

# 30 Reunião 30: 10/DEZ/2020



paint the world  
**SUPER**  
COLORING

Figure 1: <http://www.supercoloring.com/>

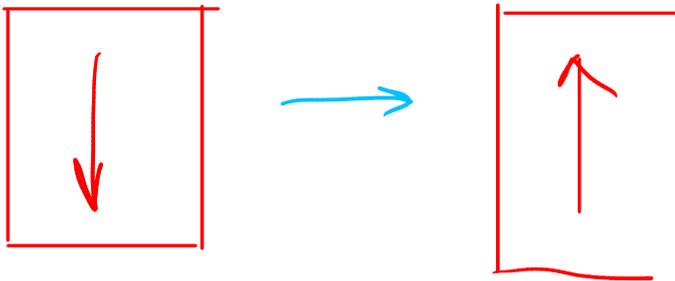
## 30.1 Reunião passada

*import matrix (com mt)*  
*from ...*

*list[list]*

Mais funções para nossa **biblioteca** para manipulação de matrizes `matriz.py`:

- `leia_matriz()`: invólucro para `leia_matriz_teclado()` e
- `leia_matriz_arquivo()`
- `leia_matriz_teclado()`: para leitura de matrizes através de digitação no teclado
- `leia_matriz_arquivo()`: para leitura de matrizes de arquivos
- `gire_horizontal()`: retorna a matriz dada de “ponta-cabeça”.
- sobre leitura de arquivos veja os rabiscos da reunião passada e a página <https://panda.ime.usp.br/pensepy/static/pensepy/10-Arquivos/files.html>

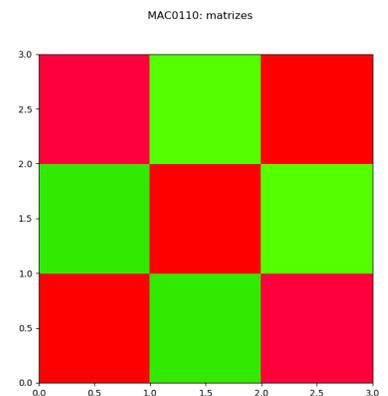
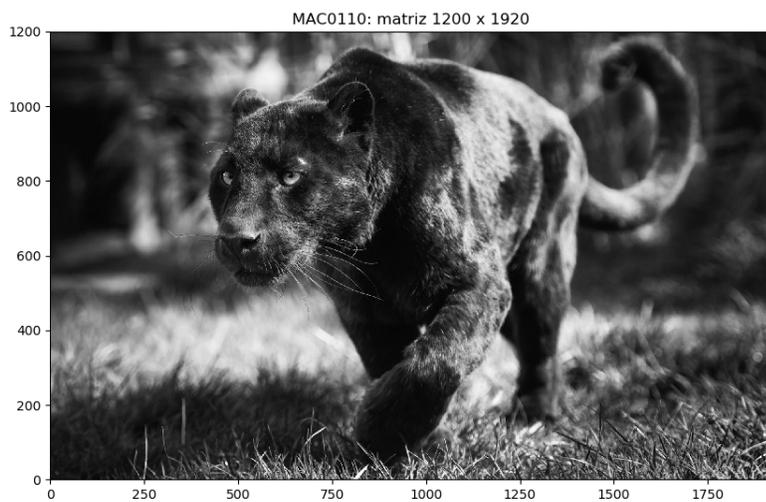
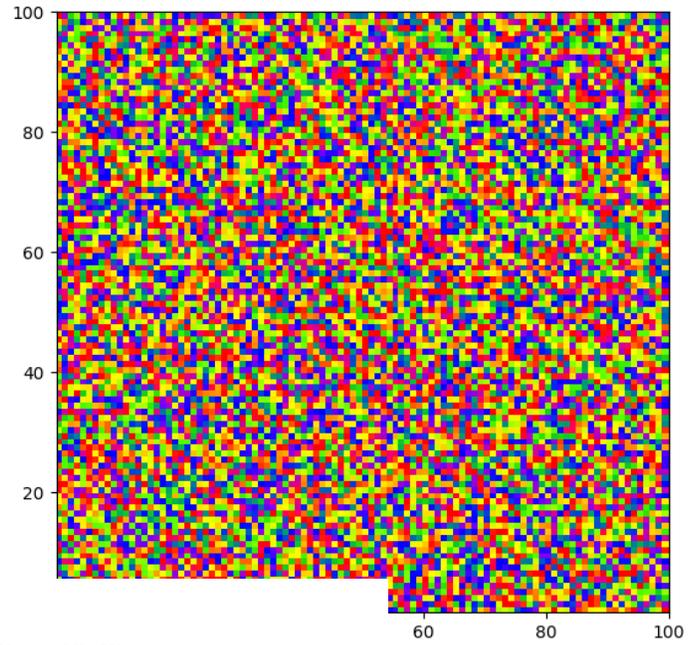
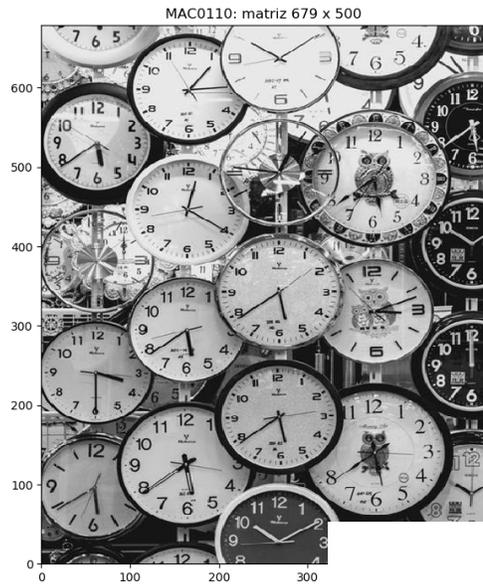


## 30.2 Hoje

- `rode_direita(mt)`: retorna uma matriz dada rotacionada para a direita
- `grave_matriz(mt, nome_arq)`: grava `matriz` no arquivo `nome_arq`
- `prod(mtA, mtB)`: retorna o produto da `mtA` por `mtB`

