# Ondaletas

## Objetivo:

introdução às ondaletas, que pensamos ser uma ferramenta contemporânea com usos relevantes em estatística, processos estocásticos, certas áreas da matemática, processamento de sinais, codificação e compressão de imagens, turbulência, música etc.

ondaletas como alternativas a outros sistemas de funções usados como bases para representação de funções pertencentes a certos espaços, como os senos e cossenos, polinômios ortogonais, funções de Haar, Walsh etc.

### Referências clássicas:

- Meyer (1993) dá uma retrospectiva histórica das ondaletas, desde Fourier (1822), passando por Haar (1910),
- Grossmann e Morlet (1984),
- **Daubechies (1988).**
- Barbara Hubbard (1966).

### O fato básico sobre as ondaletas

elas são localizadas no tempo (ou espaço), contrariamente ao que ocorre com as funções trigonométricas.

Esse comportamento torna-as ideais para analisar sinais não estacionários, contendo transitoriedades e estruturas tipo fractais.

Bases de Fourier são localizadas em frequência, mas não no tempo: pequenas mudanças em algumas das observações podem provocar mudanças em todas as componentes de uma expansão de Fourier, o que não acontece com uma expansão em série de ondaletas.

A ideia tanto na análise de Fourier quanto na análise usando ondaletas (ou qualquer outra base) é aproximar uma função por uma **combinação linear** de senos e cossenos ou ondaletas, respectivamente.

Na análise de Fourier, toda função periódica, de período $2\pi$, de quadrado integrável, ou seja, de $L^2(0, 2\pi)$, é gerada por uma superposição de exponenciais complexas, $w_n(x) = e^{inx}$, $n = 0, \pm 1, \ldots$, obtidas por dilatações da função $w(x) = e^{ix}$ : $w_n(x) = w(nx)$. O objetivo é estender essa idéia para $L^2(\mathbb{R})$, isto é, gerar esse espaço a partir de uma única função, $\psi$, digamos. Isso é conseguido por dilatações (ou compressões) e translações de $\psi$ por

$$\psi_{a,b}(x) = |a|^{-1/2}\psi(\frac{x-b}{a}), \quad b \in \mathbb{R}, a \neq 0. \tag{4.1}$$

A função $\psi$ é chamada *ondaleta mãe* e usualmente tomamos valores especiais para $a$ e $b$: $a = 2^{-j}, b = k2^{-j}$, $j, k \in \mathbb{Z}$.

**No campo da estatística, as ondaletas foram usadas em**

- estimação de densidades,
- regressão não paramétrica,
- estimação do espectro de processos estacionários,
- estimação do espectro evolutivo de processos não estacionários, estimação de cópulas,
- estimação da intensidade de processos pontuais,
- modelos fatoriais dinâmicos
- AR dinâmico
- Problema de classificação
- Analise espacial
- etc

Referências na área de estatística que tratam de ondaletas, temos Ogden (1997), Vidakovic (1999), Percival e Walden (2000) e Nason (2008).