

# Filas

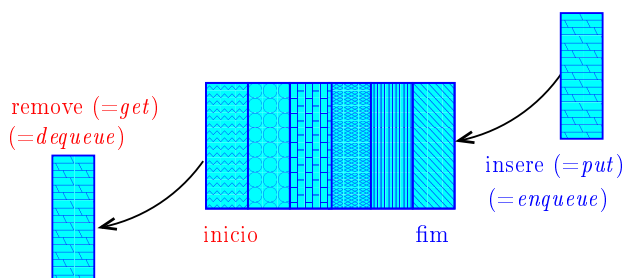
## AULA 14

PF 5.1

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

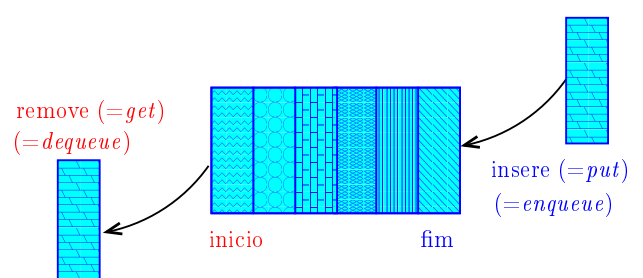
### Filas

Uma **fila** (=queue) é uma lista dinâmica em que todas as **inserções** são feitas em uma extremidade chamada de **fim** e todas as **remoções** são feitas na outra extremidade chamada de **início**.



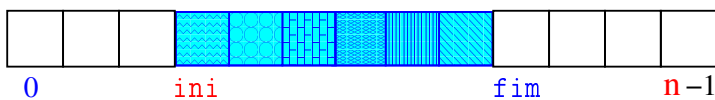
### Filas

Assim, o **primeiro** objeto a ser **removido** de uma fila é o **primeiro** que foi **inserido**. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **FIFO** (=First In First Out)



### Implementação em um vetor

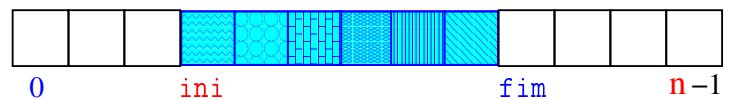
A fila será armazenada em um vetor  $q[0 \dots n-1]$ .



- O índice **ini** indica o **primeiro** da fila.
- O índice **fim-1** indica o **último** da fila.
- fim** é a **primeira posição vaga** da fila.
- A fila está **vazia** se "**ini == fim**".
- A fila está **cheia** se "**fim == n**".

### Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor  $q[0 \dots n-1]$ .



Para **remover** (=dequeue=get) um elemento faça

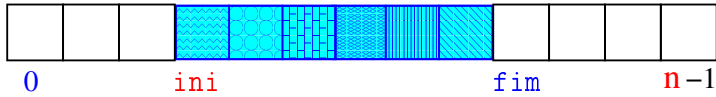
```
x = q[ini++];
```

que é equivalente a

```
x = q[ini];  
ini += 1;
```

## Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor  $q[0 \dots n-1]$ .



Para *inserir* (= *queue=put*) um elemento faça

```
q[fim++] = x;
```

que é equivalente a

```
q[fim] = x;  
fim += 1;
```

Navigation icons: back, forward, search, etc.

## Distâncias

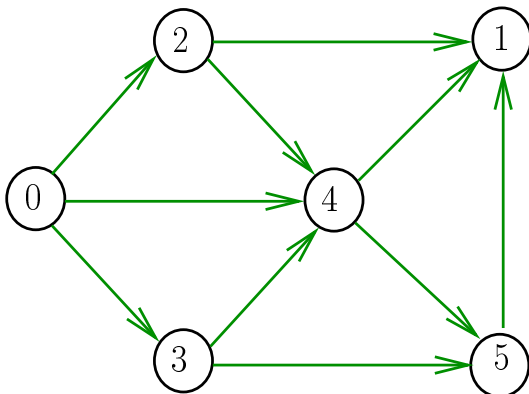
PF 5.2

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

Navigation icons: back, forward, search, etc.

## Rede de estradas

Considere  $n$  cidades numeradas de 0 a  $n-1$  interligadas por estradas de mão única.

