Séries Temporais Financeiras

Aula -1

Análise de séries temporais financeiras

Em princípio, não haveria diferenças entre a análise de séries temporais financeiras e aquelas ocorrendo em outras áreas, como economia, oceanografia, meteorologia etc.

uma característica presente em séries de ativos financeiros é o que se convencionou chamar de **volatilidade**, que pode ser definida de várias maneiras, mas não **é diretamente observável**.

Para levar em conta a presença de grupos (clusters) de volatilidade em uma série financeira é necessário recorrer a modelos ditos **heteroscedásticos condicionais**.

Nesses modelos, a **variância (volatilidade**) de um retorno num dado instante de tempo, depende de retornos passados e de outras informações disponíveis até aquele instante, de modo que temos que definir uma variância condicional que,
não sendo constante, não coincide com a variância global ("incondicional") da série observada. Do mesmo modo, é possível que a média varie com o tempo, ou outros momentos da distribuição dos retornos variem com o tempo.

Uma característica marcante de séries financeiras é que elas são, em geral, **não serialmente correlacionadas, mas dependentes**. Desse modo, modelos lineares como aqueles pertencentes à família dos modelos ARMA (autorregressivos e de médias móveis) podem não ser apropriados para descrever tais séries. Modelos da família ARCH (de autoregressive conditional heteroscedasticity) ou modelos de volatilidade estocástica são mais adequados.

Contudo, diversas séries apresentam alguma forma de autocorrelação, de modo que modelos ARMA podem ser inicialmente aplicados para remover essa correlação, antes de usar modelos heteroscedásticos.

Um dos problemas mais importantes atualmente em finanças é avaliar o risco de uma posição financeira, e o VaR (valor em risco) é um instrumento frequentemente usado.

Tipos de Dados

Numa primeira categoria, temos observações **igualmente espaçadas**: o intervalo Δt entre observações consecutivas é constante, por exemplo, um dia, uma semana, um mês.

Quando analisamos dados diários, usualmente utilizamos o último valor observado no dia, como o preço de fechamento de uma ação numa bolsa de valores.

Algumas vezes, pode ser um valor agregado durante o período, como o volume (em moeda) negociado de dada ação na bolsa durante um dia.

Os dados podem ser observados em instantes de **tempo irregularmente espaçados**, como os dados intradiários de ativos negociados em bolsas de valores ou de mercadorias, ou taxas de câmbio. Nesses casos, os intervalos entre observa ções são variáveis aleatórias (as chamadas “durações”) e podemos ter também várias observações (negócios) coincidindo num mesmo instante de tempo. Esse tipo de dado é chamado de **alta frequência**.

As séries financeiras que serão usadas no texto estão listadas no final do livro e podem ser acessadas no site http://www.ime.usp.br/~ pam.

Exemplo 1.1. Na Figura 1.1 (a), temos o gráfico dos Índices diários da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa) no período de 4 de julho de 1994 a 29 de setembro de 2010, num total de T = 4019 observações. Estes são os valores de fechamento do Índice. Podemos ter outras informações, como os valores de abertura, mínimo e máximo, por exemplo.