# 30.3 Matrices

MAC0110: matrizes



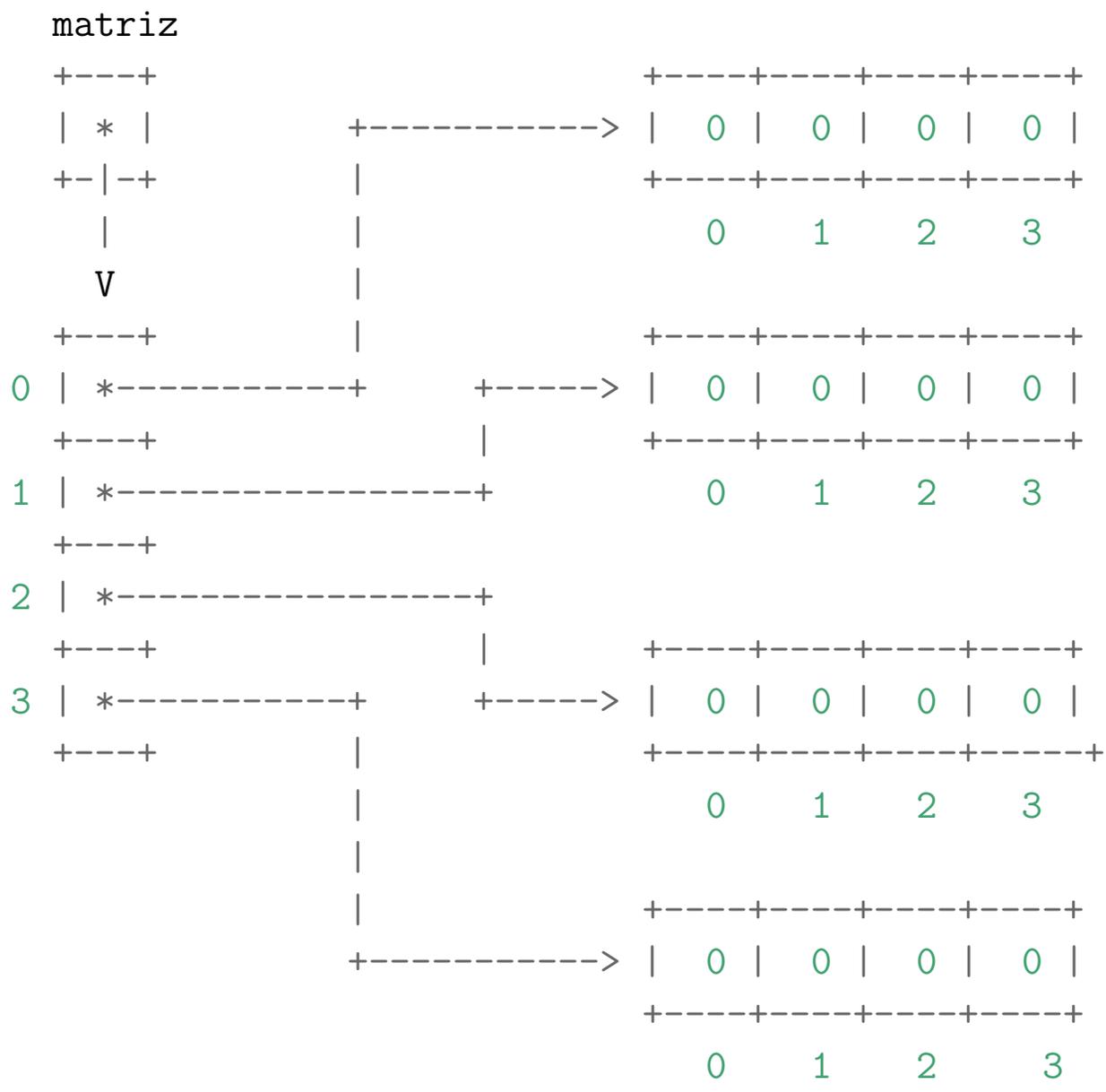
## 30.4 Manipulação de matrizes

Nossa biblioteca para manipulação de matrizes:

- `init_matriz(nlins, ncols, val=0)`: cria uma matriz de dimensão  $nlins \times ncols$  # REUNIÃO 28
- `to_str(mt)`: string para ser usada por `print()` para exibir a `mt` # REUNIÃO 28
- `exiba_matriz(mt)`: exibe `mt` na tela # FEITA
- `grave_matriz(mt, nome_arq)`: grava `mt` em um arquivo '# HOJE
- `exiba_imagem(mt)`: mostra `mt` como imagem # FEITO
- `simetrica(mt)`: verifica se `mt` é simetrica # REUNIÃO 27
- `linhas_val(mt, val)`: linhas com todos valores iguais a `val` # REUNIÃO 27
- `colunas_val(mt, val)`: linhas com todos valores iguais a `val` # REUNIÃO 27
- `diagonais(mt, val)`: diagonais têm apenas valor `val` # REUNIÃO 27
- `prod(mtA, mtB)`: retorna o produto de `mtA` por `mtB` '# HOJE
- `leia_matriz(None)`: leitura de matriz # REUNIÃO 29
- `leia_matriz_teclado()`: lê matriz do teclado # REUNIÃO 29
- `leia_matriz_arquivo(nome_arq)`: lê matriz de arquivo # REUNIÃO 29
- `rode_dir(mt)`: roda matriz para direita # HOJE
- `rode_esq(mt)`: roda matriz para esquerda # HOJE
- `gire_horizontal(mt)`: reflete `mt` horizontalmente # REUNIÃO 29
- `give_vertical(mt)`: reflete `mt` verticalmente # HOJE