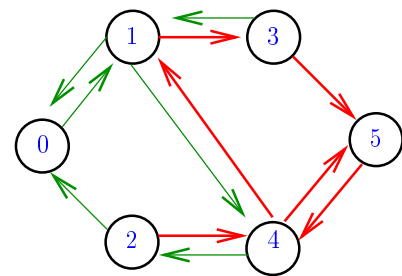


Navigation icons: back, forward, search, etc.

## Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contando-se as repetições.

Exemplo: 2-4-1-3-5-4-5 tem comprimento 6

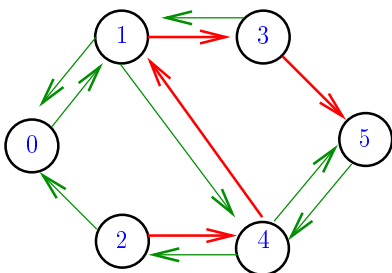


Navigation icons: back, forward, search, etc.

## Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contando-se as repetições.

Exemplo: 2-4-1-3-5 tem comprimento 4

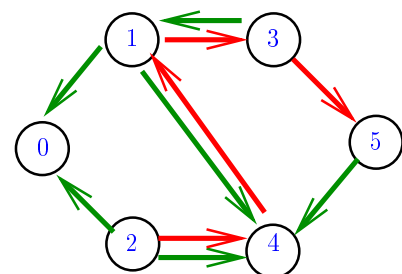


Navigation icons: back, forward, search, etc.

## Distância

A **distância** de uma cidade  $c$  a uma cidade  $i$  é o menor comprimento de um caminho de  $c$  a  $i$ . Se não existe caminho de  $c$  a  $i$  a distância é "infinita".

Exemplo: a distância de 2 a 5 é 4

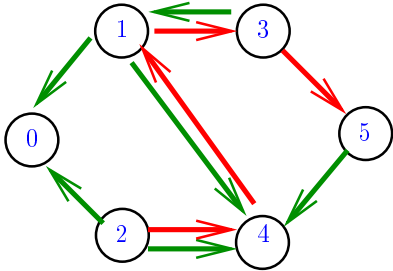


Navigation icons: back, forward, search, etc.

## Distância

A **distância** de uma cidade  $c$  a uma cidade  $i$  é o menor comprimento de um caminho de  $c$  a  $i$ . Se não existe caminho de  $c$  a  $i$  a distância é “**infinita**”

Exemplo: a distância de 0 a 2 é infinita

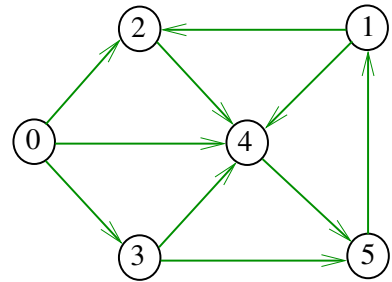


## Calculando distâncias

**Problema:** dada um rede de estradas e uma cidade  $c$ , determinar a distância de  $c$  a cada uma das demais cidades

Exemplo: para  $c = 0$

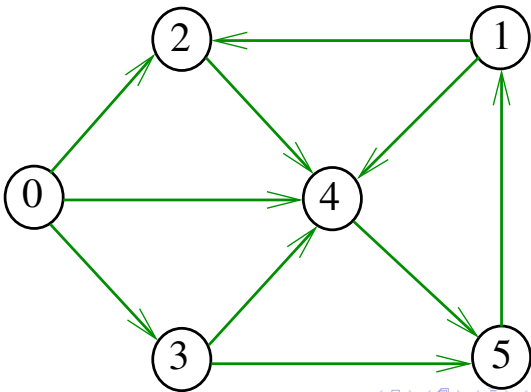
$i$	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	3	1	1	1	2



