# AULA 24

# Busca de palavras (string matching)

PF 13

http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/strma.html

## Busca de palavras em um texto

Dizemos que um vetor $p[1\,.\,.\,m]$ **ocorre em** um vetor $t[1\,.\,.\,n]$ se

$$p[1\,.\,.\,m] = t[s+1\,.\,.\,s+m]$$

para algum $s$ em $[0\,.\,.\,n-m]$.

Exemplo:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t | x | c | b | a | b | b | c | b | a | x |

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| p | b | c | b | a |

$p[1\,.\,.\,4]$ ocorre em $t[1\,.\,.\,10]$ com deslocamento 5.

## Busca de palavras em um texto

Problema: Dados $p[1\,.\,.\,m]$ e $t[1\,.\,.\,n]$, encontrar o número de ocorrências de $p$ em $t$.

Exemplo: Para $n = 10$, $m = 4$, e

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t | b | b | a | b | a | b | a | c | b | a |

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| p | b | a | b | a |

$p$ ocorre 2 vezes em $t$.

## Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |

## Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | |

## Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

```
     1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
     a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
  1  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  2     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  3        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

```
     1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
     a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
  1  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  2     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  3        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  4           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

```
     1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
     a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
  1  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  2     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  3        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  4           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  5              a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  6                 a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  7                    a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  8                       a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
  9                          a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
 10                             a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
 11                                a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
 12                                   a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
 13                                      a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial

Devolve o número de ocorrências de p em t.

```
int trivial (unsigned char p[], int m,
             unsigned char t[], int n) {
   int r, k, ocorrs = 0;
1  for (k = 1; k <= n-m+1; k++) {
2     r = 0;
3     while (r < m && p[1+r] == t[k+r])
4        r += 1;
5     if (r == m) ocorrs += 1;
   }
6  return ocorrs;
}
```

## Algoritmo trivial

Relação invariante: no início da linha 3 vale que

(i0) $p[1\,..\,1{+}r{-}1] = t[k\,..\,k{+}r{-}1]$

## Consumo de tempo

Consumo de tempo da função trivial, versão direita para a esquerda.

| linha | todas as execuções da linha |
|---|---|
| 1 | $= n - m + 2$ |
| 2 | $= n - m + 1$ |
| 3 | $\leq (n - m + 1)(m + 1)$ |
| 4 | $\leq (n - m + 1)m$ |
| 5 | $= n - m + 1$ |
| 6 | $= 1$ |
| total | $< 3\,(n - m + 2) + 2\,(n - m + 1)(m + 1)$ <br> $= O((n - m + 1)m)$ |

## Pior caso

$p =$ a a a a a a a a a a a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | t |
| 1 | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | |

## Melhor caso

$p =$ b a a a a a a a a a a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | t |
| 1 | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | b | a | a | a | a | a | a | a | a | a | a | |

## Conclusões

O consumo de tempo da função `trivial` no pior caso é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo da função `trivial` no melhor caso é $O(n - m + 1)$.

Isto significa que no pior caso o consumo de tempo é essencialmente proporcional a $mn$.

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p =$ a b a b b a b a b b a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p =$ a b a b b a b a b b a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | |

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p =$ a b a b b a b a b b a

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

```
      1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
      a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
1     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
2        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
3           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
4              a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

```
      1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
      a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
1     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
2        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
3           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
4              a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
5                 a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

```
      1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
      a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
1     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
2        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
3           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
4              a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
5                 a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
6                    a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

```
      1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
      a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
1     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
2        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
3           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
4              a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
5                 a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
6                    a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
7                       a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

```
      1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
      a  b  a  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a  t
1     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
2        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
3           a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
4              a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
5                 a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
6                    a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
7                       a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
8                          a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
9                             a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
10                               a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
11                                  a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
12                                     a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
13                                        a  b  a  b  b  a  b  a  b  b  a
```

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

Devolve o número de ocorrências de p em t.

```
int trivial (unsigned char p[], int m,
             unsigned char t[], int n) {
   int r, k, ocorrs = 0;
   for (k = m; k <= n; k++) {
      r = 0;
      while (r < m && p[m-r] == t[k-r])
         r += 1;
      if (r == m) ocorrs += 1;
   }
   return ocorrs;
}
```

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

Relação invariante: no início da linha 3 vale que

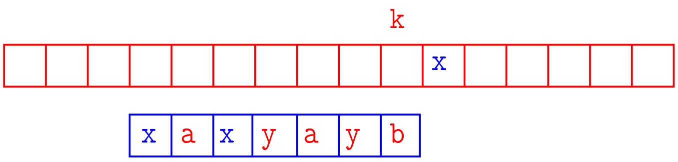
(i0) p[m−r+1 . . m] = t[k−r+1 . . k]

## Algoritmo trivial: direita para esquerda

```
int trivial (unsigned char p[], int m,
             unsigned char t[], int n) {
     int r, k, ocorrs;
3    ocorrs = 0; k = m;
4    while (k <= n) {
5        r = 0;
6        while (r < m && p[m-r] == t[k-r])
7            r += 1;
8        if (r == m) ocorrs += 1;
9        k += 1;
     }
11   return ocorrs;
  }
```

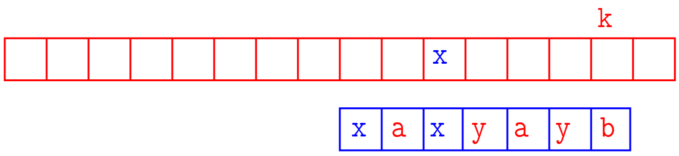
## Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.




## Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.




## Boyer-Moore

p = a n d a n d o

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
a s   a n d o r i n h a s   a n d a m   a n d a n d o   a l t o t
1 a n d a n d o
```

