

AULA 14

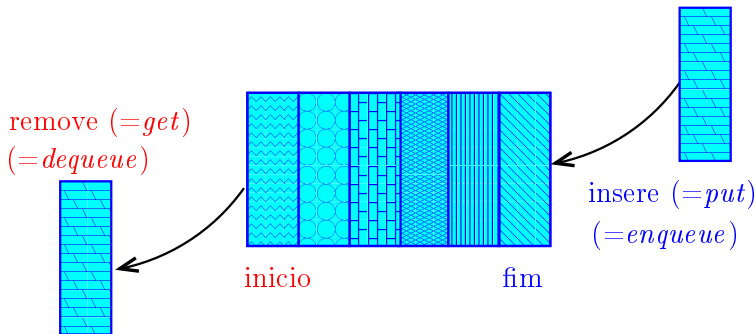
Filas

PF 5.1

<http://www.ime.usp.br/~pf/algorithmos/aulas/fila.html>

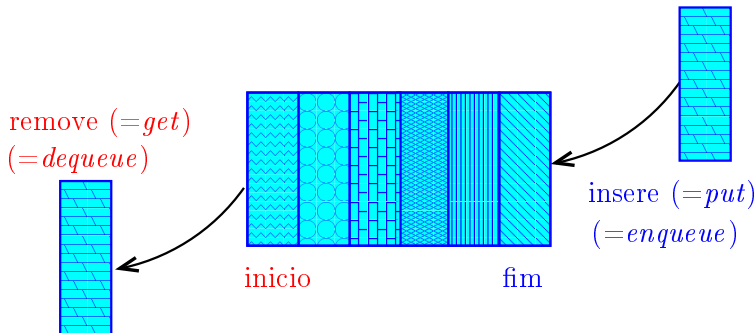
Filas

Uma **fila** (= *queue*) é uma lista dinâmica em que todas as **inserções** são feitas em uma extremidade chamada de **fim** e todas as **remoções** são feitas na outra extremidade chamada de **início**.



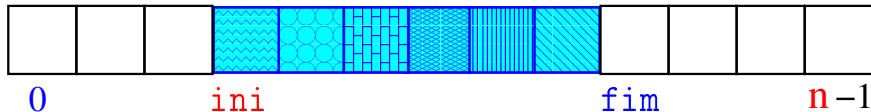
Filas

Assim, o primeiro objeto a ser removido de uma fila é o primeiro que foi inserido. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **FIFO** (= *First In First Out*)



Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



O índice `ini` indica o `primeiro` da fila.

O índice `fim-1` indica o `último` da fila.

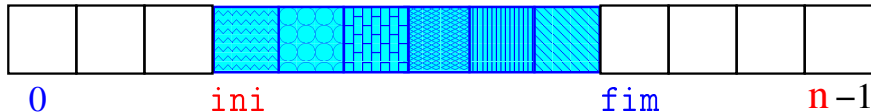
`fim` é a `primeira posição vaga` da fila.

A fila está `vazia` se "`ini == fim`".

A fila está `cheia` se "`fim == n`".

Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para `remover` (= `dequeue`=`get`) um elemento faça

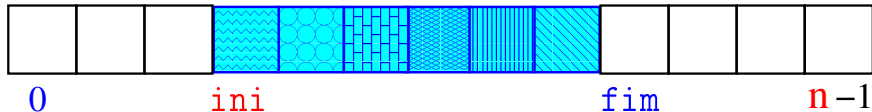
```
x = q[ini++];
```

que é equivalente a

```
x = q[ini];  
ini += 1;
```

Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para *inserir* (= *queue* = *put*) um elemento faça

```
q[fim++] = x;
```

