

AULA 24

Busca de palavras (string matching)

PF 13

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/strma.html>

Busca de palavras em um texto

Dizemos que um vetor $p[1..m]$ **ocorre em** um vetor $t[1..n]$ se

$$p[1..m] = t[s + 1..s + m]$$

para algum s em $[0..n-m]$.

Exemplo:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	x	c	b	a	b	b	c	b	a	x

	1	2	3	4
p	b	c	b	a

$p[1..4]$ ocorre em $t[1..10]$ com deslocamento 5.

Busca de palavras em um texto

Problema: Dados $p[1..m]$ e $t[1..n]$, encontrar o número de ocorrências de p em t .

Exemplo: Para $n = 10$, $m = 4$, e

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	b	b	a	b	a	b	a	c	b	a

	1	2	3	4
p	b	a	b	a

p ocorre 2 vezes em t .

Algoritmo trivial

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a

Algoritmo trivial

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a

2 a b a b b a b a b b a

Algoritmo trivial

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a

Algoritmo trivial

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									

Algoritmo trivial

$p = a b a b b a b a b b a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
11											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
12												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
13													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Algoritmo trivial

Devolve o número de ocorrências de p em t .

```
int trivial (unsigned char p[], int m,
            unsigned char t[], int n) {
    int r, k, ocorrencias = 0;
1   for (k = 1; k <= n-m+1; k++) {
2       r = 0;
3       while (r < m && p[1+r] == t[k+r])
4           r += 1;
5       if (r == m) ocorrencias += 1;
    }
6   return ocorrencias;
}
```

Algoritmo trivial

Relação invariante: no início da linha 3 vale que

$$(i0) \quad p[1..1+r-1] = t[k..k+r-1]$$

Consumo de tempo

Consumo de tempo da função `trivial`, versão direita para a esquerda.

linha `todas` as execuções da linha

$$1 = n - m + 2$$

$$2 = n - m + 1$$

$$3 \leq (n - m + 1)(m + 1)$$

$$4 \leq (n - m + 1)m$$

$$5 = n - m + 1$$

$$6 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{total} &< 3(n - m + 2) + 2(n - m + 1)(m + 1) \\ &= O((n - m + 1)m) \end{aligned}$$

Pior caso

$p = a a a a a a a a a a a a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	t
1	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
2		a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
3			a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
4				a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
5					a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
6						a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
7							a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
8								a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
9									a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
10										a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
11											a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
12												a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		
13													a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		

Melhor caso

$p = b a a a a a a a a a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	t
1	b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
2		b	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
3			b	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
4				b	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
5					b	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
6						b	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
7							b	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
8								b	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
9									b	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
10										b	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
11											b	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
12												b	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
13													b	a	a	a	a	a	a	a	a	a		

Conclusões

O consumo de tempo da função `trivial` no **pior caso** é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo da função `trivial` no **melhor caso** é $O(n - m + 1)$.

Isto significa que no **pior caso** o consumo de tempo é essencialmente proporcional a **mn** .

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1 a b a b a b a b b a

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1 a b a b b a b a b b a

2 a b a b b a b a b b a

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t

1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							

Algoritmo trivial: direita para esquerda

$p = a b a b b a b a b b a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
11											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
12												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
13													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Algoritmo trivial: direita para esquerda

Devolve o número de ocorrências de p em t .

```
int trivial (unsigned char p[], int m,
            unsigned char t[], int n) {
    int r, k, ocorrencias = 0;
1   for (k = m; k <= n; k++) {
2       r = 0;
3       while (r < m && p[m-r] == t[k-r])
4           r += 1;
5       if (r == m) ocorrencias += 1;
    }
6   return ocorrencias;
}
```


Algoritmo trivial: direita para esquerda

Relação invariante: no início da linha 3 vale que

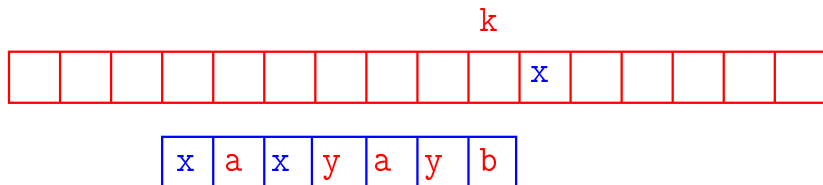
$$(i0) \quad p[m-r+1..m] = t[k-r+1..k]$$

Algoritmo trivial: direita para esquerda

```
int trivial (unsigned char p[], int m,  
            unsigned char t[], int n) {  
    int r, k, ocorrencias;  
3   ocorrencias = 0; k = m;  
4   while (k <= n) {  
5       r = 0;  
6       while (r < m && p[m-r] == t[k-r])  
7           r += 1;  
8       if (r == m) ocorrencias += 1;  
9       k += 1;  
    }  
11  return ocorrencias;  
}
```