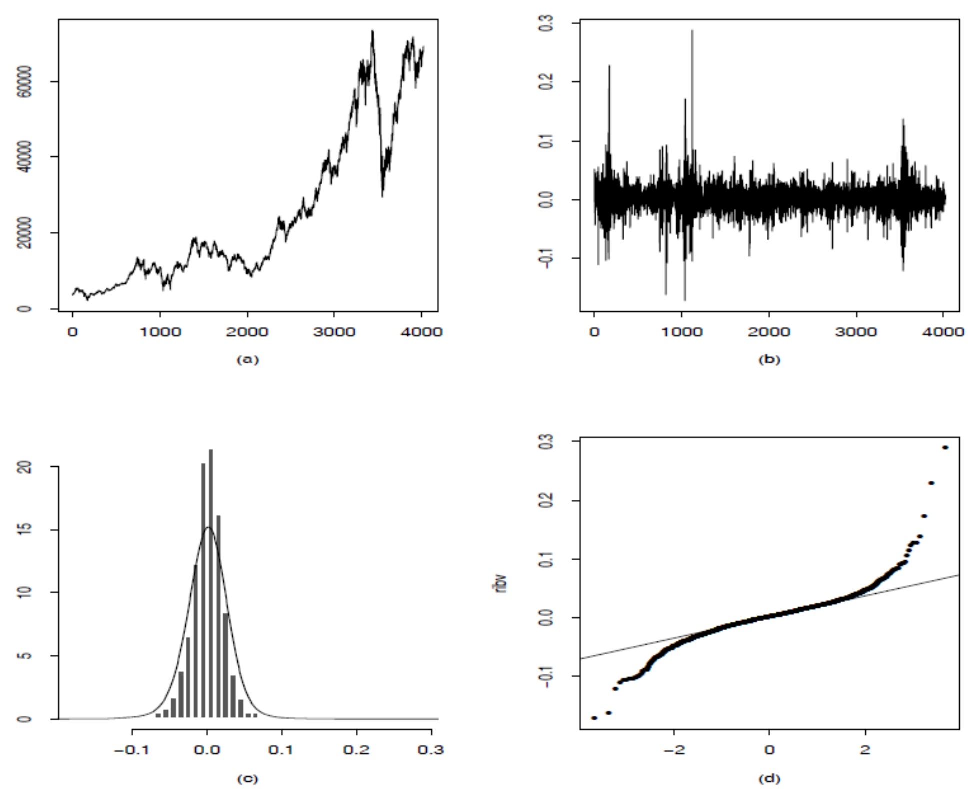

Figura 1.1: (a) Gráfico da série Ibovespa (b) série dos retornos (c) histograma dos retornos com densidade ajustada (d) gráfico $Q \times Q$

Quadro 1.1: Dados do índice Ibovespa

Date	IBOVESPA
04/07/1994	3580,80
05/07/1994	3564,30
06/07/1994	3753,50
07/07/1994	3904,90
08/07/1994	4051,90
...	...

Exemplo 1.2. Na Figura 1.2 (a), mostramos o gráfico dos Índices diários do Dow Jones Industrial Average (fechamento), DJIA, no período de 3 de janeiro de 1995 a 26 de dezembro de 2002, com T = 1992 observações.

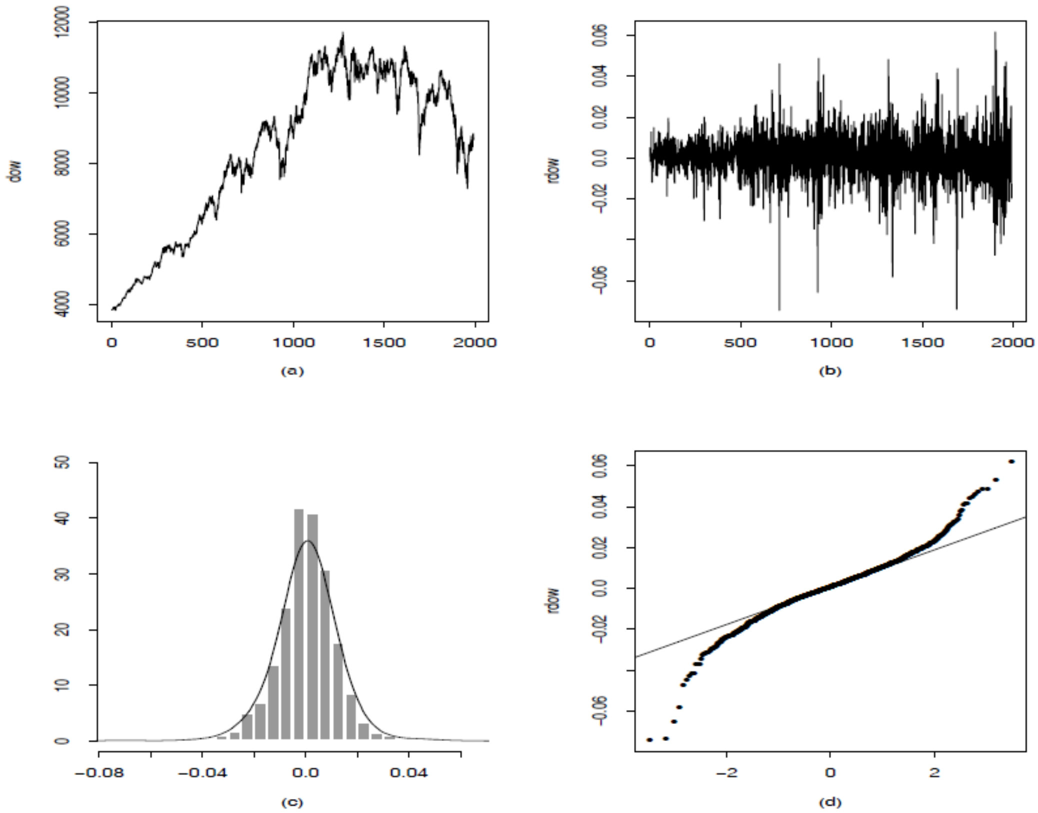

Figura 1.2: (a) Gráfico da série DJIA (b) série dos retornos (c) histograma dos retornos com densidade ajustada (d) gráfico $Q \times Q$