que é equivalente a

```
q[fim] = x;  
fim += 1;
```

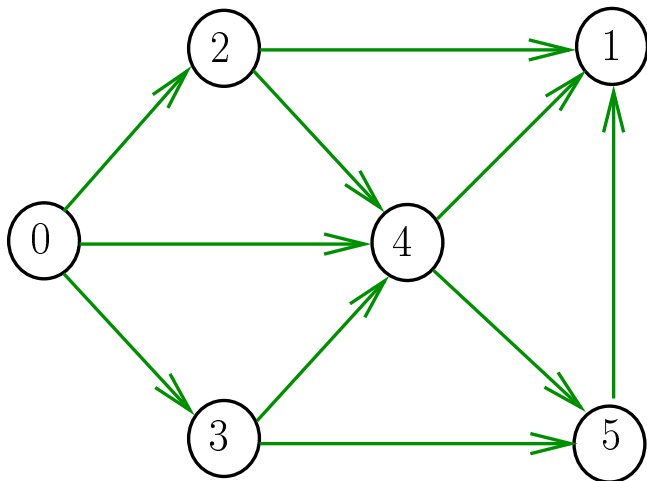
Distâncias

PF 5.2

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

Rede de estradas

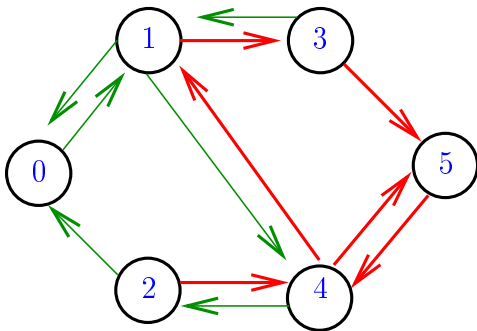
Considere n cidades numeradas de 0 a $n-1$ interligadas por estradas de mão única.



Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contando-se as repetições

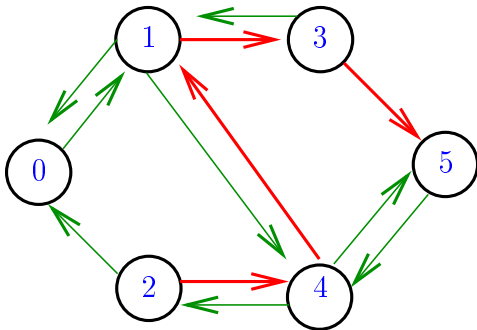
Exemplo: 2-4-1-3-5-4-5 tem comprimento 6



Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contando-se as repetições.

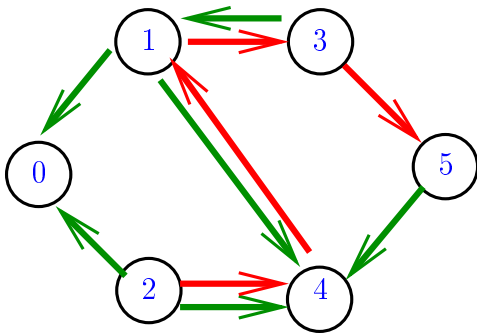
Exemplo: 2-4-1-3-5 tem comprimento 4



Distância

A **distância** de uma cidade c a uma cidade i é o menor comprimento de um caminho de c a i . Se não existe caminho de c a i a distância é “**infinita**”

Exemplo: a distância de 2 a 5 é 4

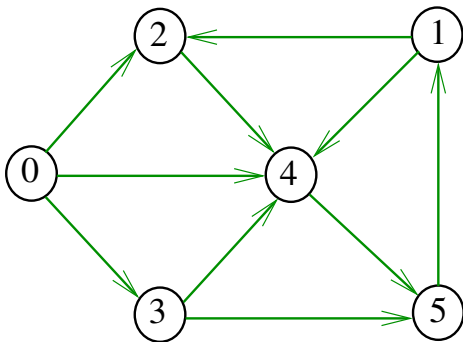


Calculando distâncias

Problema: dada um rede de estradas e uma cidade c , determinar a distância de c a cada uma das demais cidades

Exemplo: para $c = 0$

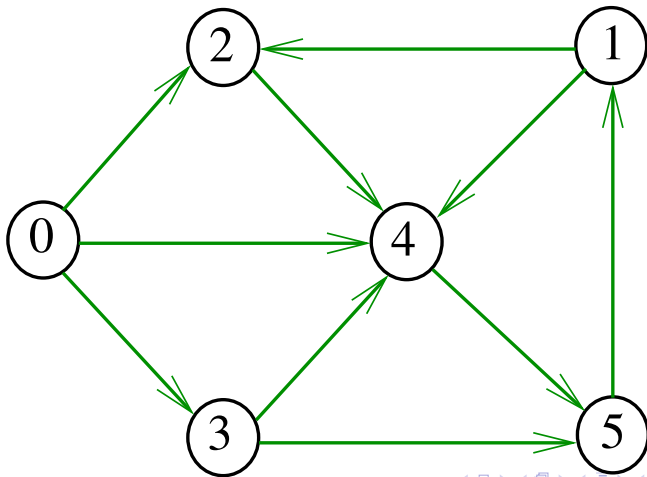
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$						