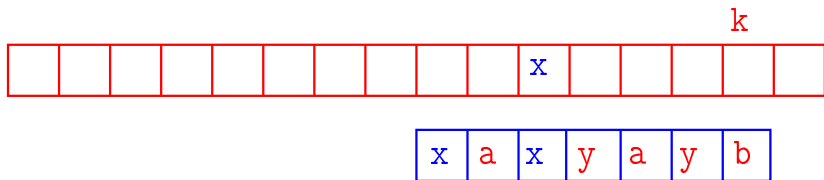
Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Boyer-Moore

p = a n d a n d o

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

a s a n d o r i n h a s a n d a m a n d a n d o a l t o t

1 a n d a n d o

Boyer-Moore

p = a n d a n d o

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

a s a n d o r i n h a s a n d a m a n d a n d o a l t o t

1 a n d a n d o

2 a n d a n d o

Boyer-Moore

p = a n d a n d o

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

a s a n d o r i n h a s a n d a m a n d a n d o a l t o t

1 a n d a n d o

2 a n d a n d o

3 a n d a n d o

Boyer-Moore

p = a n d a n d o

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

a s a n d o r i n h a s a n d a m a n d a n d o a l t o t

1 a n d a n d o

2 a n d a n d o

3 a n d a n d o

4 a n d a n d o

Boyer-Moore

p = a n d a n d o

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

a s a n d o r i n h a s a n d a m a n d a n d o a l t o t

1 a n d a n d o

2 a n d a n d o

3 a n d a n d o

4 a n d a n d o

5 a n d a n d o

Boyer-Moore

p = a n d a n d o

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

a s a n d o r i n h a s a n d a m a n d a n d o a l t o t

1 a n d a n d o

2 a n d a n d o

3 a n d a n d o

4 a n d a n d o

5 a n d a n d o

6 a n d a ...

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

a b a a b a b a b b a b a b a b b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a

2 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a
2 a b a b b a b a b b a
3 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a

2 a b a b b a b a b b a

3 a b a b b a b a b b a

4 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a
2 a b a b b a b a b b a
3 a b a b b a b a b b a
4 a b a b b a b a b b a
5 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a

2 a b a b b a b a b b a

3 a b a b b a b a b b a

4 a b a b b a b a b b a

5 a b a b b a b a b b a

6 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a
2 a b a b b a b a b b a
3 a b a b b a b a b b a
4 a b a b b a b a b b a
5 a b a b b a b a b b a
6 a b a b b a b a b b a
7 a b a b b a b a b b a

Boyer-Moore

$p = a b a b b a b a b b a$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
a b a a b a b a b b a b a b a b b a b a b b a t

1 a b a b b a b a b b a
2 a b a b b a b a b b a
3 a b a b b a b a b b a
4 a b a b b a b a b b a
5 a b a b b a b a b b a
6 a b a b b a b a b b a
7 a b a b b a b a b b a
8 a b a b b a b a b b a

Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

Ideia: calcular um **deslocamento** de modo que $t[k+1]$ fique emparelhado com a **última ocorrência** do caractere $t[k+1]$ em p .

Suponha que o conjunto a que pertencem todos os elementos de p e de t é conhecido de antemão. Este conjunto é o **alfabeto** do problema.

Suponha que o alfabeto é o conjunto de todos os 256 caracteres.

Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

Para implementar essa ideia fazemos um **pré-processamento** de **p**, determinando para cada símbolo **x** do alfabeto a posição de sua **última ocorrência** em **p**.

	1	2	3	4	5	6	7
p	a	n	d	a	n	d	o

	0	...	'a'	'b'	'c'	'd'	'n'	'o'	'p'	...	255
ult	0	...	4	0	0	6	5	7	0

Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

Recebe vetores $p[1..m]$ e $t[1..n]$ de caracteres, com $m \geq 1$ e $n \geq 0$, e devolve o número de ocorrências de p em t .

```
int BoyerMoore (unsigned char p[], int m,
                unsigned char t[], int n) {
    int ult[256];
    int i, r, k, ocorre;

    /* pre-processamento da palavra p */
    1 for (i=0; i < 256; i++) ult[i] = 0;
    2 for (i=1; i <= m; i++) ult[p[i]] = i;
```

Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

```
/* busca da palavra p no texto t */
3  ocorre = 0; k = m;
4  while (k <= n) {
5      r = 0;
6      while (r < m && p[m-r] == t[k-r])
7          r += 1;
8      if (r == m) ocorre += 1;
9      if (k == n) k += 1;
10     else k += m - ult[t[k+1]] + 1;
    }
11  return ocorre;
}
```

Pior caso

$p = a a a a a a a a a a a a$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	t
1	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
2		a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
3			a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
4				a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
5					a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
6						a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
7							a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
8								a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
9									a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
10										a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
11											a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
12												a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		
13													a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	

Melhor caso

$p = a a a a b$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
?	?	?	?	a	c	?	?	?	?	a	c	?	?	?	?	a	c	?	?	?	?	a	t

1 a a a a b

Melhor caso

$p = a a a a b$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
? ? ? ? a c ? ? ? ? a c ? ? ? ? a c ? ? ? ? a t

1 a a a a b

2 a a a a b

Melhor caso

$p = a a a a b$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
? ? ? ? a c ? ? ? ? a c ? ? ? ? a c ? ? ? ? a t

1 a a a a b

2 a a a a b

3 a a a a b

Melhor caso

$p = a a a a b$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
? ? ? ? a c ? ? ? ? a c ? ? ? ? a c ? ? ? ? a t

1 a a a a b

2 a a a a b

3 a a a a b

4 a a a a b

Conclusões

O consumo de tempo da função **BoyerMoore** no **pior caso** é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo da função **BoyerMoore** no **melhor caso** é $O(n/m)$.

Isto significa que no **pior caso** o consumo de tempo é essencialmente proporcional a **mn** e no **melhor caso** o algoritmo é **sublinear**.