## Simulação

$i$	0	1	2	3	4	5
$q[i]$						

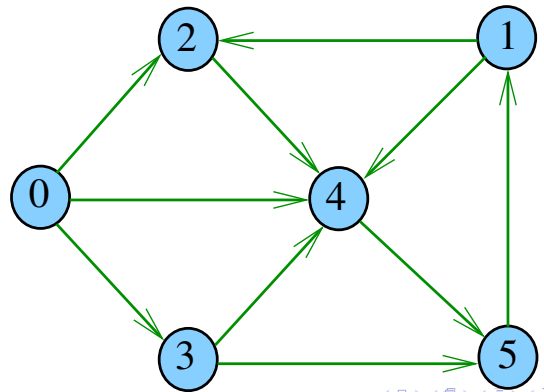
$i$	0	1	2	3	4	5
$d[i]$						



## Simulação

$i$	0	1	2	3	4	5
$q[i]$						

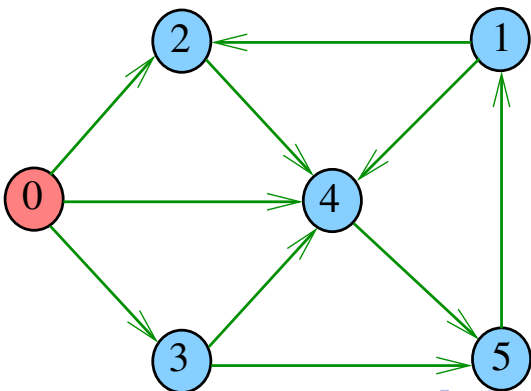
$i$	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	6	6	6	6	6	6



## Simulação

$i$	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0					

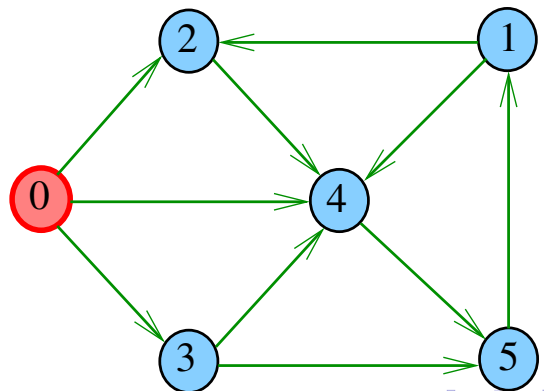
$i$	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	6	6	6	6	6	6



## Simulação

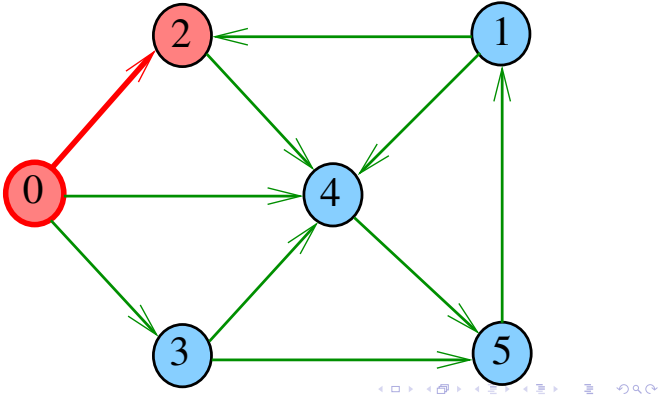
$i$	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0					

$i$	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	6	6	6	6



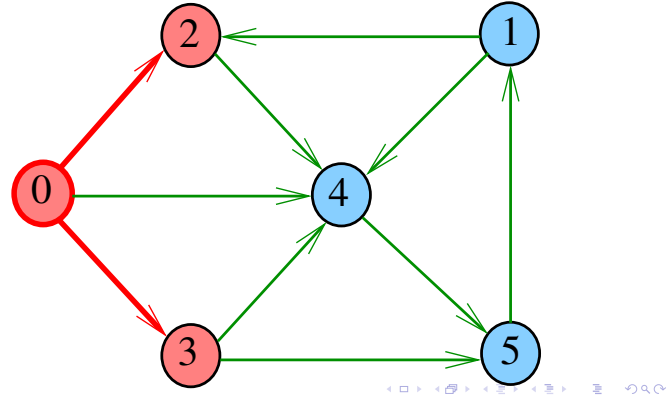
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2					d[i]	0	6	1	6	6	6



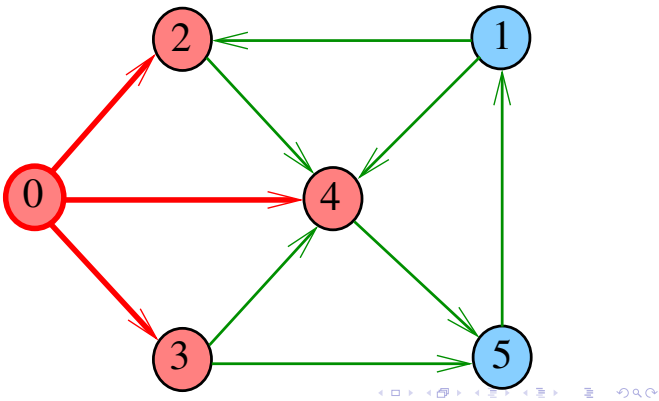
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3				d[i]	0	6	1	1	6	6