Quadro 1.2: Dados do índice Dow Jones

Date	Open	High	Low	Close	Volume
3/jan/95	3834.4	3864.7	3805.5	3838.5	2624500
4/jan/95	3838.5	3876.8	3815.3	3857.7	3195100
5/jan/95	3857.7	3876.8	3825.4	3850.9	3091400
6/jan/95	3850.9	3902.4	3823.7	3867.4	3080700
9/jan/95	3867.4	3889.3	3834.4	3861.4	2787100
...	...	...	...	...	...

Exemplo: Dados de alta frequência podem ser registrados de diferentes formas, dependendo do tipo de ativo. No Quadro 1.3 temos um layout típico de dados de ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo.

Quadro 1.3: Dados de alta frequência

Data	Código	Empresa	Tipo	Pr. Negócio	Hora	$N^{\underline{o}}$ Negócio
2003-02-03;	BBDC4;	BRADESCO;	PN*N1;	9.9900;	1101;	10;
2003-02-03;	BBDC4;	BRADESCO;	PN*N1;	10.0000;	1101;	20;
2003-02-03;	BBDC4;	BRADESCO;	PN*N1;	10.0000;	1101;	30;
2003-02-03;	BBDC4;	BRADESCO;	PN*N1;	10.0500;	1102;	40;
2003-02-03;	BBDC4;	BRADESCO;	PN*N1;	10.0500;	1102;	50;
...	...	...	...	...	...	...

Este arquivo de dados traz os preçs das ações Bradesco PN (na quinta coluna), no dia 3 de fevereiro de 2003. As outras colunas trazem informação sobre o código do ativo, a hora e o número do negócio. Note que há três observações no mesmo instante de tempo, onze horas e um minuto. Para se ter uma quantidade razoável de dados intradiários para análise, o ativo deve ter uma grande liquidez, o que não acontece com um grande número dos papéis negociados na Bolsa de Valores de São Paulo, por exemplo.

Exemplo 1.3. Na Figura 1.3 (a), temos o gráfico de parte dos dados do Ibovespa, observados a cada quinze minutos, de 6 de abril de 1998 a 13 de agosto de 2003, num total de 1309 dias e T = 37.961 observações. Na Figura 1.4 (a), temos o gráfico de parte dos dados da Telemar PN, observados a cada 15 minutos, de 2 de janeiro de 2002 a 31 de mar¸co de 2005, com T = 21.429 observações.

