1 Tries

1.1 Referências

- Tries (árvores digitais) (PF),
- Tries (S&W),
- slides (S&W)

1.2 Vídeo

Tries (S&W)

1.3 Tries

Uma **trie** (pronuncie "trái") é um tipo de árvore usado para implementar TSs de strings Tries também são conhecidas como **árvores digitais** e como **árvores de prefixos**

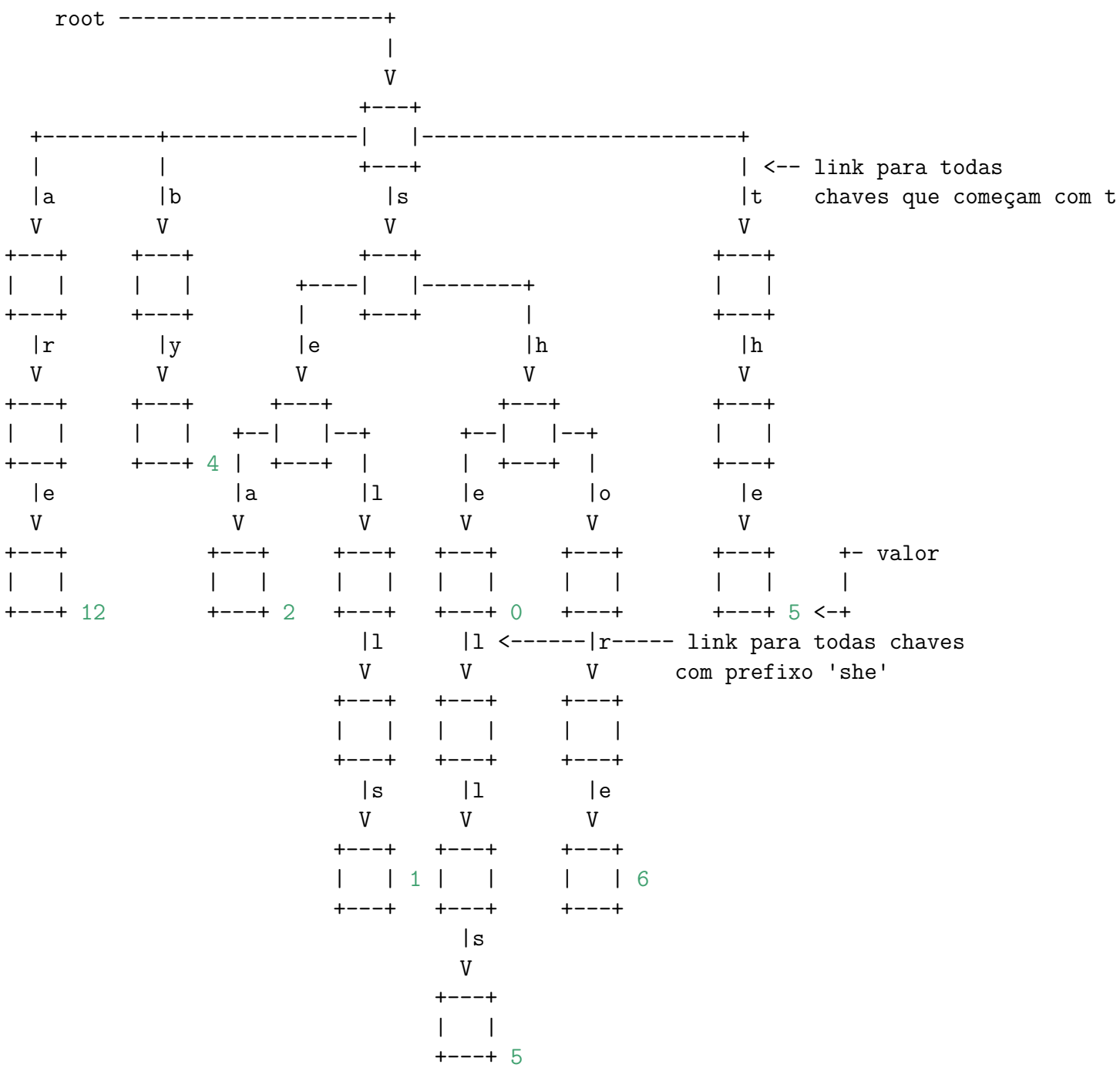
A API desta ST inclui, além do métodos usuais como `put()`, `get()`, `delete()`,..., possui 3 métodos específicos: `keysWithPrefix()`, `keysThatMatch()` e `longestPrefixOf()`.

```
 public class StringST<Value>
--------------------------------------------------------------------------------
                  StringST()     cria uma TS de strings vazia
void              put(String key, Value val)     insere o par (key, val) nesta tabela
Value             get(String key)     valor associado à chave key
void              delete(String key)     remove key e seu valor desta tabela
boolean           isEmpty()     esta tabela de símbolos está vazia?
int               size()     número de pares (chave, valor) desta tabela
Iterable<String>  keys()     todas as chaves desta tabela
Iterable<String>  keysWithPrefix(String s) todas as chaves que têm prefixo s
Iterable<String>  keysThatMatch(String s) todas as chaves que "casam" com s
                  quando '.' é usado como curinga
String            longestPrefixOf(String s) a chave mais longa que é prefixo de s
```