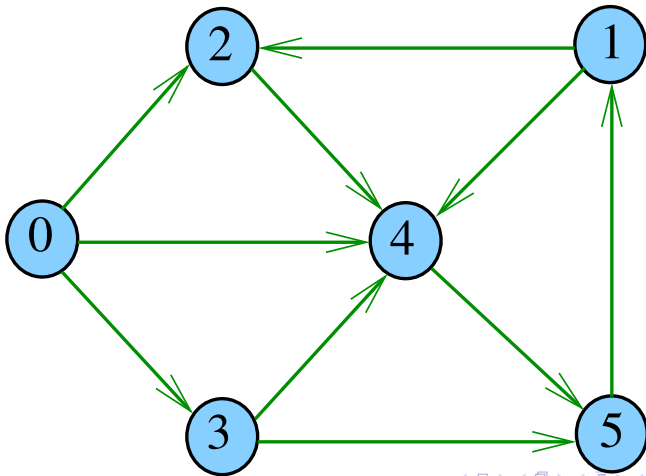
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$						



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$						

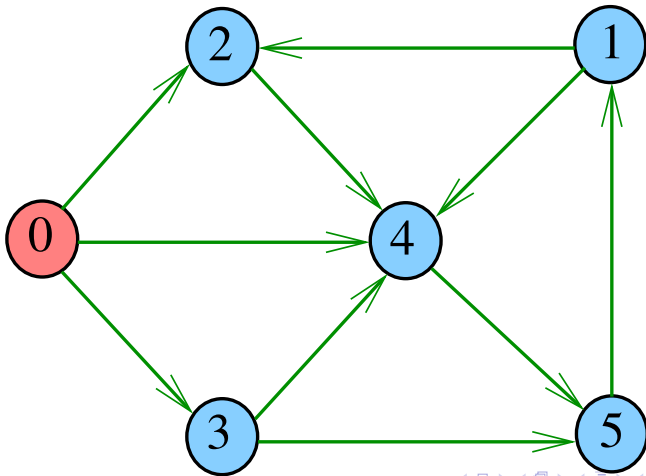
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	6	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0					

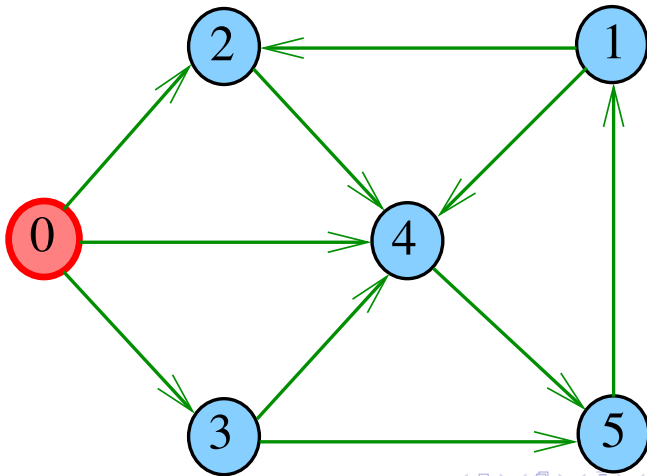
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	6	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0					

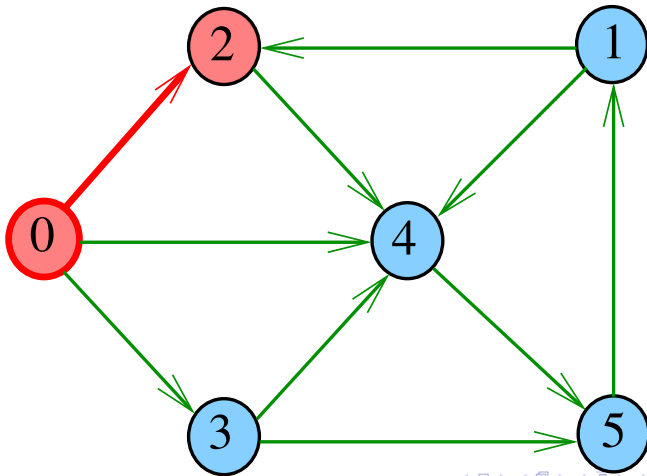
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2				

