MAE 219: Introdução à Probabilidade e à Estatística I

5ª Lista de Exercícios - 1º Semestre de 2019 - FEA

Profa. Chang Chiann

1) Verificar se $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & 0 \le x < 2 \\ 0\ , & \text{caso contrário} \end{cases}$

pode representar a função densidade de uma variável aleatória X.

2) Se $f(x) = \begin{cases} kx, & 0 < x < 1 \\ 0\ , & \text{caso contrário} \end{cases}$:

a) Calcule qual o valor de k a fim de que f(x) seja função densidade de uma v.a. X.
b) Calcule P $(0 \le X \le 1/2)$.
c) Calcule E (X) e Var (X).
d) Construa F(x).
e) Calcule P $(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$.

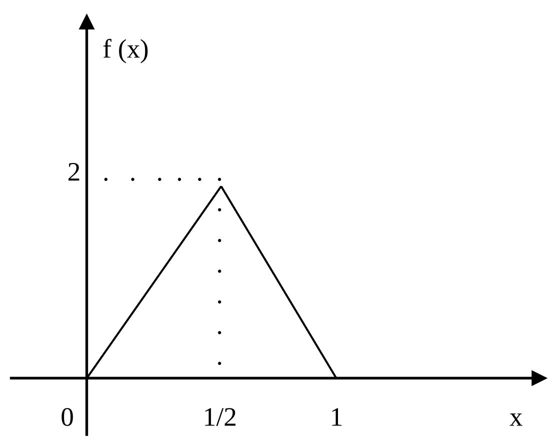
3) A demanda diária de um produto, em centenas de quilos, é uma v.a. com função densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, \ 0 \le x < 1 \\ -\frac{x}{3} + 1, \ 1 \le x \le 3 \\ 0, \ x < 0 \text{ ou } x > 3 \end{cases}$$

a) Encontre E (X) e Var (X).

b) Qual a probabilidade que, em dado dia, se venda mais de 100 quilos?

4) Um ponto é selecionado ao acaso do intervalo [0,1]. Um segundo ponto é então selecionado do mesmo modo. Seja X a coordenada do ponto à meia distância entre estes dois pontos. Então, X é uma v.a. contínua, com uma densidade como a da figura abaixo.



a) Encontre P $(X \le 0{,}25)$, P $(0{,}1 < X \le 0{,}9)$, $P(X > 0{,}8)$.
b) Determine f(x).
c) Encontre E (X) e Var (X).

5) Seja X com distribuição normal com média $\mu = 10$ e variância $\sigma^2 = 4$. Calcular :

- **a)** P $(8 < X < 10)$.
- **b)** P $(9 \leq X \leq 12)$.
- **c)** P $(X > 10)$.
- **d)** P ($X < 8$ ou $X > 11$).

6) Na distribuição $X \sim N(100, 100)$ encontre:

- **a)** P $(X \leq 115)$.
- **b)** P $(X \geq 80)$.
- **c)** P $(|X - 100| \leq 10)$.
- **d)** O valor <u>a</u> tal que P $(100 - a \leq X \leq 100 + a) = 0{,}95$.

7) Na distribuição $X \sim (\mu; \sigma^2)$ encontre:

- **a)** $P(X \leq \mu + 2\sigma)$.
- **b)** P $(|X - \mu| \leq \sigma)$.
- **c)** O número a tal que P $(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0{,}99$.
- **d)** O número a tal que P $(X > a) = 0{,}90$.

8) As alturas de 1000 alunos de uma universidade tem distribuição aproximadamente $N(1{,}7m, (0{,}05m)^2)$.

- **a)** Determinar o número esperado de estudante com alturas superiores a 1,65m.
- **b)** Determinar os intervalos simétricos ao redor da média que conterão, aproximadamente, 68% das alturas dos alunos, respectivamente.

9) Seja X uma variável aleatória com distribuição N (60,64). Determinar

- **a)** P $(X \geq 74)$.
- **b)** P $(|X - 60| \leq 8)$.
- **c)** P $(|X - 60| \geq 5)$.

10) A distribuição dos pesos de coelhos produzidos numa granja pode muito bem ser representada por uma distribuição normal com média de 5kg e desvio padrão de 0,8kg. Uma abatedoura comprará 5000 coelhos e pretende classificá-los de acordo com o peso do seguinte modo: 20% dos leves como pequenos, os 55% seguintes como médios; os 15 seguintes como grandes e os 10% mais pesados como extras. Quais os limites de peso para cada classificação ?