Cada nó tem um pai, com excessão feita a raiz. Cada nó da árvore tem nó da árvore tem até `R` filhos, onde `R` é o tamanho do alfabeto.

1.4 Exemplo

key	val
are	12
by	4
sea	2
sells	1
she	0
shells	3
the	5
shore	6



1.5 Exemplos

Exemplos para o conjunto de chaves she sells sea shells by the sea shore :

```
keysWithPrefix("she") devolve "she" e "shells"
keysWithPrefix("se") devolve "sells" e "sea"
keysThatMatch(".he") devolve "she" e "the"
keysThatMatch("s..") devolve "she" e "sea"
longestPrefixOf("shell") devolve "she"
longestPrefixOf("shellsort") devolve "shells"
```

Duas observações importantes sobre tries:

- chaves ficam codificadas nos caminhos que começam na raiz;
- prefixos de chaves, que nem sempre são chaves, estão representados na trie.

1.6 Estrutura de uma trie

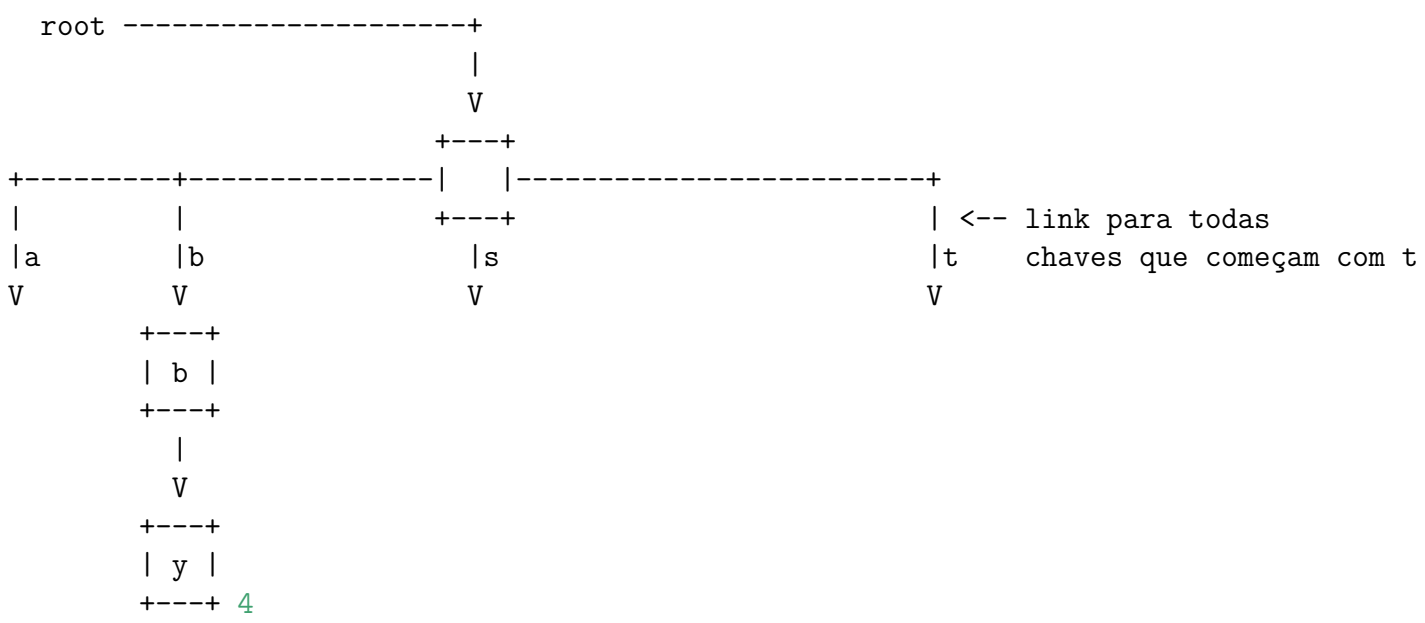
Os links da estrutura correspondem a caracteres e não a chaves. Nas figuras, o caractere escrito dentro de um nó é o caractere do link que entra no nó.

