

MAE-212 - Introdução à Probabilidade e à Estatística II

1ª Lista de Exercícios - 2º Sem./2020 – Noturno

Profa. Chang Chiann

Enviar a lista resolvida para o monitor: Luis Alvarez <luisfantozzialvarez@gmail.com>
até dia 23/09/2020

- 1) A seção de assistência técnica da Cia. Milsa tem 5 funcionários: A, B, C, D e E, cujos tempos de serviço na Cia. são, respectivamente, 1, 3, 5, 5 e 7 anos.
- (a) Faça um gráfico representando a distribuição de probabilidades dos tempos de serviço X .
- (b) Calcule a média $E(X)$, a variância $\text{Var}(X)$ e a mediana $\text{Md}(X)$.

Duas novas firmas, a Verde e a Azul, solicitaram o serviço de assistência técnica da Milsa. Um mesmo funcionário pode ser designado para atender a ambos os pedidos, ou dois funcionários podem fazê-lo. Assim, o par (A,B) significa que o funcionário A atenderá a firma Verde e o funcionário B, à firma Azul.

- (c) Escreva os 25 possíveis pares de funcionários para atender a ambos os pedidos.
- (d) Para cada par, calcule o tempo médio de serviço \bar{X} , faça a distribuição de probabilidade e uma representação gráfica. Compare com o resultado de (a).
- (e) Calcule para os 25 valores de \bar{X} os parâmetros $E(\bar{X})$, $\text{Var}(\bar{X})$ e $\text{Md}(\bar{X})$. Compare com os resultados obtidos em (b). Que tipo de conclusão você poderia tirar?
- (f) Para cada par obtido em (c), calcule a variância do par e indique-a por S^2 . Faça a representação gráfica da distribuição dos valores de S^2 .
- (g) Calcule $E(S^2)$ e $\text{Var}(S^2)$.
- (h) Indicando por X_1 a variável que expressa o tempo de serviço do funcionário que irá atender à firma Verde e X_2 o que irá atender à firma Azul, faça a distribuição conjunta da variável bidimensional (X_1, X_2)
- (i) As duas variáveis X_1 e X_2 são independentes?
- (j) O que você pode falar sobre as distribuições “marginais” de X_1 e X_2 ?
- (k) Suponha agora que três firmas solicitem o serviço de assistência técnica. Quantas triplas podem ser formadas?
- (l) Sem calcular todas as possibilidades, como você acha que ficaria o histograma de \bar{X} ? $E(\bar{X})$? $\text{Var}(\bar{X})$?
- (m) E sobre a variável S^2 ?
- (n) A variável tridimensional (X_1, X_2, X_3) teria alguma propriedade especial para as suas “marginais”?

2) Uma variável aleatória X tem distribuição normal, com média 100 e desvio padrão 10.

- (a) Qual a $P(90 < X < 110)$?
- (b) Se \bar{X} é a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule $P(90 < \bar{X} < 110)$.
- (c) Desenhe, num único gráfico, as distribuições de X e \bar{X} .
- (d) Que tamanho deveria ter a amostra para que $P(90 < \bar{X} < 110) = 95\%$?

3) Sabe-se que 20% das peças de um lote são defeituosas. Sorteiam-se 8 peças, com reposição, e calcula-se a proporção \hat{p} de peças defeituosas na amostra.

- (a) Construa a distribuição exata de \hat{p} (use a tábua da distribuição binomial).
- (b) Construa a aproximação normal à binomial.
- (c) Você acha que a segunda distribuição é uma boa aproximação da primeira?
- (d) Já sabemos que, para dado p fixo, a aproximação melhora à medida que n aumenta. Agora, se n é fixo, para qual valor de p a aproximação é melhor?

- 4) Uma variável X tem distribuição normal, com média 10 e desvio padrão 4. Aos participantes de um jogo é permitido observar uma amostra de qualquer tamanho e calcular a média amostral. Ganha um prêmio aquele cuja média amostral for maior que 12.
- (a) Se um participante escolher uma amostra de tamanho 16, qual a probabilidade de ele ganhar um prêmio?
 - (b) Escolha um tamanho de amostra diferente de 16 para participar do jogo. Qual a probabilidade de você ganhar um prêmio?
 - (c) Baseado nos resultados acima, qual o melhor tamanho da amostra para participar do jogo?
- 5) Uma empresa fabrica cilindros com 50 mm de diâmetro. O desvio padrão dos diâmetros dos cilindros é 2,5 mm. Os diâmetros de uma amostra de 4 cilindros são medidos a cada hora. A média da amostra é usada para decidir se o processo de fabricação está operando satisfatoriamente. Aplica-se a seguinte regra de decisão: se o diâmetro médio da amostra de 4 cilindros é igual a 53,7 mm ou mais, ou igual a 46,3 mm ou menos, deve-se parar o processo. Se o diâmetro estiver entre 46,3 e 53,7 mm, o processo deve continuar.
- (a) Qual a probabilidade de se parar o processo se a média do processo μ continuar com 50 mm?
 - (b) Qual a probabilidade do processo continuar se a média do processo se deslocar para $\mu = 53,7$?