# 30.5 init\_matriz()

```
init_matriz(4, 4, 0)
```



# Rascunhos

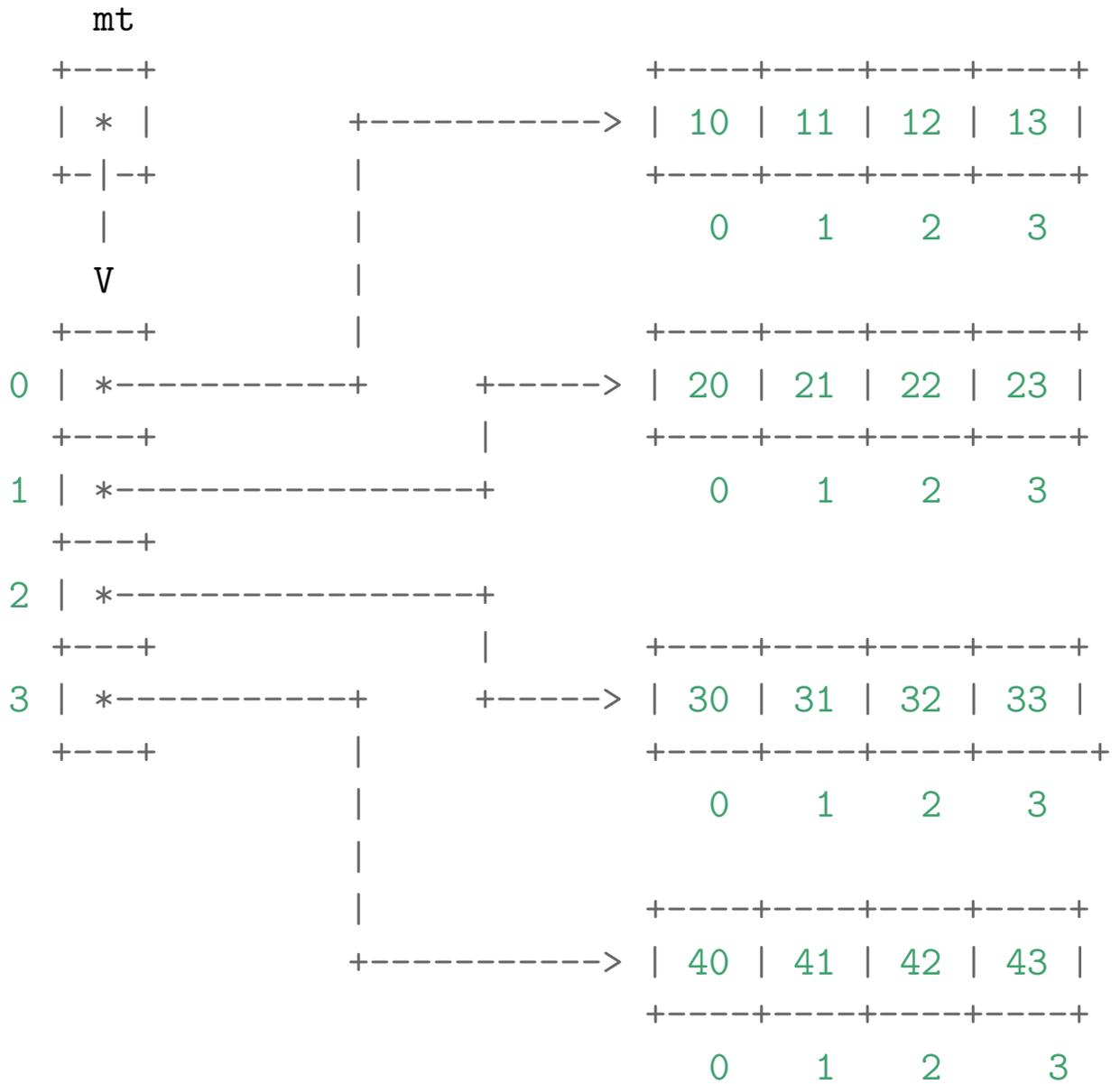
```

          0   1   2   3
    +-----+-----+-----+-----+
lst ----> | *   | *   | *   | *   |
    +-|---+-|---+-|---+-|---+-|
        |       |       |       |
        |       +---+---+       |
        |       |       |       |
        |       |       |       |
        |       V       |       |
    +-----> 0 <-----+

```

```
lst = [ 0, 0, 0, 0 ]
```

# Rascunhos

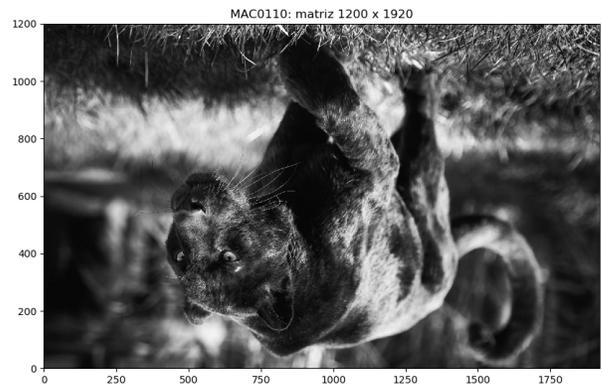
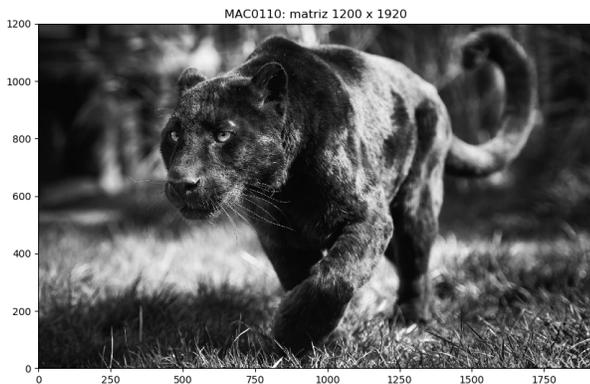


## 30.6 gire\_horizontal()

```
    0  1  2  3
+---+---+---+---+
0 | a | b | c | d |
+---+---+---+---+
1 | e | f | g | h |
+---+---+---+---+
2 | i | j | k | l |
+---+---+---+---+
3 | m | n | o | p |
+---+---+---+---+
4 | q | r | s | t |
+---+---+---+---+
```

flipH()  
----->

```
    0  1  2  3
+---+---+---+---+
0 | q | r | s | t |
+---+---+---+---+
1 | m | n | o | p |
+---+---+---+---+
2 | i | j | k | l |
+---+---+---+---+
3 | e | f | g | h |
+---+---+---+---+
4 | a | b | c | d |
+---+---+---+---+
```