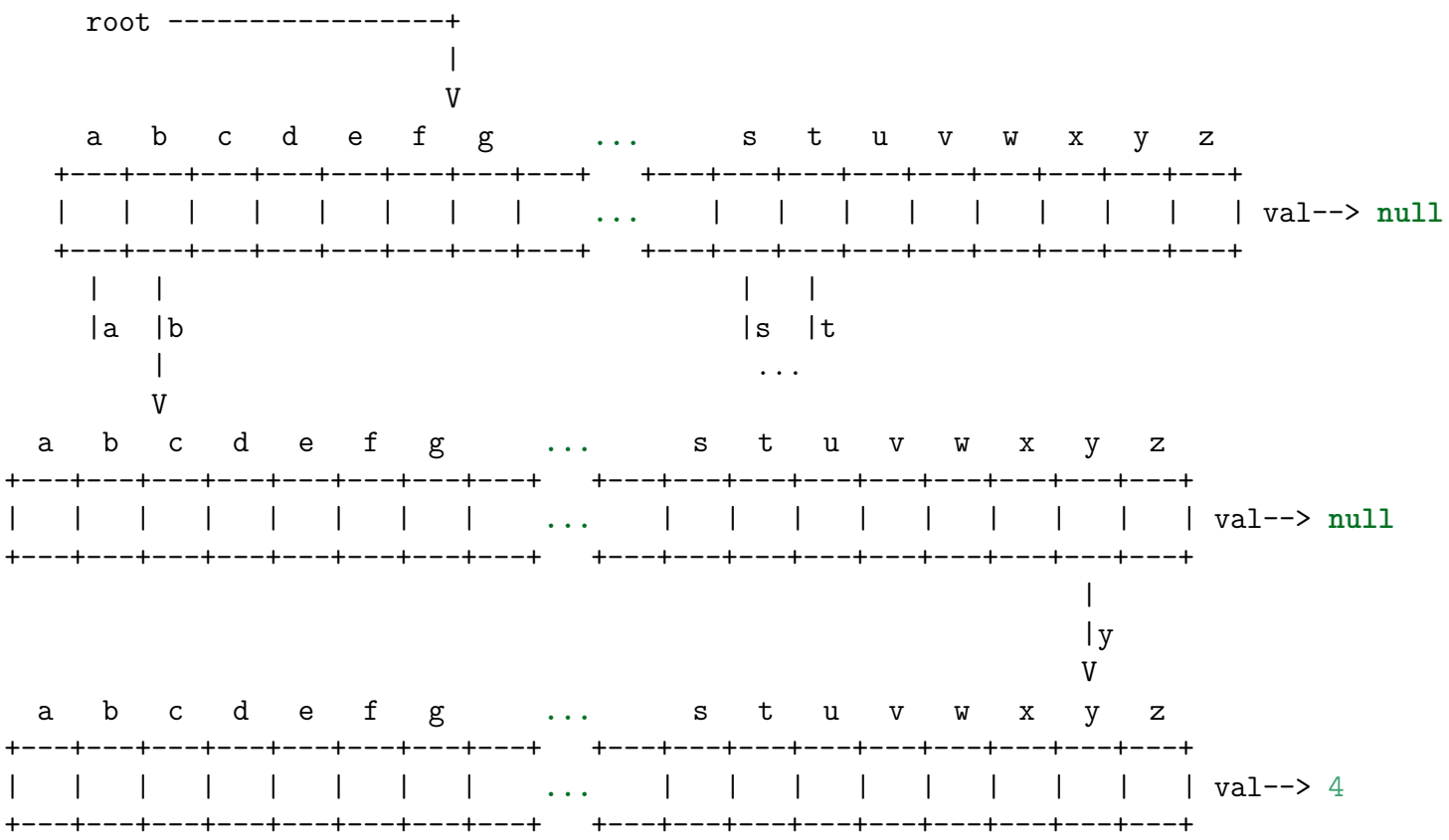
Tries são compostas por nós do tipo `Node`. O campo `val` é um Object porque pode eventualmente ser um vetor e Java não permite vetores genéricos:

```
private static class Node {
   private Object val;
   private Node[] next = new Node[R];
}
```