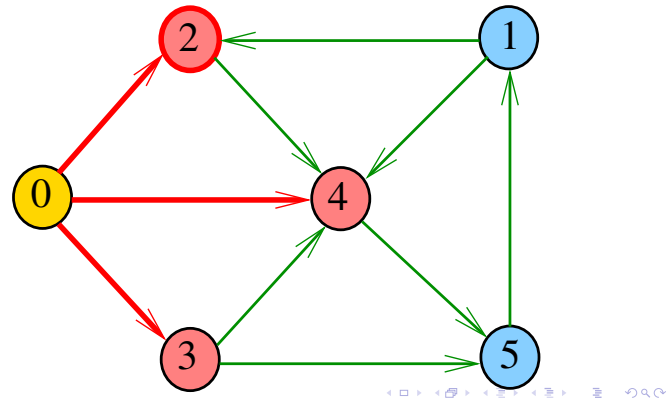
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4			d[i]	0	6	1	1	1	6



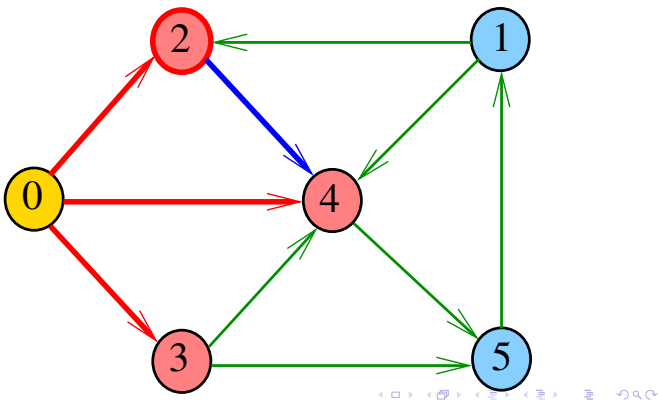
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4			d[i]	0	6	1	1	1	6



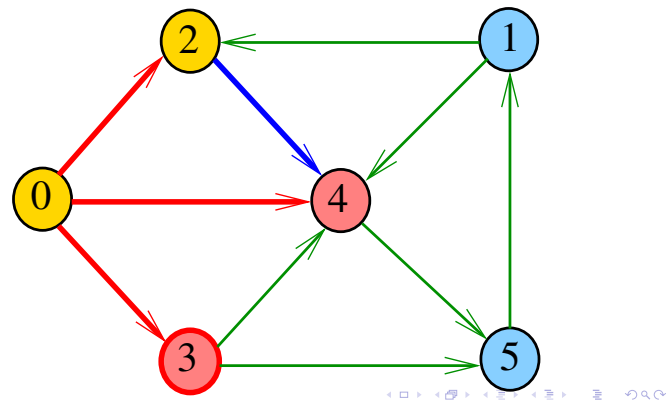
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4			d[i]	0	6	1	1	1	6



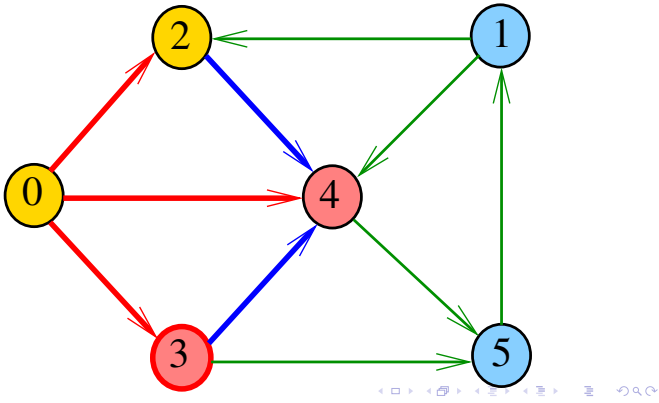
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4			d[i]	0	6	1	1	1	6