11) A distribuição de notas de um certo tipo de teste é normal com $\mu_H = 70$ e $\sigma_H = 10$ para os homens e $\mu_M = 65$ e $\sigma_M = 8$ para mulheres. Se este teste é proposto em uma classe na qual o número de homens é igual ao dobro do número de mulheres, qual a porcentagem de pessoas que deverá obter nota maior que 80 ?

12) Suponha que o tempo necessário para fazer um exame é normalmente distribuído com média de 100 minutos e desvio padrão de 15 minutos

- **a)** Se 200 estudantes fazem o exame, qual o número esperado de estudantes que terminarão o exame em duas horas ?
- **b)** Quanto tempo deve durar o exame se desejarmos que apenas 75% dos estudantes que fazem o exame resolvam todas as questões ?

13) Nos pacotes de certa marca de cereal, afirma-se que o peso bruto é de 320 gramas. Da experiência passada, a companhia produtora sabe que os pesos brutos reais são normalmente distribuídos com desvio padrão de 10 gramas. Como poderia o mecanismo de empacotamento ser ajustado para que não mais de 1 pacote em 100 tenha um peso bruto inferior a 320 gramas ?

14) Em indivíduos sadios, o consumo renal de oxigênio tem distribuição normal de média 12 cm^3/min. e desvio padrão 1,5 cm^3/min.

a) Determinar a proporção de indivíduos sadios com consumo inferior a 10 cm^3/min; superior a 8 cm^3/min; entre 9,4 e 13,2cm^3/min.; igual a 11,6cm^3/min; entre 10 e 13cm^3/min.
b) Determinar o valor do consumo renal que é superado por 98,5% dos indivíduos sadios.
c) Determinar uma faixa em torno do valor médio que contenha 90% dos valores do consumo renal.
d) Se um indivíduo apresentar um consumo renal de 18cm^3/min, você considera esse indivíduo sadio ?

15) O número de pedidos para compra de certo produto que uma companhia recebe por semana distribui-se normalmente, com média 125 e desvio padrão 30. Se em uma semana o estoque disponível é de 150 unidades, qual a probabilidade de que todos os pedidos sejam atendidos? Qual deve ser o estoque para que se tenha 98% de probabilidade de que todos os pedidos sejam atendidos ?

16) Numa região, a altura das pessoas tem distribuição praticamente normal com desvio padrão de 8 cm e tal que 20% da população é constituída de pessoas com menos de 168cm de altura. Calcule a proporção de pessoas com altura:
a) superior a 190 cm;
b) igual a 175 cm;
c) entre 170 e 185 cm;
Qual o intervalo simétrico em torno da média que conterá 75% das alturas ?

17) A temperatura T de destilação do petróleo é crucial na determinação de qualidade final do produto. Suponha que T seja considerada uma v.a. com distribuição uniforme no intervalo de 150 a 300. Suponha que o custo para produzir um galão de petróleo seja C_1. Se o óleo é destilado a uma temperatura inferior a 200º, o produto é vendido a C_2 e se a temperatura for superior a 200º, o produto é vendido a C_3.
a) Fazer o gráfico da função densidade de probabilidade de T.
b) Qual o lucro médio esperado por galão ?

18) Os dados abaixo representam uma amostra de firmas de um determinado ramo de atividade de uma região. Foram observadas duas variáveis : faturamento e número de empregados

FATURAMENTO	Nº DE EMPRESAS
0 ├— 10	18
10 ├— 50	52
50 ├— 100	30
100 ├— 200	26
200 ├— 400	24
400 ├— 800	20
800 ├— 1600	16
1600 ├— 3200	14
3200 ├— 6400	6
> 6400	4
TOTAL	210

Nº DE EMPREGADOS	Nº DE EMPRESAS
0 ├— 10	35
20 ├— 50	75
50 ├— 100	45
100 ├— 200	30
200 ├— 400	15
400 ├— 800	8
> 800	2
TOTAL	210

a) Calcular a média e a variância para cada variável.
b) Supondo normalidade para cada uma destas variáveis com os parâmetros estimados pela amostra, calcule as frequências esperadas para cada classe.