## Solução

```
def gire_horizontal(mt):  
    '''(matriz) -> matriz  
  
    RECEBE uma matriz `mt`.  
    RETORNA a `mt` refletida horizontalmente (cima-baixo).  
    Essa função NÃO é mutadora.  
    '''  
    nlins = len(mt)  
    ncols = len(mt[0])  
    horizontal = init_matriz(nlins, ncols)  
    for i in range(nlins):  
        for j in range(ncols):  
            horizontal[i][j] = mt[nlins-i-1][j]  
    return horizontal
```

# 30.7 gire\_vertical()

```

    0   1   2   3
+---+---+---+---+
0 | a | b | c | d |
+---+---+---+---+
1 | e | f | g | h |
+---+---+---+---+
2 | i | j | k | l |
+---+---+---+---+
3 | m | n | o | p |
+---+---+---+---+
4 | q | r | s | t |
+---+---+---+---+

```

flipV()  
----->

```

    0   1   2   3
+---+---+---+---+
0 | d | c | b | a |
+---+---+---+---+
1 | h | g | f | e |
+---+---+---+---+
2 | l | k | j | i |
+---+---+---+---+
3 | p | o | n | m |
+---+---+---+---+
4 | t | s | r | q |
+---+---+---+---+

```



## Solução

```
def gire_vertical(mt):  
    '''(matriz) -> matriz  
  
    RECEBE uma matriz `mt`.  
    RETORNA a `mt` refletida verticalmente (esquerda-direita).  
    Essa função NÃO é mutadora.  
    '''  
    nlins = len(mt)  
    ncols = len(mt[0])  
    vertical = init_matriz(nlins, ncols)  
    for i in range(nlins):  
        for j in range(ncols):  
            vertical[i][j] = mt[i][ncols-j-1]  
    return vertical
```

30.8 rode\_direita()  $dr = \text{init\_matriz}(4, 5)$   $\frac{n\text{cols}}{n\text{lines}}$   $4 \times 5$

$5 \times 4$

```

0 0 1 2 3
+---+---+---+---+
0 | a | b | c | d |
+---+---+---+---+
1 | e | f | g | h |
+---+---+---+---+
2 | i | j | k | l |
+---+---+---+---+
3 | m | n | o | p |
+---+---+---+---+
4 | q | r | s | t |
+---+---+---+---+

```

```

0 0 1 2 3 4
+---+---+---+---+---+
0 | q | m | i | e | a |
+---+---+---+---+---+
1 | r | n | j | f | b |
+---+---+---+---+---+
2 | s | o | k | g | c |
+---+---+---+---+---+
3 | t | p | l | h | d |
+---+---+---+---+---+

```

rotateR()

---->

$dr = \text{init\_matriz}(\text{ncols}, \text{nlines})$

$n\text{lines} \rightarrow 5$

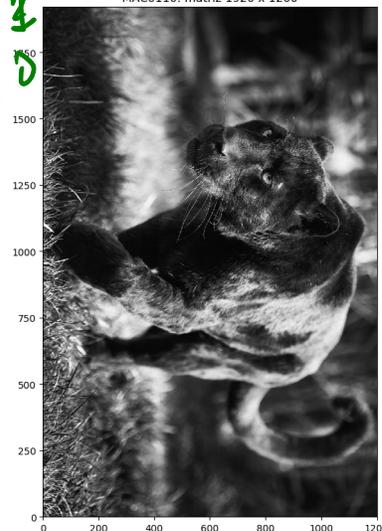
```

for i in range(4):
    for j in range(5):
        dr[i][j] = mt[??][??]

```

$dr[0][0] = mt[4][0]$   
 $dr[0][1] = mt[3][0]$   
 $dr[0][2] = mt[2][0]$

$3 \rightarrow 1$   
 $4 \rightarrow 0$



## Solução

```
def rode_dir(mt):  
    '''(matriz) -> matriz  
  
    RECEBE uma matriz `mt`.  
    RETORNA a `mt` rotacionada para a direita (horário)  
    Essa função NÃO é mutadora.  
    '''  
    nlins = len(mt)  
    ncols = len(mt[0])  
    direita = init_matriz(ncols, nlins)  
    for i in range(ncols):  
        for j in range(nlins):  
            direita[i][j] = mt[nlins-j-1][i]  
    return direita
```

cria uma NOVA matriz

## 30.9 rode\_esquerda()

```

    0   1   2   3
+---+---+---+---+
0 | a | b | c | d |
+---+---+---+---+
1 | e | f | g | h |
+---+---+---+---+
2 | i | j | k | l |
+---+---+---+---+
3 | m | n | o | p |
+---+---+---+---+
4 | q | r | s | t |
+---+---+---+---+

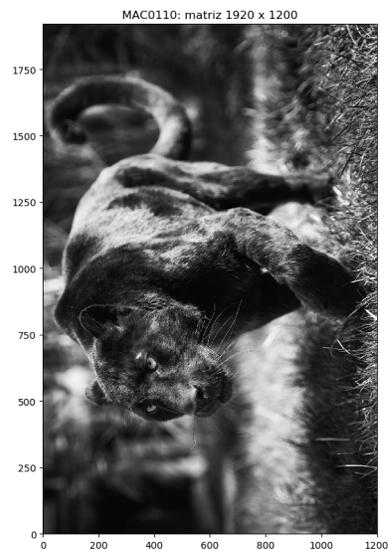
```

rotateL()  
----->

```

    0   1   2   3
+---+---+---+---+
0 | d | h | l | p | t |
+---+---+---+---+
1 | c | g | k | o | s |
+---+---+---+---+
2 | b | f | j | n | r |
+---+---+---+---+
3 | a | e | i | m | q |
+---+---+---+---+

```



### 30.9.1 Solução

```
def rode_esq(mt):  
    '''(matriz) -> matriz  
  
    RECEBE uma matriz `mt`.  
    RETORNA a `mt` rotacionada para a esquerda (anti-horário).  
    Essa função NÃO é mutadora.  
    '''  
    nlins = len(mt)  
    ncols = len(mt[0])  
    esquerda = init_matriz(ncols, nlins)  
    for i in range(ncols):  
        for j in range(nlins):  
            esquerda[i][j] = mt[j][ncols-i-1]  
    return esquerda
```

## 30.10 Exercício: produto de matrizes

Neste exercício escreveremos mais funções que manipulam matrizes para a nossa biblioteca `matriz.py`:

- `prod()`: recebe duas matrizes e retorna o seu produto
- `grave_matriz()`: recebe uma matriz e o nome de um arquivo e grava a matriz no arquivo

Escreva um função que recebe como parâmetros duas matrizes  $A_{m \times n}$  e  $B_{n \times p}$  e calcula e retorna a matriz  $C_{m \times p}$  que é o produto de A por B.