## Boyer-Moore

p = a n d a n d o

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
a s   a n d o r i n h a s   a n d a m   a n d a n d o   a l t o t
1 a n d a n d o
2               a n d a n d o
```

## Boyer-Moore

p = a n d a n d o

```
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
  as andorinhas andam andando alto t
1 andando
2         andando
3            andando
```

## Boyer-Moore

p = a n d a n d o

```
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
  as andorinhas andam andando alto t
1 andando
2         andando
3            andando
4                    andando
```

## Boyer-Moore

p = a n d a n d o

```
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
  as andorinhas andam andando alto t
1 andando
2         andando
3            andando
4                    andando
5                     andando
```

## Boyer-Moore

p = a n d a n d o

```
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
  as andorinhas andam andando alto t
1 andando
2         andando
3            andando
4                    andando
5                     andando
6                             anda...
```

## Boyer-Moore

p = a b a b b a b a b b a

```
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
  a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t
1 a b a b b a b a b b a
```

## Boyer-Moore

p = a b a b b a b a b b a

```
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
  a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t
1 a b a b b a b a b b a
2     a b a b b a b a b b a
```

## Boyer-Moore

$p = a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a\,b\,b\,a$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | |

## Boyer-Moore

$p = a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a\,b\,b\,a$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | |

## Boyer-Moore

$p = a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a\,b\,b\,a$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | |

## Boyer-Moore

$p = a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a\,b\,b\,a$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | |

## Boyer-Moore

$p = a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a\,b\,b\,a$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | |

## Boyer-Moore

$p = a\,b\,a\,b\,b\,a\,b\,a\,b\,b\,a$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | t |
| 1 | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | a | b | a | b | b | a | b | a | b | b | a | |

## Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

**Ideia:** calcular um deslocamento de modo que t[k+1] fique emparelhado com a última ocorrência do caractere t[k+1] em p.

Suponha que o conjunto a que pertencem todos os elementos de p e de t é conhecido de antemão. Este conjunto é o **alfabeto** do problema.

Suponha que o alfabeto é o conjunto de todos os 256 caracteres.

## Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

Para implementar essa ideia fazemos um pré-processamento de p, determinando para cada símbolo x do alfabeto a posição de sua última ocorrência em p.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p | a | n | d | a | n | d | o |

| | 0 | ... | 'a' | 'b' | 'c' | 'd' | ... | ... | 'n' | 'o' | 'p' | ... | 255 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ult | 0 | ... | 4 | 0 | 0 | 6 | ... | ... | 5 | 7 | 0 | ... | ... |

## Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

Recebe vetores p[1 . . m] e t[1 . . n] de caracteres, com $m \geq 1$ e $n \geq 0$, e devolve o número de ocorrências de p em t.

```
int BoyerMoore (unsigned char p[], int m,
                unsigned char t[], int n) {
   int ult[256];
   int i, r, k, ocorrs;

   /* pre-processamento da palavra p */
   for (i=0; i < 256; i++) ult[i] = 0;
   for (i=1; i <= m; i++) ult[p[i]] = i;
```

## Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

```
   /* busca da palavra p no texto t */
   ocorrs = 0; k = m;
   while (k <= n) {
      r = 0;
      while (r < m && p[m-r] == t[k-r])
         r += 1;
      if (r == m) ocorrs += 1;
      if (k == n) k += 1;
      else k += m - ult[t[k+1]] + 1;
   }
   return ocorrs;
}
```

## Pior caso

p = a a a a a a a a a a a

```
     1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
     a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  t
  1  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  2     a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  3        a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  4           a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  5              a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  6                 a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  7                    a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  8                       a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
  9                          a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
 10                             a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
 11                                a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
 12                                   a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
 13                                      a  a  a  a  a  a  a  a  a  a  a
```

## Melhor caso

p = a a a a b

```
     1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
     ?  ?  ?  ?  a  c  ?  ?  ?  ?  a  c  ?  ?  ?  ?  a  c  ?  ?  ?  ?  a  t
  1  a  a  a  a  b
```

## Melhor caso

$p = \mathtt{a\ a\ a\ a\ b}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | t |
| 1 | a | a | a | a | b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | a | a | a | a | b | | | | | | | | | | | | | |

## Melhor caso

$p = \mathtt{a\ a\ a\ a\ b}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | t |
| 1 | a | a | a | a | b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | a | a | a | a | b | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | a | a | a | a | b | | | | | | | |

## Melhor caso

$p = \mathtt{a\ a\ a\ a\ b}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | c | ? | ? | ? | ? | a | t |
| 1 | a | a | a | a | b | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | a | a | a | a | b | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | a | a | a | a | b | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | a | a | a | a | b | |

## Conclusões

O consumo de tempo da função `BoyerMoore` no pior caso é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo da função `BoyerMoore` no melhor caso é $O(n/m)$.

Isto significa que no pior caso o consumo de tempo é essencialmente proporcional a $mn$ e no melhor caso o algoritmo é **sublinear**.