Busca de palavras (string matching)

PF 13

http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/strma.html

Busca de palavras em um texto

Dizemos que um vetor $p[0:m]$ **ocorre em** um vetor $t[0:n]$ se

$$p[0:m] = t[s:s+m]$$

para algum s em $[0:n-m]$.

Exemplo:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t	x	c	b	a	b	b	c	b	a	x

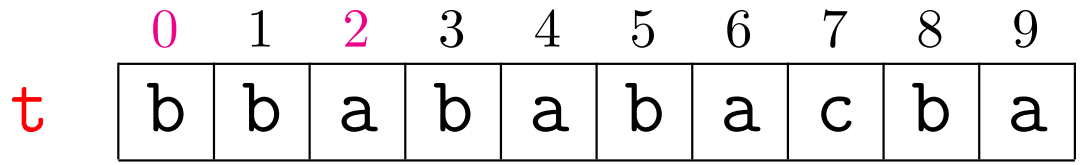
	0	1	2	3
p	b	c	b	a

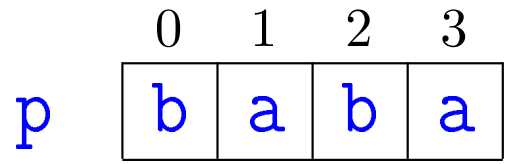
$p[0:4]$ ocorre em $t[0:10]$ com deslocamento 4.

Busca de palavras em um texto

Problema: Dados $\mathtt{p}[0:\mathtt{m}]$ e $\mathtt{t}[0:\mathtt{n}]$, encontrar o número de ocorrências de $\mathtt{p}$ em $\mathtt{t}$.

Exemplo: Para $\mathtt{n} = 10$, $\mathtt{m} = 4$, e





p ocorre 2 vezes em t.

Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													

Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												

Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											

Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										

Algoritmo trivial

p = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
5						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
6							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
7								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
8									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
9										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
10											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
11												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
12													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Algoritmo trivial

Devolve o número de ocorrências de p em t.

```
def trivial(p, m, t, n):
0    ocorrs = 0
1    for k in range(0,n-m+1,1):
2        r = 0
3        while r < m and p[r] == t[k+r]:
4            r += 1
5        if r == m:  ocorrs += 1
6    return ocorrs
```

Algoritmo trivial

Relação invariante: no início da linha 3 vale que

(i0) $\mathtt{p}[0 : 1{+}\mathtt{r}{-}1] = \mathtt{t}[\mathtt{k} : \mathtt{k}{+}\mathtt{r}{-}1]$

Consumo de tempo

Consumo de tempo da função `trivial`

linha	todas as execuções da linha
0	$= 1$
1	$= \mathtt{n} - \mathtt{m} + 2$
2	$= \mathtt{n} - \mathtt{m} + 1$
3	$\leq (\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)(\mathtt{m} + 1)$
4	$\leq (\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)\mathtt{m}$
5	$= \mathtt{n} - \mathtt{m} + 1$
6	$= 1$
total	$< 3\,(\mathtt{n} - \mathtt{m} + 2) + 3\,(\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)(\mathtt{m} + 1)$
	$= \mathrm{O}((\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)\mathtt{m})$

Pior caso

p = a a a a a a a a a a a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	t
1	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
2		a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
3			a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
4				a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
5					a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
6						a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
7							a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
8								a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
9									a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
10										a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
11											a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
12												a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		
13													a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	

Melhor caso

p = b a a a a a a a a a a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	t
1	b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
2		b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
3			b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
4				b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
5					b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
6						b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
7							b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
8								b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
9									b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
10										b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
11											b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
12												b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		
13													b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a

Conclusões

O consumo de tempo da função `trivial` no pior caso é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo da função `trivial` no melhor caso é $O(n - m + 1)$.

Isto significa que no pior caso o consumo de tempo é essencialmente proporcional a mn.

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							

Algoritmo trivial: direita para esquerda

p = a b a b b a b a b b a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	t
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
11											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
12												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
13													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Algoritmo trivial: direita para esquerda

Devolve o número de ocorrências de p em t.

```
def trivial(p, m, t, n):
0    ocorrs = 0
1    for k in range(m, n, 1):
2        r = 1
3        while r <= m and p[m-r] == t[k-r]:
4            r += 1
5        if r == m+1:  ocorrs += 1
6    return ocorrs
```

Algoritmo trivial: direita para esquerda

Relação invariante: no início da linha 3 vale que

(i0) $\mathtt{p}[\mathtt{m}-\mathtt{r}+1 : \mathtt{m}] = \mathtt{t}[\mathtt{k}-\mathtt{r}+1 : \mathtt{k}]$

Algoritmo trivial: direita para esquerda

```
def trivial(p, m, t, n):
0    ocorrs = 0
1    k = m
2    while k <= n:
3        r = 1
4        while r <= m and p[m-r] == t[k-r]:
5            r += 1
6        if r == m+1:  ocorrs += 1
7        k += 1
8    return ocorrs
```