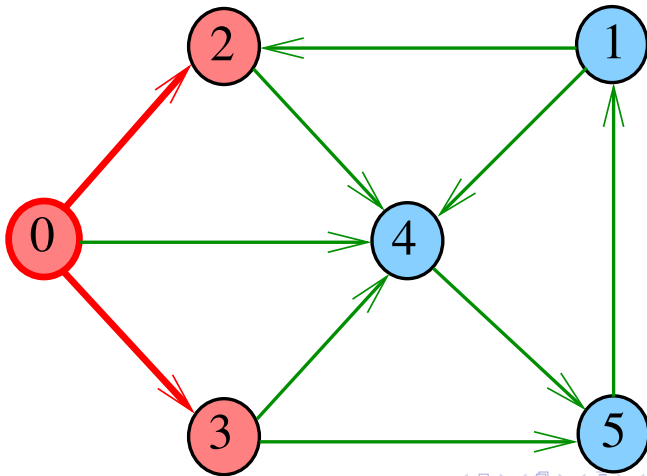
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3			

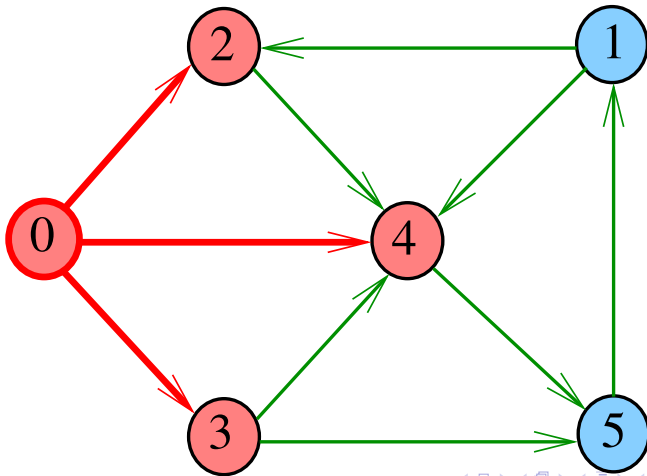
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

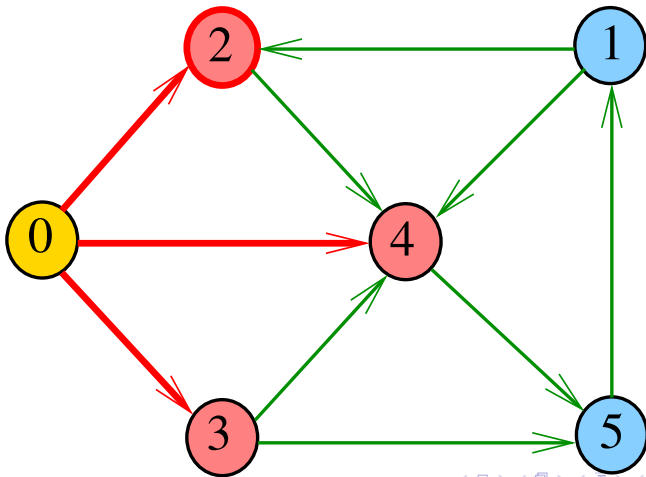
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

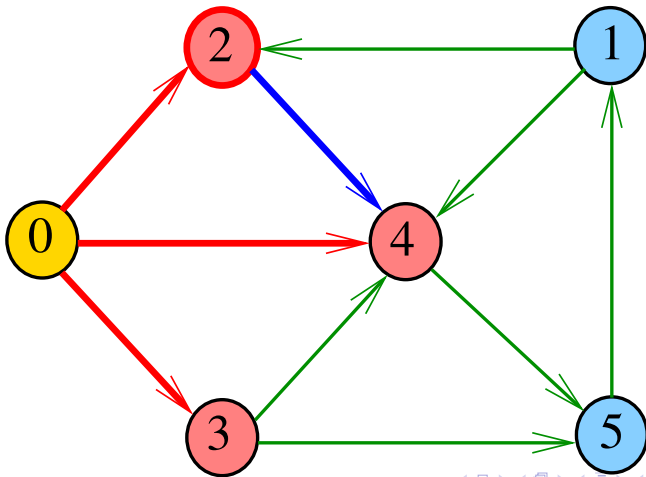
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