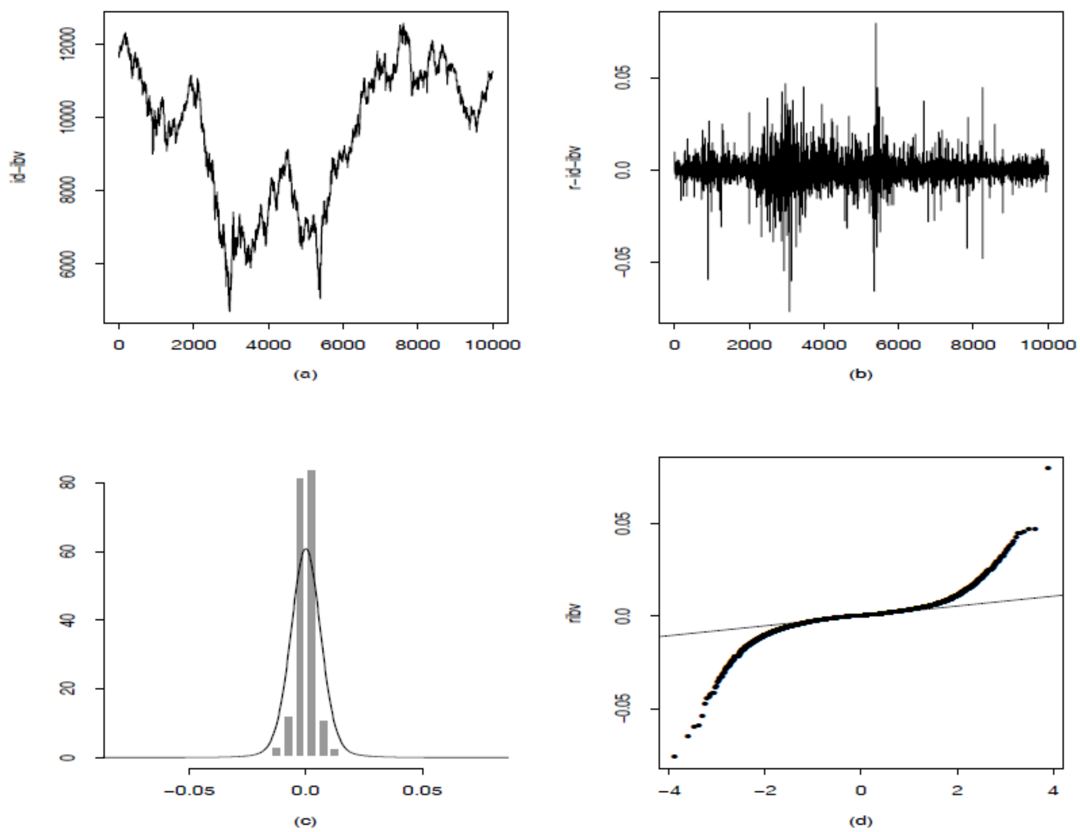

Figura 1.3: (a) Gráfico da série Ibovespa intradiária (b) série dos retornos (c) histograma dos retornos com densidade ajustada (d) gráfico $Q \times Q$

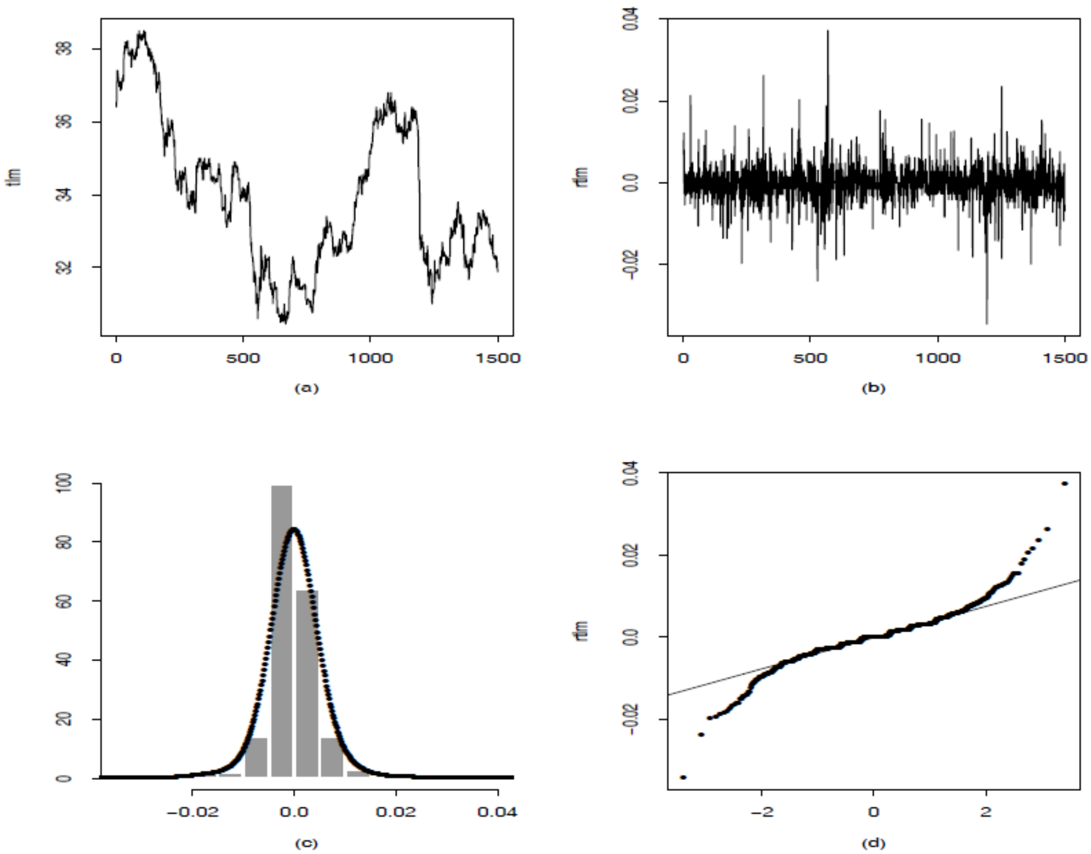

Figura 1.4: (a) Gráfico da série Telemar intradiária (b) série dos retornos (c) histograma dos retornos com densidade ajustada (d) gráfico $Q \times Q$

Retornos

Um dos objetivos em finanças é a avaliação de **riscos** de uma carteira de ativos (instrumentos) financeiros. O risco é frequentemente medido em termos de **variações de preços** dos ativos.