### Exemplos

$$A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 2} = C_{2 \times 2}$$

$$mt\ C = mt - \text{matriz}(m, p)$$

$m = 2$     $n = 3$     $p = 2$   
 $mt\ A$     $mt\ B$     $mt\ C$

	0	1	2		0	1	
0	1	2	-1	$\times$	1	-1	$+$
1	0	3	2	$\times$	2	0	$+$
					3	2	

$2$  (m)    $3$  (n)    $2$  (p)

$mt\ C$   
 C   0   1

0	2	-3
1	12	4

$||m||$

```
In [1]: import matriz as mt
```

```
In [2]: A = [ [ 1, 2, -1], [ 0, 3, 2] ]
```

```
In [3]: B = [ [ 1, -1], [ 2, 0], [ 3, 2] ]
```

```
In [4]: mt.exiba_matriz(A)
```

Matriz: 2 x 3

1 2 -1

0 3 2

```
In [5]: mt.exiba_matriz(B)
Matriz: 3 x 2
  1 -1
  2  0
  3  2
```

```
In [6]: C = mt.prod(A, B)
In [7]: mt.exiba_matriz(C)
Matriz: 2 x 2
  2 -3
 12  4
```

```
In [8]: A = [ [ 1, 2, -1], [ 0, 3, 2] ]
In [9]: mt.grave_matriz(A, "arqA.txt")
In [10]: more arqA.txt
2 3
1 2 -1
0 3 2
```

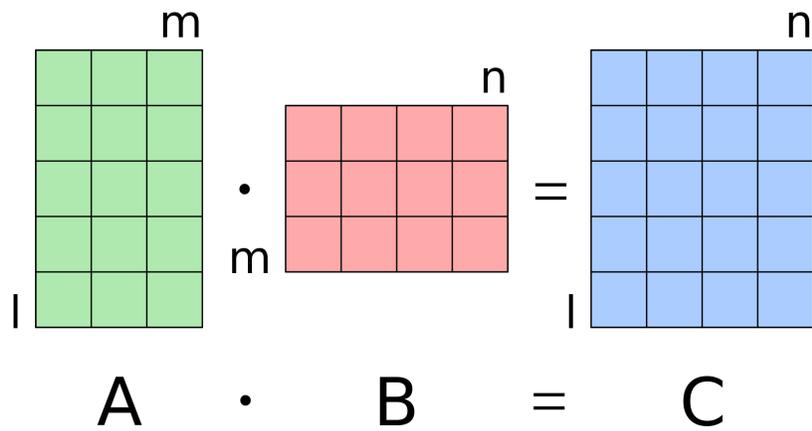


Figure 3: Dimensões do produto de matrizes (Fonte: Wikipedia)

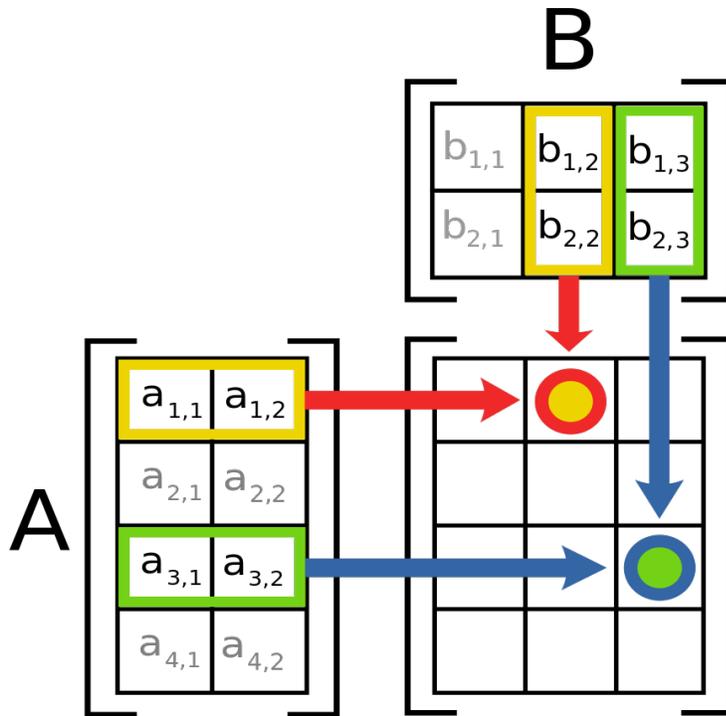


Figure 4: Diagrama da multiplicação de matrizes (Fonte: Wikipedia)

# Rascunho

$$C[0][0] = A[0][0] \times B[0][0] \\ + A[0][1] \times B[1][0] \\ + A[0][2] \times B[2][0]$$

B	0	1	p
0	1	-1	
1	2	0	
2	3	2	

$$C[0][1] = A[0][0] \times B[0][1] \\ + A[0][1] \times B[1][1] \\ + A[0][2] \times B[2][1]$$