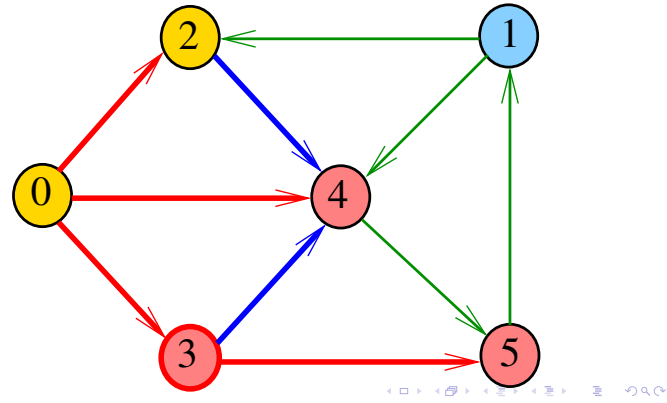
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4			d[i]	0	6	1	1	1	6



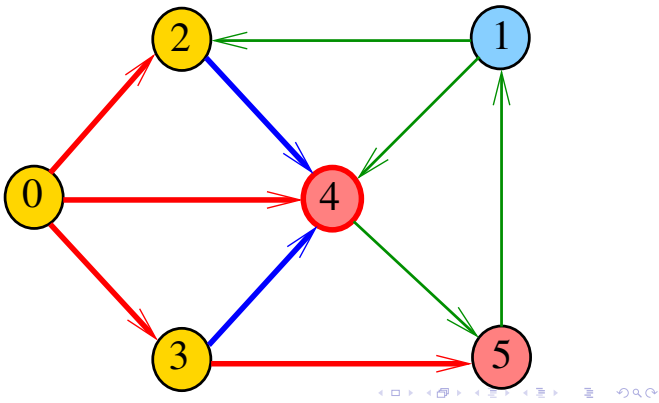
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5		d[i]	0	6	1	1	1	2



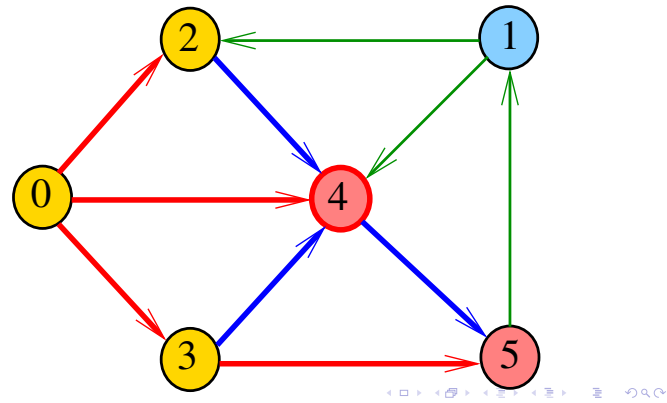
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5		d[i]	0	6	1	1	1	2



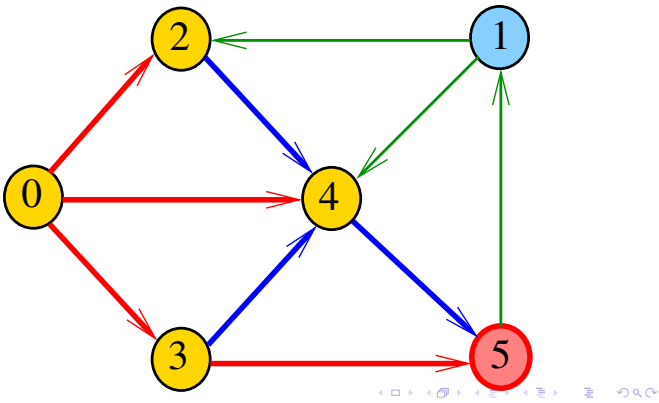
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5		d[i]	0	6	1	1	1	2



