MAE 219: Introdução à Probabilidade e à Estatística I

3ª Lista de Exercícios - 1º Semestre de 2019 - FEA

Profa. Chang Chiann

1) Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios:

a) Lançamento de dois dados: anota-se a configuração obtida.
b) Numa linha de produção conta-se o número de peças defeituosas num intervalo de uma hora.
c) Investiga-se famílias com 4 crianças, anotando-se a configuração segundo o sexo.
d) Mede-se a duração de lâmpadas, deixando-as acesas até que queimem.
e) Lança-se uma moeda até aparecer cara e anota-se o número de lançamentos.
f) De um grupo de 5 pessoas (A,B,C,D,E) sorteiam-se duas, uma após outra, com reposição, e anota-se a configuração formada.
g) Mesmo enunciado que f, sem reposição.

2) Duas moedas são lançadas - liste os eventos:

a) pelo menos uma cara
b) duas caras
c) o complementar de b).

3) Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos A: soma dos números obtidos igual a 9 e B: número no primeiro dado maior ou igual a 4. Enumere os elementos de A e B. Obtenha AUB, $A \cap B$ e A^C.

4) Obtenha as probabilidades dos eventos que aparecem nos problemas 2 e 3.

5) Em uma prova cairam dois problemas. Sabe-se que 132 alunos acertaram o primeiro, 86 erraram o segundo, 120 acertaram os dois e 54 erraram apenas um problema. Qual é a probabilidade de que um aluno, escolhido ao acaso:

a) Não tenha acertado nenhum problema?
b) Tenha acertado apenas o segundo problema?

6) Considere um quadrado com vértices (0,0), (1,0), (0,1) e (1,1). Suponha que a probabilidade de uma região A (evento) seja a área desta região (Figura 1).

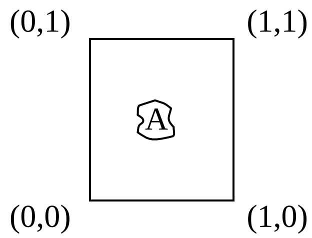

Figura 1

a) Considere o evento A= conjunto dos pontos cuja distância às origem seja menor ou igual a um. Represente A graficamente.
b) Calcule P(A).
c) Calcule P(B), onde B= $\{(x,y): x \geq b \text{ ou } y \geq b\}$, onde b é um número tal que $0 < b < 1$.
d) Calcule $P(B^C)$, onde B foi definido em (c).

7) Considere um quadrado como da figura 1. Considere os eventos:

A= $\{(x,y) : 1/3 \leq x \leq 2/3, \quad 0 \leq y \leq 1/2\}$.
B= $\{(x,y) : 1/2 \leq x \leq 1 \quad , 1/4 \leq y \leq 3/4\}$.

Calcular P(A), P(B), P(AUB), $P(A^C)$, $P(B^C)$ e $P(A^C \cap B^C)$

8) Considere, agora, a situação do problema 6, mas suponha que o quadrado não tenha área unitária. Como você definiria a probabilidade de um evento A?

9) Selecionamos da tabela abaixo um dentre os 100 números:

00 01 09
10 11 19
....
90 91 99

Completar a tabela:

Eventos	Probabilidade
a) O primeiro dígito é zero	
b) Os dois dígitos são iguais	
c) Os dois dígitos são diferentes	
d) O primeiro dígito é maior que o segundo	
e) O primeiro dígito é maior ou igual ao segundo	
f) O segundo dígito é 1	
g) A soma dos dígitos é 5	
h) A soma dos dígitos é 9	
i) Nenhum dos dígitos é maior que 3	
j) Apenas um dos dígitos é maior que 3 e o segundo não	

10) Uma gaveta contém 5 pares de meias verdes e 3 de meias azuis. Tiram-se 2 meias ao acaso. Qual a probabilidade de se formar:

a) Um par verde?
b) Um par de meias da mesma cor?
c) Um par com meias de cores diferentes?

11) <u>O problema do aniversário</u> - Considere k pessoas numa sala. Qual a probabilidade de que no mínimo duas pessoas façam aniversário no mesmo dia e mês? A partir de qual valor de k você "arriscaria" dizer que essa probabilidade é maior do que 1/2?

12) A probabilidade de que A resolva um problema é de 2/3 e a probabilidade de que B resolva é de 3/4. Se ambos tentarem independentemente, qual a probabilidade do problema ser resolvido?

13) Na tabela abaixo, os número que aparecem são probabilidades relacionadas com a ocorrência de A,B, $(A \cap B)$, etc. Assim, P(A) = 0,10, enquanto que $P(A \cap B) = 0{,}04$. Verifique se A e B são independentes.

	B	B^c	Total
A	0,04	0,06	0,10
A^c	0,08	0,82	0,90
Total	0,12	0,88	1,00

14) Uma pessoa joga um dado. Se sair 6 ganha a partida. Se sair 3, 4 ou 5 perde. Se sair 1 ou 2 tem o direito de jogar novamente. Desta vez, se sair 4, ganha e se sair outro número perde. Qual é a probabilidade de ganhar?