P_t : o preço de um ativo no instante t, normalmente um dia de negócio.

Suponha que não haja dividendos pagos no período. A variação de preços entre os instantes t−1 e t é dada por

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$$

e a variação relativa de preços ou **retorno líquido simples** deste ativo entre os mesmos instantes é definida por

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}.$$

Note que $R_t = P_t/P_{t-1} - 1$. Chamamos $1 + R_t = P_t/P_{t-1}$ de *retorno bruto simples*. Usualmente expressamos R_t em percentagem, relativamente ao período (um dia, um mês, um ano etc). É também chamado de *taxa de retorno*.

Denotando $p_t = \log P_t$ (sendo o logaritmo na base *e*), definimos o **retorno composto** continuamente ou simplesmente **log-retorno** como

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} = \log(1 + R_t) = p_t - p_{t-1}.$$

$$R_t = e^{r_t} - 1$$

muitas vezes, r_t será chamado simplesmente de **retorno**.

Na práica, é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escala e têm propriedades estatísticas mais interessantes (como estacionariedade e ergodicidade).

Um dos objetivos será modelar retornos.

Diversas classes de modelos podem ser utilizadas para esse fim, tais como os modelos ARMA, ARCH, GARCH, modelos de volatilidade estocástica etc.

para u pequeno, log(1+u) ≈ u, do que segue que os retornos simples R_t e os log-retornos r_t serão, em geral, valores próximos.

Podemos definir também **retornos multiperíodos**. O retorno simples de período k, entre os instantes t − k e t é dado por

$$R_t[k] = \frac{P_t - P_{t-k}}{P_{t-k}}, \qquad R_t[k] = \frac{P_t}{P_{t-k}} - 1.$$

Em termos de **retornos de um período** temos

$$\begin{aligned} 1 + R_t[k] &= \frac{P_t}{P_{t-k}} \\ &= \frac{P_t}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdots \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}}, \end{aligned}$$

$$1 + R_t[k] = (1 + R_t)(1 + R_{t-1}) \cdots (1 + R_{t-k+1}).$$

Para facilitar comparações em horizontes diferentes é comum "anualizar" os retornos simples, considerando

$$R_t[k]\text{anualizado} = [\Pi_{j=0}^{k-1}(1 + R_{t-j})]^{1/k} - 1,$$

que pode ser aproximado por

$$(1/k) \sum_{j=0}^{k-1} R_{t-j},$$

usando uma expansão de Taylor até primeira ordem.

o log-retorno de período k fica

$$r_t[k] = \log \frac{P_t}{P_{t-k}} = \log(1 + R_t[k]) = \sum_{j=0}^{k-1} \log(1 + R_{t-j}) = \sum_{j=0}^{k-1} r_{t-j}.$$

Por exemplo, um mês compreende normalmente cerca de 21 dias de transações, de modo que o log-retorno continuamente composto em um mês é dado por

$$r_t[21] = r_t + r_{t-1} + \ldots + r_{t-20},$$

para todo t.

Se houver pagamento de dividendos D_t no período, então os retornos ficam, respectivamente,

$$R_t = \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1,$$

$$r_t = \log(1 + R_t) = \log(P_t + D_t) - \log P_{t-1}.$$

Vemos que r_t é uma função não linear de log-preços e log-dividendos.

Exemplo 1.4. Considere os índices diários do Ibovespa do exemplo 1.1 e sejam $P_1 = 3580,80, \ldots, P_5 = 4051,90$. Então,

$$\begin{aligned}
R_2 &= \frac{P_2 - P_1}{P_1} = -0,004608, \\
r_2 &= \log \frac{P_2}{P_1} = -0,004619, \\
R_5[3] &= \frac{P_5 - P_2}{P_2} = 0,136801, \\
r_5[3] &= r_5 + r_4 + r_3 = \log \frac{P_5}{P_2} = 0,128218.
\end{aligned}$$