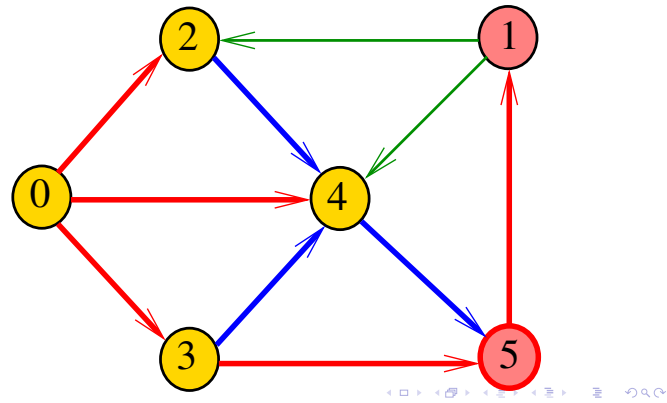
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5		d[i]	0	6	1	1	1	2



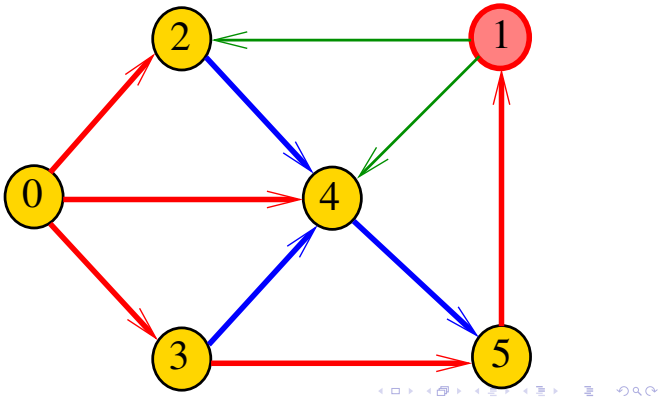
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1	d[i]	0	3	1	1	1	2



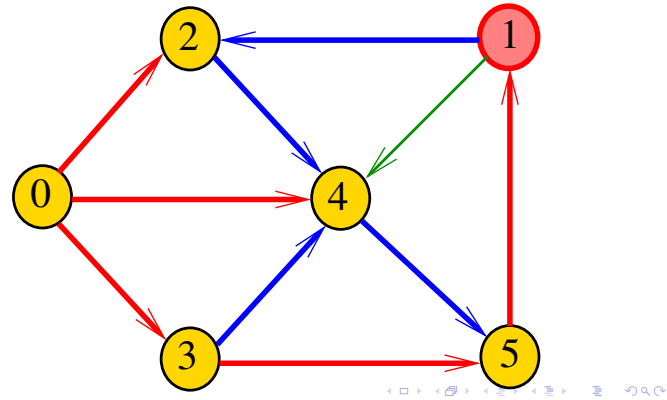
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1	d[i]	0	3	1	1	1	2



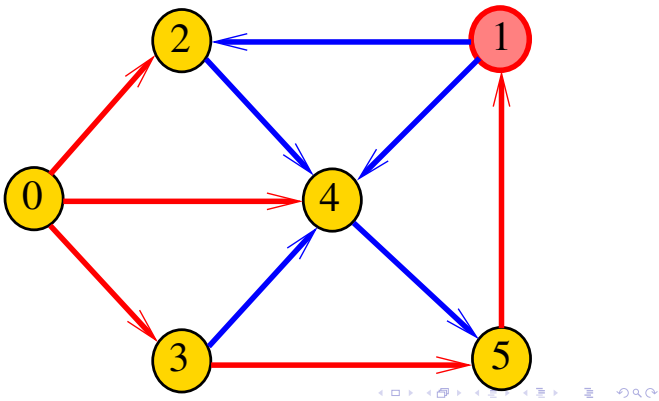
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1	d[i]	0	3	1	1	1	2



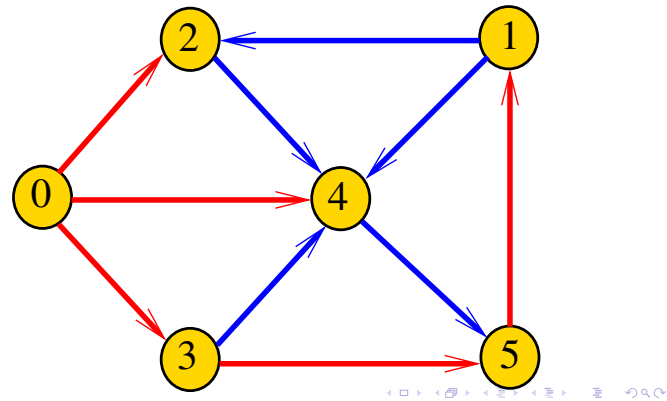
### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1	d[i]	0	3	1	1	1	2



### Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	1	d[i]	0	3	1	1	1	2



### Representação da rede

As ligações entre as cidades são representadas por uma matriz A.