15) Considere uma urna contendo 3 bolas pretas e 5 bolas vermelhas. Retire duas bolas da urna, sem reposição.

a) Obtenha os resultados possíveis e as respectivas probabilidades.
b) O mesmo problema, para extrações com reposição.

16) No problema anterior, calcule as probabilidades dos eventos:

a) bola preta na primeira e segunda extrações;
b) bola vermelha na primeira extração;
c) bola preta na segunda extração.

17) Uma urna contem 5 bolas pretas, 3 vermelhas, 3 azuis e 2 amarelas. Extraem-se simultaneamente 5 bolas. Qual é a probabilidade de que saiam duas bolas pretas, duas azuis e uma amarela?

18) Três jogadores A, B e C disputam um torneio de tênis. Inicialmente, A joga com B e o vencedor joga com C, e assim por diante. O torneio termina quando um jogador ganha duas vezes em seguida ou quando são disputadas, ao todo, quatro partidas. Quais são os resultados possíveis do torneio?

19) No espaço amostral do problema anterior, atribua a cada ponto contendo k letras a probabilidade $1/2^k$ (assim, AA tem probabilidade 1/4).

a) Mostre que a soma das probabilidades dos pontos do espaço amostral é um.
b) Calcule a probabilidade de que A vença (um jogador vence quando ganha duas partidas seguidas). Em seguida, calcule a probabilidade de que B vença. Qual a probabilidade de que não haja decisão?

20) Na tabela abaixo damos as áreas de concentração de 1000 estudantes de uma faculdade, segundo o ano em que estão matriculados. A letra N indica uma área de concentração nas ciências naturais, S nas ciências sociais e H nas ciências humanas. Além desses símbolos, vamos denotar por U o evento do estudante estar no 3º ou 4º ano e por L o evento do estudante estar no 1º ou no 2º. Vamos calcular as probabilidades correspondentes aos seguintes eventos na seleção de um estudante ao acaso. (Procure sempre expressar, em palavras, o evento cuja probabilidade você estiver determinando).

	Área de Concentração			
Ano	N	S	H	Totais
1º	75	125	100	300
2º	60	100	90	250
3º	50	110	90	250
4º	45	85	70	200
Totais	230	420	350	1000

a) P(N), P(S), P(H).
b) P(1º ano e N), P(3º ano e S), P(4º e H).
c) P(L e H), P(U e N).
d) P(N ou S), P(U ou H).
e) P(N/4º), P(4º/N), P(N ou 8/3º), P(H/N).

22) Um capitão de um time de futebol se queixou que em três jogos consecutivos o seu time perdeu o sorteio para a escolha do campo. Você acha que ele tem razão de reclamar?

23) Considere números aleatórios de dois algarismos. Seja G o evento de que o número é divisível por 4; H o evento de que ele seja divisível por 5.
a) Determine P(G) e P(H).
b) Determine P(G e H).
c) Os eventos G e H são exclusivos?
d) Os eventos G e H são independentes ?
e) Determine P(G ou H)

24) A senhora Y, quando tem dores de cabeça, escolhe ao acaso um dentre dois analgésicos. Se um deles tem probabilidade 3/4 de aliviar a dor e o outro tem probabilidade 2/3, qual é a probabilidade de que passe a dor de cabeça da senhora Y?

25) Em uma fábrica de parafusos, as máquinas A, B e C produzem 25, 35 e 40 por cento do total produzido, respectivamente. Da produção de cada máquina 5,4 e 2 por cento, respectivamente, são parafusos defeituosos. Escolhe-se ao acaso um parafuso e verifica-se que é defeituoso. Qual a probabilidade de que o parafuso venha da máquina A? Da B? Da C?

26) As probabilidades de que dois eventos independentes ocorram são p e q, respectivamente. Qual a probabilidade :
a) de que nenhum destes eventos ocorra?
b) de que pelo menos um destes eventos ocorra?

27) Prove que se A e B são independentes, também o serão A^c e B^c, A e B^c e A^c e B.

28) Para selecionar seus funcionários, uma empresa oferece aos candidatos um curso de treinamento durante uma semana. No final do curso, eles são avaliados por uma prova e 25% dos candidatos são classificados como bons (B), 50% como médios (M) e os restantes 25% como fracos (F). Como medida de economia, o departamento de seleção pretende substituir o treinamento por um teste de conhecimentos gerais e específicos. Mas para isso, gostaria de conhecer Qual a probabilidade de que um indivíduo aprovado no teste, fosse considerado fraco, caso fizesse o curso. Assim, este ano, antes do início do curso, os candidatos foram submetidos ao teste e de acordo com os resultados rceberam o conceito aprovado (A) ou reprovado (R). No final do curso as seguintes probabilidades condicionais foram obtidas.
$P(A \mid B) = 0{,}8$, $P(A \mid M) = 0{,}5$, $P(A \mid F) = 0{,}2$. Calcular $P(F \mid A)$, $P(B \mid A)$ e $P(M \mid A)$.

29) Se $P(A) = 1/3$, $P(B^c) = 1/4$, A e B podem ser disjuntos (ou mutuamente exclusivos)? Sugestão :

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$