\cap C)=\mathbb{P}(T)\mathbb{P}(C)$ Portanto:

$\mathbb{P}(T)=\mathbb{P}(T\cap C)+\mathbb{P}(T\cap C')$ assim

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(T\cap C') &= \mathbb{P}(T)-\mathbb{P}(T\cap C)\\ &= \mathbb{P}(T)-\mathbb{P}(T)\mathbb{P}(C)=1/3-(1/3)(1/2)=1/6\end{aligned}$$

c). Neste caso $T\cap C'=\phi=T'\cap C$ Assim

$\mathbb{P}(T\cap C')=0$

d). Temos $\mathbb{P}(T\cap C)=1/8$. E como $\mathbb{P}(T)=\mathbb{P}(T\cap C)+\mathbb{P}(T\cap C')$, então

$\mathbb{P}(T\cap C')=\mathbb{P}(T)-\mathbb{P}(T\cap C)=1/3-1/8=5/24$

e). Neste caso $\mathbb{P}(T'|C') = 3/4$. Então temos:

$$\mathbb{P}(T\cap C') = \mathbb{P}(T|C')\,\mathbb{P}(C')$$

$$= [1 - \mathbb{P}(T'|C')]\,\mathbb{P}(C')$$

$$= [1 - 3/4](1/2) = 1/8.$$

6. A probabilidade de uma pessoa contrair...

Definamos os seguintes eventos:

$M :=$ Contrair meningite

$V :=$ Vacinada.

$\mathbb{P}(M|V) = 0{,}001$, $\mathbb{P}(M|V') = 0{,}005$ e $\mathbb{P}(V) = 0{,}95$.

a. $\mathbb{P}(M) = \mathbb{P}(M\cap V) + \mathbb{P}(M\cap V')$.

$$= \mathbb{P}(V)\,\mathbb{P}(M|V) + \mathbb{P}(V')\,\mathbb{P}(M|V')$$

$$= (0{,}95)(0{,}001) + (0{,}05)(0{,}005)$$

$$= 0{,}00095 + 0{,}00025 = 0{,}0012.$$

b. $$\mathbb{P}(V|M) = \frac{\mathbb{P}(V\cap M)}{\mathbb{P}(M)} = \frac{\mathbb{P}(V)\,\mathbb{P}(M|V)}{\mathbb{P}(M)}$$

$$= \frac{(0{,}95)(0{,}001)}{0{,}0012} = 0{,}7916.$$