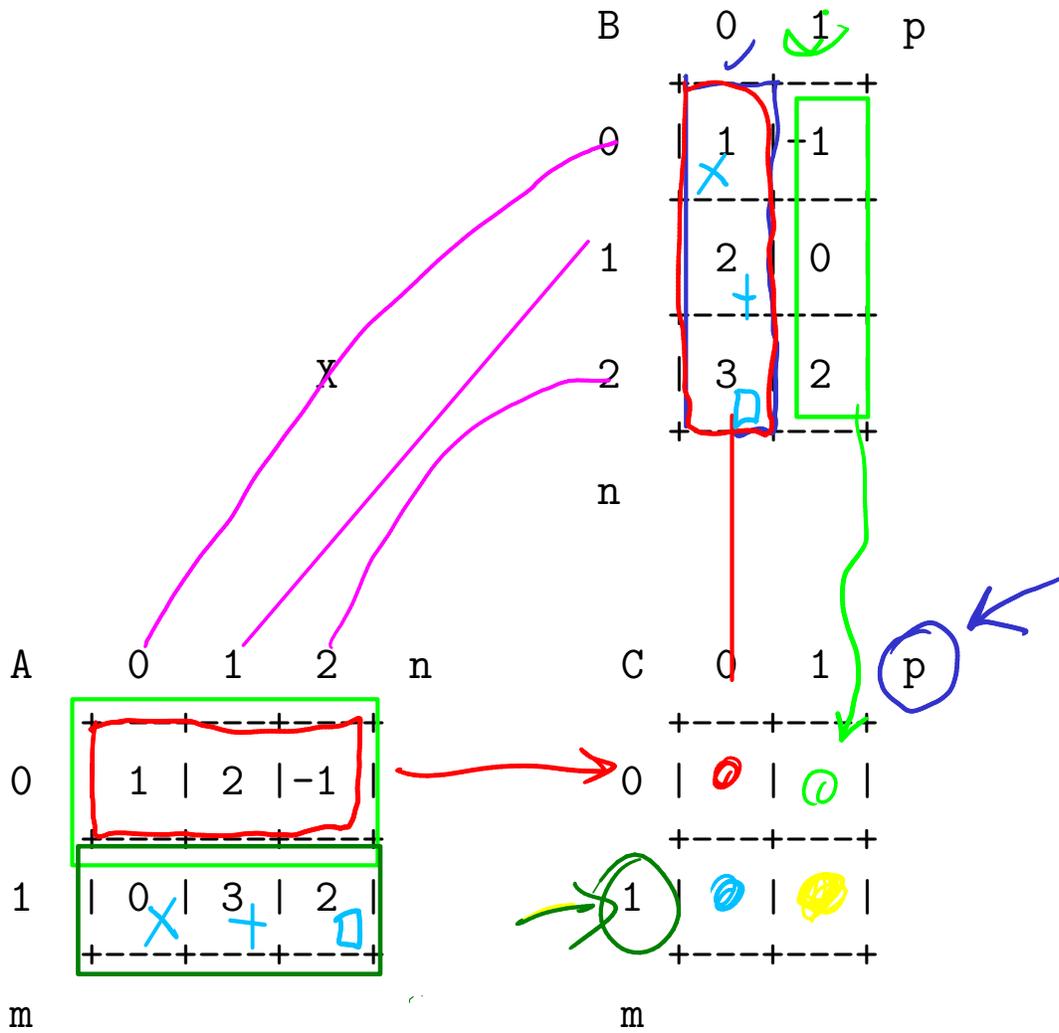
for  $k$  in range( $n$ ):  
 $C[0][0] += A[0][k] \times B[k][0]$

for  $k$  in range( $3$ ):  
 $k$

A	0	1	2	n
0	1	2	-1	
1	0	3	2	

C	0	1	p
0			
1			

# Rascunho



for j in range(p):

for k in range(n):

$$C[0][j] += A[0][k] * A[k][j]$$

# Rascunho

X

B	0	1	p
0	1	-1	
1	2	0	
2	3	2	
n			

A	0	1	2	n
0	1	2	-1	
1	0	3	2	
m				

C	0	1	p
0			
1			
m			

## Solução

```
#-----  
def prod(mtA, mtB):  
    '''(matriz, matriz) -> matriz  
  
    RECEBE matrizes `mtA` e `mtB`.  
    RETORNA a matriz que é o produto de `mtA` e `mtB`.  
  
    Pré-condição: supõe que as dimensões das matrizes são  
    compatíveis.  
    '''  
    nlinsA = len(mtA)  
    ncolsA = nlinsB = len(mtA[0])  
    ncolsB = len(mtB[0])  
  
    # crie uma matriz para armazenar o produto  
    mtC = crie_matriz(nlinsA, ncolsB)  
  
    # preencha mtC com o produto  
    for i in range(nlinsA):  
        # determine a linha i do produto  
        for j in range(ncolsB):  
            # determine o elemento [i][j]  
            for k in range(ncolsA):  
                mtC[i][j] += mtA[i][k] * mtB[k][j]  
  
    # retorna a matriz com o produto  
    return mtC
```

### 30.10.1 grave\_matriz()

```
#-----  
def grave_matriz(mt, nome_arq = "matriz.txt"):   
    '''(matriz, str) -> None  
  
    RECEBE uma matriz `mt` e uma string `nome_arq`  
    GRAVA `mt` em um arquivo de nome `nome_arq`  
    '''  
  
    # 1 abra o arquivo  
    arq = open(nome_arq, 'w', encoding='utf-8')  
    # pegue nlins e ncols  
    nlins = len(mt)  
    ncols = len(mt[0])  
    arq.write(f"{nlins} {ncols}\n")  
    for i in range(nlins):  
        for j in range(ncols):  
            arq.write(f"{mt[i][j]} ")  
        arq.write("\n")  
    # feche o arquivo  
    arq.close()
```

## 30.11 Exercício: campo minado

Escreva um programa que leia uma matriz de de 0's (posições *livres*) e -1's (*minas*) e imprime a quantida de minas ao redor de cada posição livre da matriz.

### Exemplo

Veja aqui um esqueleto de `minas.py` além do arquivo `minas.txt`.

