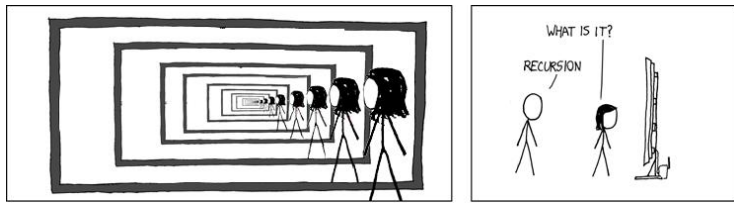


Recursão



Fonte: <http://xkcdsw.com/1105>

PF 2.1, 2.2, 2.3 S 5.1 MD *Recursion*

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/recu.html>

Navigation icons

Torres de Hanoi



Fonte: <http://commons.wikimedia.org/>
Licensed under Creative Commons Attribution
Share Alike 3.0 via Wikimedia Commons

http://en.wikipedia.org/wiki/Hanoi_tower

Problem Solving: Tower of Hanoi

Navigation icons

Recursão

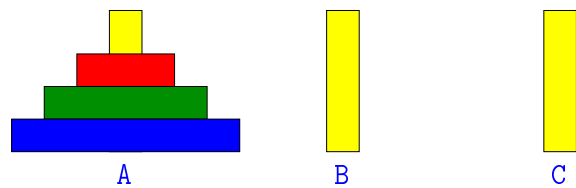
“To understand recursion, we must first understand recursion.”

–folclore

“Para fazer uma função recursivo é preciso ter fé.”

–Siang Wu Song

Torres de Hanoi

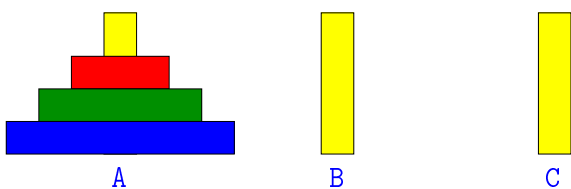


Desejamos transferir n discos do pino A para o pino C usando o pino B como auxiliar e respeitando as regras:

- ▶ podemos mover apenas um disco por vez;
- ▶ nunca um disco de diâmetro maior poderá ser colocado sobre um disco de diâmetro menor.

Navigation icons

Torres de Hanoi

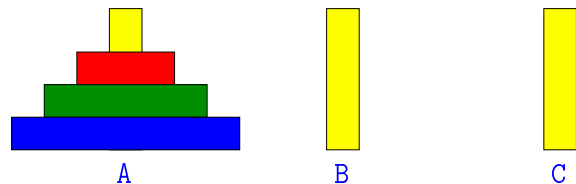


Denotaremos por $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ o problema de transferir n discos do pino A para o pino C usando o pino B como auxiliar

Como resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$?

Navigation icons

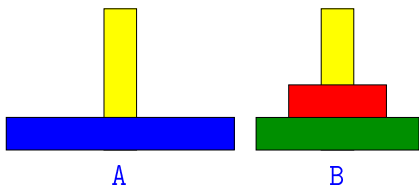
Idéia



Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Navigation icons

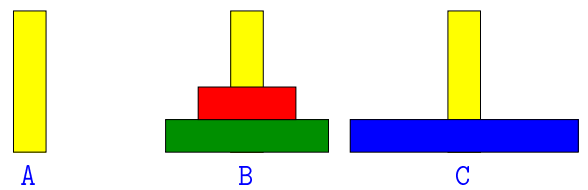
Idéia



Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.



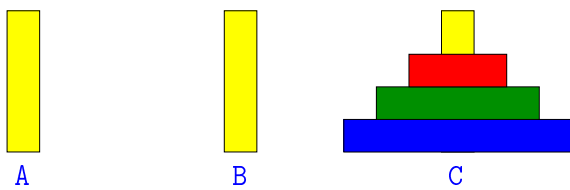
Idéia



Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.



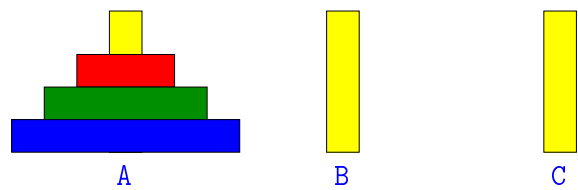
Idéia



Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.



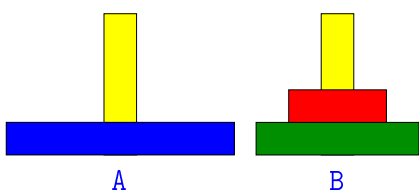
Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n,A,B,C)$ basta:



Solução

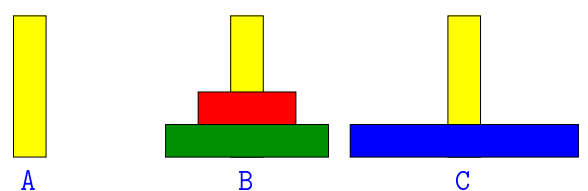


Para resolver $\text{Hanoi}(n,A,B,C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1,A,C,B)$



Solução

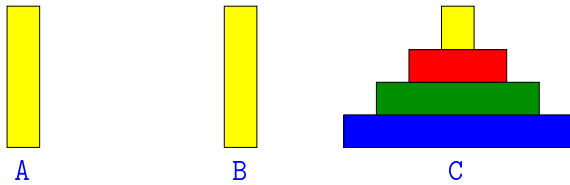


Para resolver $\text{Hanoi}(n,A,B,C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1,A,C,B)$
2. mover o disco n de A para C



Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$



Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E daí?

Reduzimos o problema com n discos para 2 problemas com $n-1$ disco!



Função que resolve o problema

```
def hanoi(n, origem, auxiliar, destino):  
    '''(int, str, str, str) -> None  
    Recebe um inteiro n e pinos origem, auxiliar  
    e destino e imprime os movs que resolvem  
    o problema das torres de Hanoi com n discos  
    '''  
    if n > 0:  
        hanoi(n-1, origem, destino, auxiliar)  
        print("mova disco %d de %s para %s."  
              %(n, origem, destino))  
        hanoi(n-1, auxiliar, origem, destino)
```

Primeira chamada: $\text{hanoi}(n, 'A', 'B', 'C');$



Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E daí?



Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E daí?

Reduzimos o problema com n discos para 2 problemas com $n-1$ disco!

Paramos de reduzir quando soubermos resolver o problema. Por exemplo, sabemos resolver

$\text{Hanoi}(0, \dots, \dots, \dots)$



$\text{hanoi}(3, 'A', 'B', 'C')$

- 1: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
- 2: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
- 3: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
- 4: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
- 5: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
- 6: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
- 7: mova o disco 1 do pino A para o pino C.