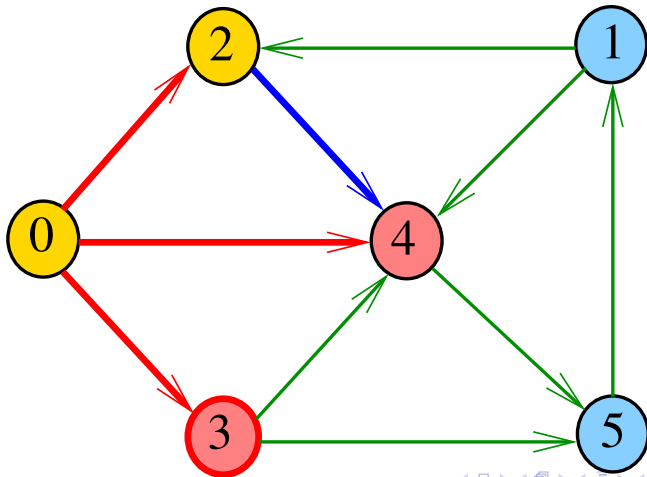
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

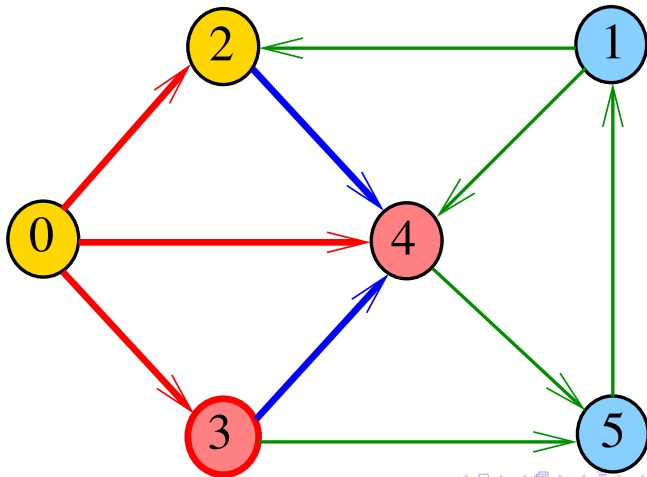
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

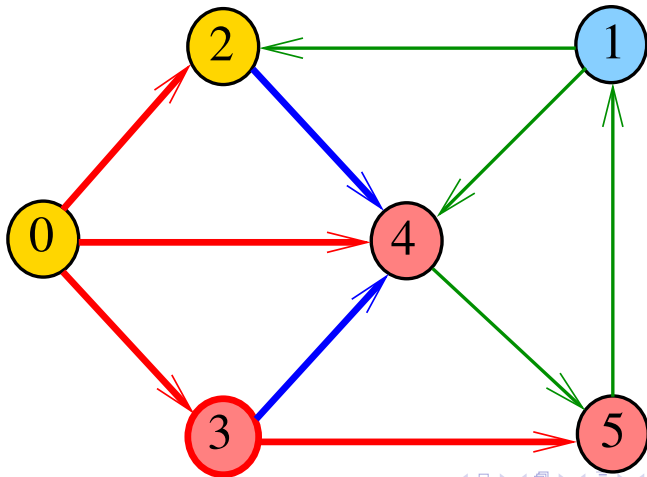
i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