Campo minado 5 x 6:

Matriz: 5 x 6

```
0 -1 0 -1 -1 0
-1 0 0 0 0 -1
0 -1 -1 0 -1 -1
-1 0 0 -1 0 -1
0 0 0 -1 0 0
```

Posicao livre	no. de minas
---------------	--------------

-----

[0] [0]	2
[0] [2]	2
[0] [5]	2
[1] [1]	4
[1] [2]	4
[1] [3]	4
[1] [4]	5
[2] [0]	3
[2] [3]	3
[3] [1]	3
[3] [2]	4
[3] [4]	5
[4] [0]	1
[4] [1]	1
[4] [2]	2

[4] [4]

3

[4] [5]

1

# Rascunhos



Figure 5: Minesweeper (Fonte: Wikipedia)

# Rascunhos

	0	1	2	3	4	5	n
0	0	-1	0	-1	-1	0	
1	-1	0	0	0	0	-1	
2	0	-1	-1	0	-1	-1	
3	-1	0	0	-1	0	-1	
4	0	0	0	-1	0	0	
m							

# Rascunhos

	0	1	2	3	4	5	n
0	0	-1	0	-1	-1	0	
1	-1	0	0	0	0	-1	
2	0	-1	-1	0	-1	-1	
3	-1	0	0	-1	0	-1	
4	0	0	0	-1	0	0	
m							

## Solução

```
# mt.leia_matriz(), mt.exiba_matriz()
import matriz as mt

# CONSTANTES
MINA = -1
LIVRE = 0

#-----
def main():
    '''
    Programa que lê uma matriz de dimensão nxm de 0's (posições
    livres) e -1's (minas) e exibe a quantidade de minas ao redor
    de cada posição livre da matriz.
    '''
    # 1. leia o campo minado do arquivo minas.txt
    campo = mt.leia_matriz("minas.txt")

    # 2. pegue a dimensão do campo
    m = len(campo)
    n = len(campo[0])
    print(f"\nCampo minado {m} x {n}:")

    # 3. exiba a matriz do campo
    mt.exiba_matriz(campo)

    # 4. pare para admirarmos o campo
    mt.pause()

    # 4. exiba o número de posições livres ao redor de cada posi
    print("Posicao livre    no. de minas")
```

```

print("-----")
for i in range(m):
    for j in range(n):
        # a posição [i][j] é livre
        if campo[i][j] == LIVRE:
            # conte o número de posições livres
            num = no_minas(campo,i,j)
            # exiba o número de posições livres
            print(f"    [{i}][{j}]                {num}")

```

#-----

```

def no_minas (campo, lin, col):
    ''' (matriz, int, int) -> int

    RECEBE uma matriz `campo` de 0s e -1s e uma posição [lin][col]
    RETORNA o número de posições ao redor de [lin][col] que contêm
    o valor MINA.

    Pré-condição: supõe que a posição [LIN][COL] tem o valor LIVRE
    '''

    # contador de minas
    no_minas = 0

    # dimensão do campo
    nlins = len(campo)
    ncols = len(campo[0])

```

```
# percorra o campo
for i in range(lin-1, lin+2):
    for j in range(col-1, col+2):
        # verifique se a posição é válida
        if 0 <= i and i < nlines and 0 <= j and j < ncols:
            # conte se tem mina
            if campo[i][j] == MINA:
                no_minas += 1

return no_minas
```