$A[i][j] = 1$  se existe estrada da cidade  $i$  para a cidade  $j$

$A[i][j] = 0$  em caso contrário

A

		0	1	2	3	4	5
0	●	0	0	1	1	1	0
1	●	0	0	1	0	1	0
2	●	0	0	0	0	1	0
3	●	0	0	0	0	1	1
4	●	0	0	0	0	0	1
5	●	0	1	0	0	0	0

## distancias

A função `distancias` recebe um inteiro `n`, uma matriz `A` representando um rede de estradas entre `n` cidades e uma cidade `c` e devolve um vetor `d` que registra a distância da cidade `c` a cada uma das outras: `d[i]` é a distância de `c` a `i`.

```
int *
distancias (int n, int **A, int c) {
    int *q; /* guarda a fila */
    int ini; /* q[ini] = 1o. */
    int fim; /* q[fim-1] = ultimo */
    int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/
    int j;
```

Navigation icons

## distancias

```
while (ini != fim) { /*!queueEmpty()*/
    int i = q[ini++]; /* i = queueGet() */
    int di = d[i];
    for (j = 0; j < n; j++)
        if (A[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {
            d[j] = di + 1;
            q[fim++] = j; /* queuePut(j) */
        }
    }
free(q); /* queueFree() */
return d;
}
```

Navigation icons

## Consumo de tempo

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a  $n^2$

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a  $O(n^2)$

Navigation icons

## distancias

```
/* aloque vetor de distancias */
d = mallocSafe(n* sizeof(int));

/* queueInit(n): inicialize a fila */
q = mallocSafe(n*sizeof(int));

ini = 0; fim = 0; /* fila vazia */

/* inicialize o vetor de distancias */
for (j = 0; j < n; j++)
    d[j] = n; /* distancia n = infinito */
d[c] = 0;

/* queuePut(c): coloque c na fila */
q[fim++] = c;
```

Navigation icons

## Relações invariantes

No início de cada iteração do `while` a fila consiste em

*zero ou mais cidades à distância  $k$  de  $c$ , seguidos de zero ou mais cidades à distância  $k+1$  de  $c$ ,*

para algum  $k$

Isto permite concluir que, no início de cada iteração, para toda cidade  $i$ , se  $d[i] \neq n$  então  $d[i]$  é a distância de  $c$  a  $i$

Navigation icons

## Condição de inexistência

Se  $d[i] == n$  para alguma cidade  $i$ , então

$$S = \{v : \text{dist}[v] < n\}$$
$$T = \{v : \text{dist}[v] == n\}$$

são tais que toda estrada entre cidades em  $S$  e cidades em  $T$  tem seu início em  $T$  e fim em  $S$

Navigation icons

## Interface para filas

S 4.6, 4.8

## Interface item.h

```
/*
 * item.h
 */
typedef int Item;
```

## Interface queue.h

```
/*
 * queue.h
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma
 * fila
 */
void queueInit(int);
int queueEmpty();
void queuePut(Item);
Item queueGet();
void queueFree();
```

## distancias

```
/* aloque vetor de distancias */
d = mallocSafe(n* sizeof(int));
queueInit(n); /* inicialize a fila */

/* inicialize o vetor de distancias */
for (j = 0; j < n; j++)
    d[j] = n; /* distancia n = infinito */
d[c] = 0;

queuePut(c); /* coloque c na fila */
```

## distancias

A função `distancias` recebe um inteiro `n`, uma matriz `A` representando um rede de estradas entre `n` cidades e uma cidade `c` e devolve um vetor `d` que registra a distancia da cidade `c` a cada uma das outras: `d[i]` é a distância de `c` a `i`.

```
int *
distancias (int n, int **A, int c) {
    int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/
    int j;
```

## distancias

```
while (!queueEmpty()) {
    int i = queueGet();
    int di = d[i];
    for (j = 0; j < n; j++)
        if (A[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {
            d[j] = di + 1;
            queuePut(j);
        }
}
queueFree();
return d;
}
```