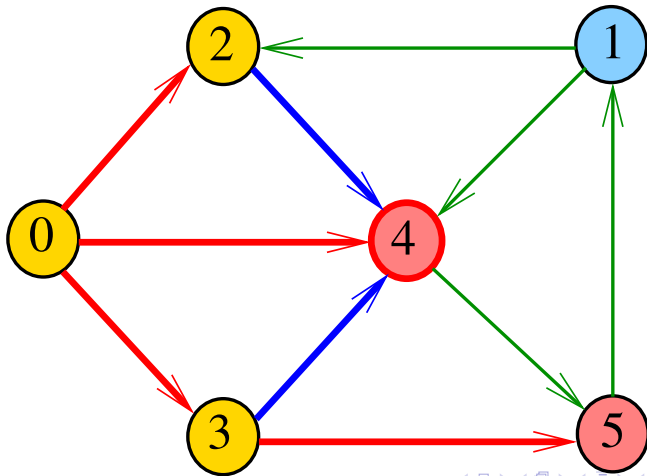
i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5		$d[i]$	0	6	1	1	1	2



Simulação

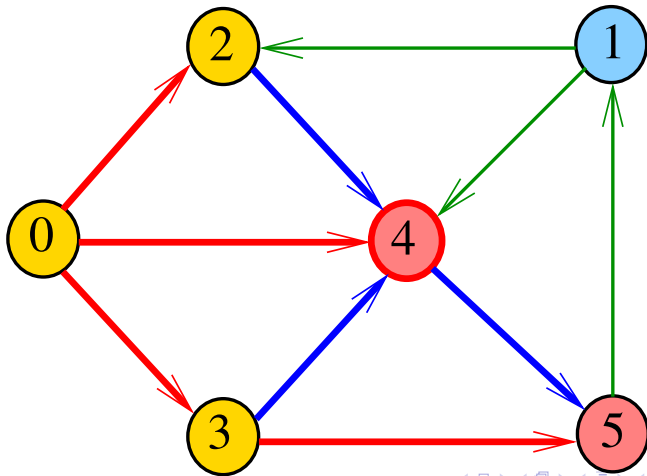
i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	

i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	2



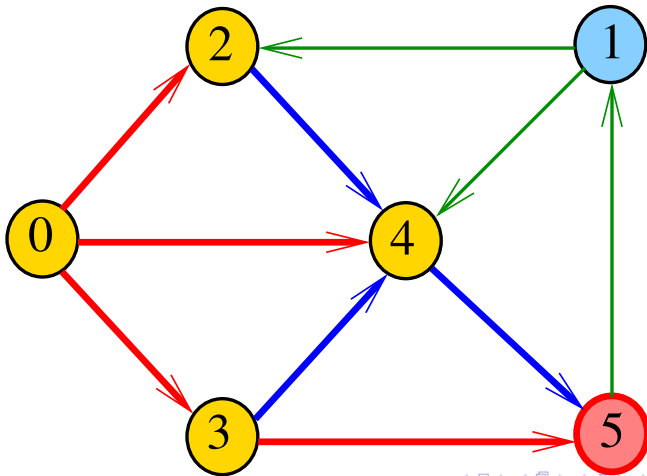
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5		$d[i]$	0	6	1	1	1	2



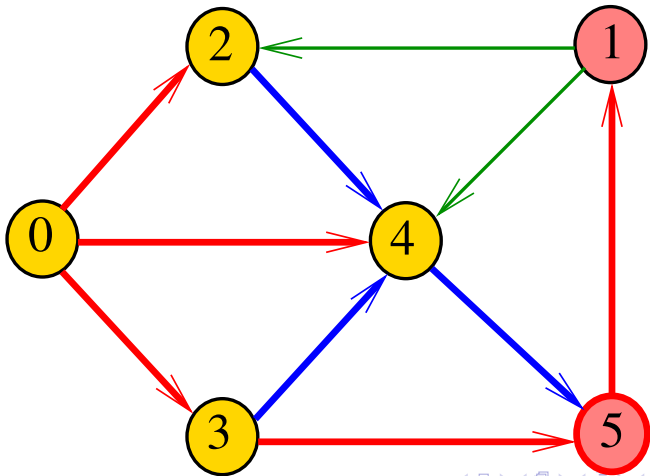
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5		$d[i]$	0	6	1	1	1	2