Figure 6: Placa elevador

Pensar

MAC0110

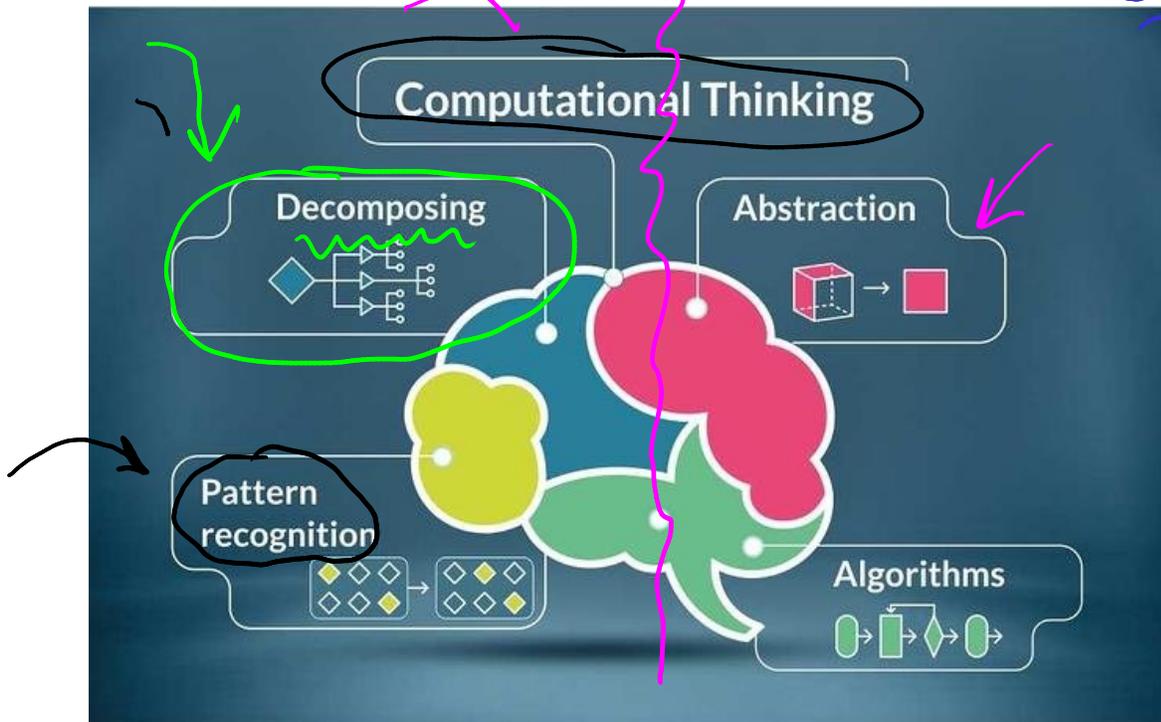


Figure 7: Fonte: <https://www.researchgate.net>

# 30.13 MAC0110

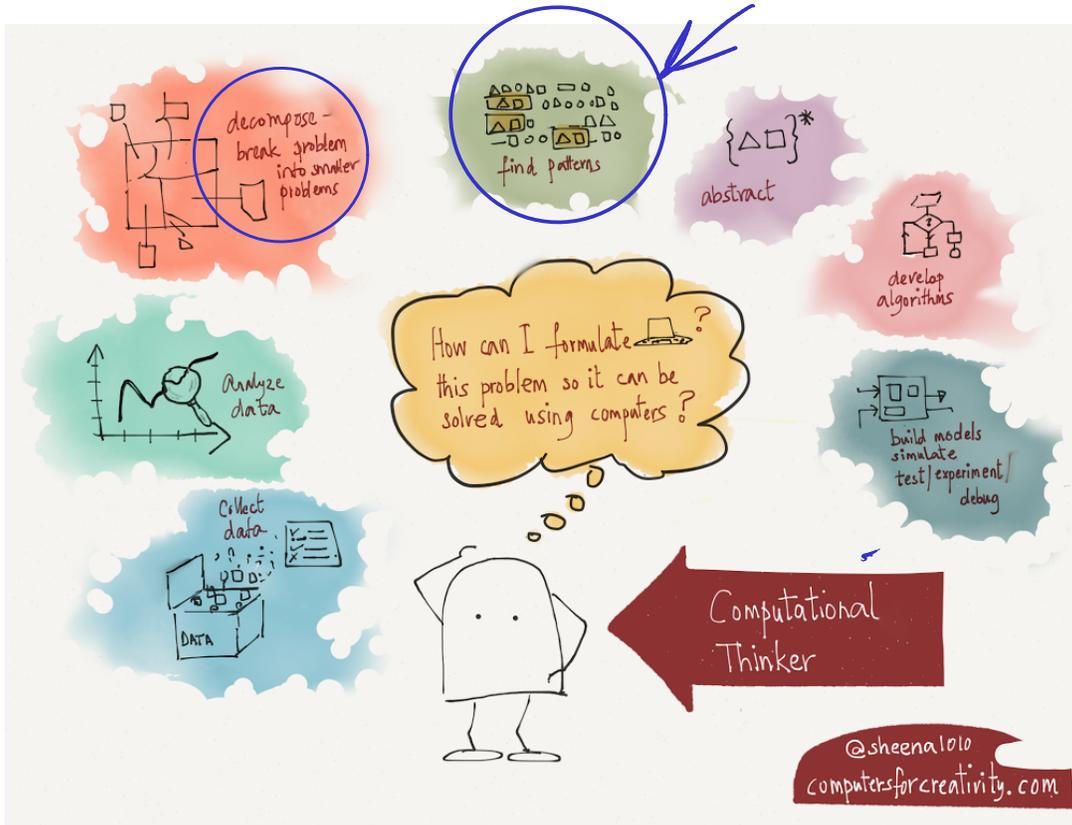
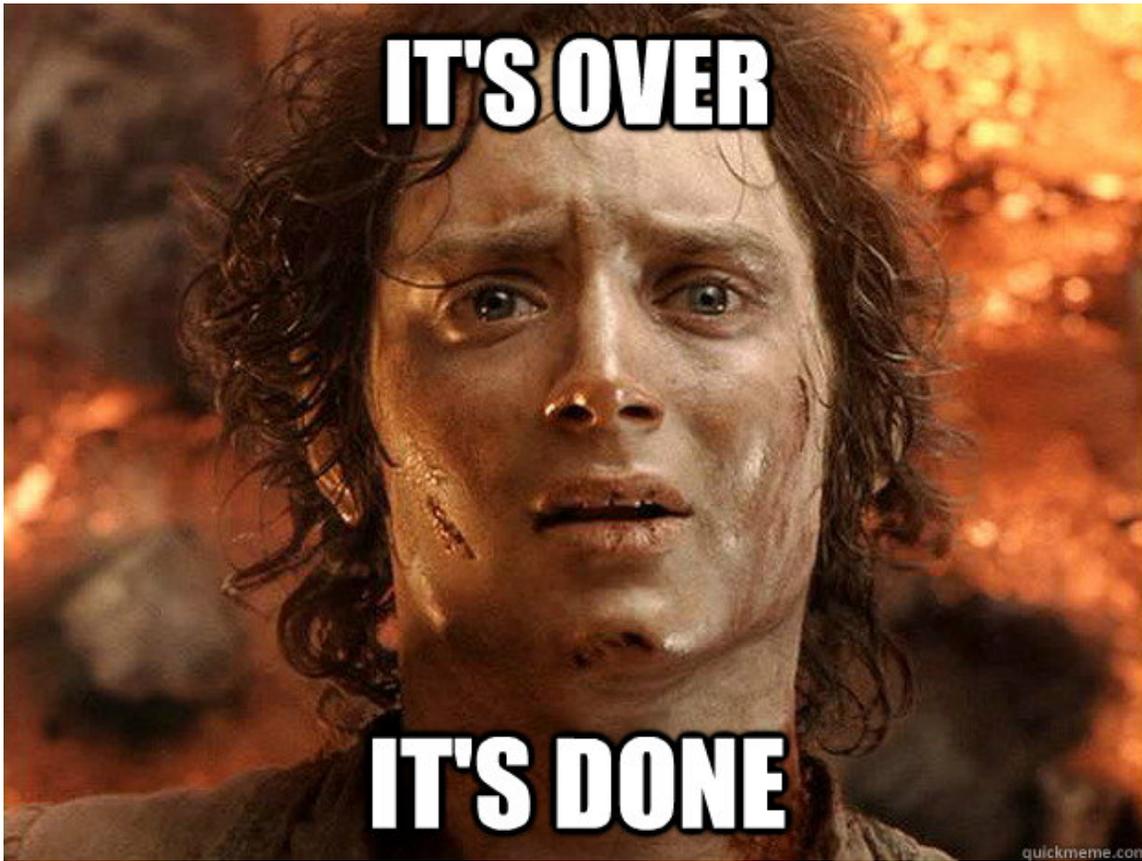


Figure 8: Raciocínio



Reunião  
próximo  
terço  
↓