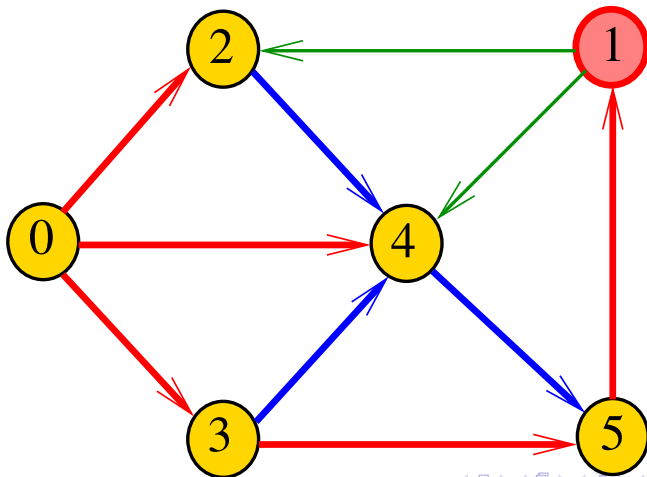
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



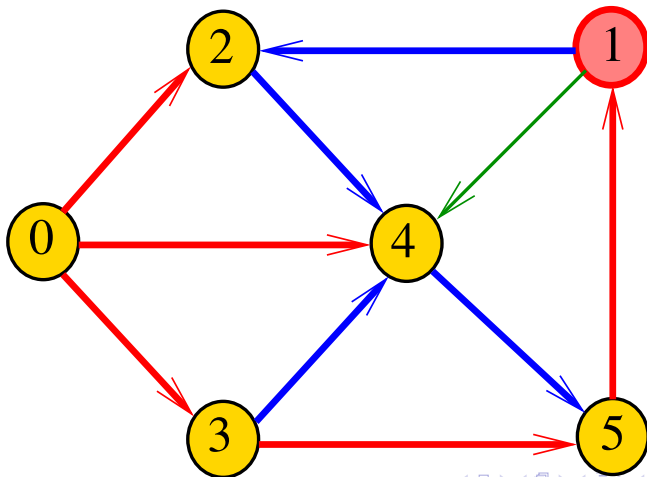
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



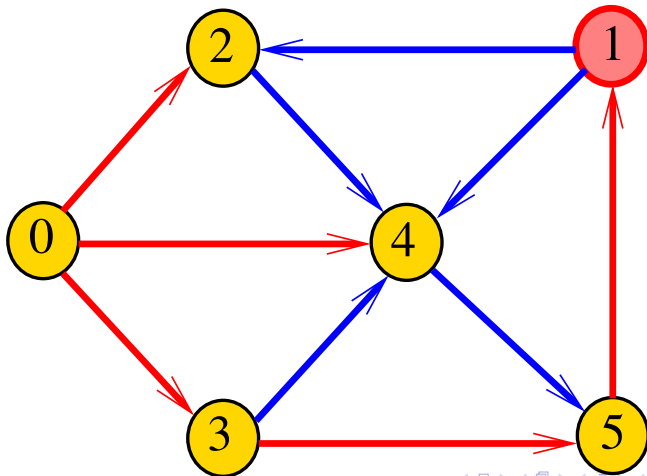
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



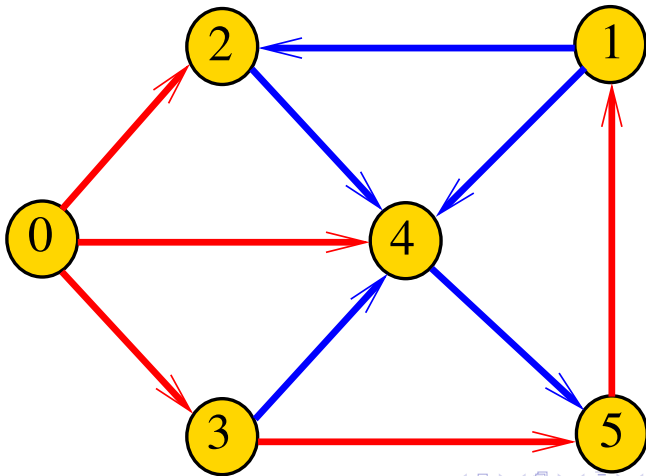
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



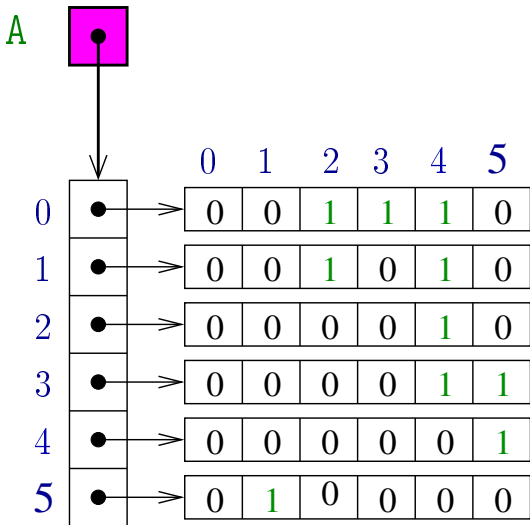
Representação da rede

As ligações entre as cidades são representadas por uma matriz A .

$A[i][j] = 1$ se existe estrada da cidade i
para a cidade j

$A[i][j] = 0$ em caso contrário

Representação da rede



distancias

A função `distancias` recebe um inteiro `n`, uma matriz `A` representando uma rede de estradas entre `n` cidades e uma cidade `c` e devolve um vetor `d` que registra a distância da cidade `c` a cada uma das outras: `d[i]` é a distância de `c` a `i`.

```
int *
distancias (int n, int **A, int c) {
    int *q; /* guarda a fila */
    int ini; /* q[ini] = 1o. */
    int fim; /* q[fim-1] = ultimo */
    int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/
    int j;
```

distancias

```
/* aloque vetor de distancias */  
d = mallocSafe(n* sizeof(int));  
  
/* queueInit(n):  inicialize a fila */  
q = mallocSafe(n*sizeof(int));  
  
ini = 0; fim = 0; /* fila vazia */  
  
/* inicialize o vetor de distancias */  
for (j = 0; j < n; j++)  
    d[j] = n; /* distancia n = infinito */  
d[c] = 0;  
  
/* queuePut(c):  coloque c na fila */  
q[fim++] = c;
```

distancias

```
while (ini != fim) { /*!queueEmpty()*/
    int i = q[ini++]; /* i = queueGet() */
    int di = d[i];
    for (j = 0; j < n; j++)
        if (A[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {
            d[j] = di + 1;
            q[fim++] = j; /* queuePut(j) */
        }
}
free(q); /* queueFree() */
return d;
}
```

Relações invariantes

No início de cada iteração do `while` a fila consiste em

*zero ou mais cidades à distância k de c ,
seguidos de zero ou mais cidades à
distância $k+1$ de c ,*

para algum k

Isto permite concluir que, no início de cada iteração, para toda cidade i , se $d[i] \neq n$ então $d[i]$ é a distância de c a i

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a n^2

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a $O(n^2)$

Condição de inexistência

Se $d[i] == n$ para alguma cidade i , então

$$S = \{v : \text{dist}[v] < n\}$$

$$T = \{v : \text{dist}[v] == n\}$$

são tais que toda estrada entre cidades em S e cidades em T tem seu início em T e fim em S

Interface para filas

S 4.6, 4.8

Interface item.h

```
/*  
 * item.h  
 */  
typedef int Item;
```

Interface queue.h

```
/*
 * queue.h
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma
 * fila
 */
void queueInit(int);
int queueEmpty();
void queuePut(Item);
Item queueGet();
void queueFree();
```

distancias

A função `distancias` recebe um inteiro `n`, uma matriz `A` representando um rede de estradas entre `n` cidades e uma cidade `c` e devolve um vetor `d` que registra a distancia da cidade `c` a cada uma das outras: `d[i]` é a distância de `c` a `i`.

```
int *
distancias (int n, int **A, int c) {
    int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/
    int j;
```

distancias

```
/* aloque vetor de distancias */  
d = mallocSafe(n* sizeof(int));  
  
queueInit(n); /* inicialize a fila */  
  
/* inicialize o vetor de distancias */  
for (j = 0; j < n; j++)  
    d[j] = n; /* distancia n = infinito */  
d[c] = 0;  
  
queuePut(c); /* coloque c na fila */
```

distancias

```
while (!queueEmpty()) {
    int i = queueGet();
    int di = d[i];
    for (j = 0; j < n; j++)
        if (A[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {
            d[j] = di + 1;
            queuePut(j);
        }
}
queueFree();
return d;
}
```