Muitos dos `R` ponteiros podem ser `null`.

Se a trie é para o alfabeto `'a', 'b',...,'z'` temos





as posições vazias representam `null`.

Ao descer da raiz até um nó `x`, soletramos uma string, digamos `s`. Dizemos que `s` leva ao nó `x`. Dizemos também que o nó `x` é localizado pela string `s`.

A string que leva a um nó `x` é uma chave se e somente se `x.val != null`.

1.7 Implementação

```
public class TrieST<Value> {

   private static int R = 256; // "base": tamanho do alfabeto
   private int n;              // número de pares chave-valor
   private Node root;          // raiz da trie

   private static class Node {...}

   public Value get(String key) {...}

   private Node get(Node x, String key, int d) {...}

   public void put(String key, Value val) {...}

   private Node put(Node x, String key, Value val, int d) {...}
```

```
   public void delete(String k) {...}

   public Iterable<String> keys() {...}

}
```

1.8 Busca

Seguimos os ponteiros soletrando a string `key`.

```
   public Value get(String key) {
      Node x = get(root, key, 0);
      if (x == null) return null;
      return (Value) x.val;
   }

   private Node get(Node x, String key, int d) {
      if (x == null) return null;
      if (d == key.length()) return x;
      char c = key.charAt(d);
      return get(x.next[c], key, d+1);
   }
```

1.9 Inserção

É feita uma busca. Se a chave é encontrada o valor `val` é substituido. Caso contrário chegamos a um `null` é evemos continuar a inserção ou chegamos no último caractere da chave.

Exemplos: she sells sea shells by the sea shore

```
   public void put(String key, Value val) {
      root = put(root, key, val, 0);
   }

   private Node put(Node x, String key, Value val, int d) {
      if (x == null) x = new Node();
      if (d == key.length()) {
         if (x.val == null) n++;
         x.val = val;
         return x;
      }
      char c = key.charAt(d);
      x.next[c] = put(x.next[c], key, val, d+1);
      return x;
   }
```

1.10 Remoção

A operação `delete()` remove uma dada chave `k` do conjunto de chaves da trie. Em princípio, a implementação da operação `delete()` é fácil: basta encontrar o nó `x` localizado pela string `k` e fazer

```
x.val = null;
```

Infelizmente, a trie resultante dessa operação pode não ser limpa, mesmo que a trie original seja limpa. Para manter a trie limpa, é preciso fazer algo mais complexo:

```
public void delete(String key) {
   root = delete(root, key, 0);
}

private Node delete(Node x, String key, int d) {
   if (x == null) return null;
   if (d == k.length())
      x.val = null;
   else {
      char c = k.charAt(d);
      x.next[c] = delete(x.next[c], key, d+1);
   }
   if (x.val != null) return x;
   for (char c = 0; c < R; c++)
      if (x.next[c] != null) return x;
   return null;
}
```

1.11 keys()

```
public Iterable<String> keys() {
   return keysWithPrefix("");
}
```

1.12 keysWithPrefix()

```
/**
 * Devolve todas as chaves na TS que têm prefixo prefix.
 */
public Iterable<String> keysWithPrefix(String prefix) {
    Queue<String> queue = new Queue<String>();
    Node x = get(root, prefix, 0);
    collect(x, prefix, queue);
    return queue;
}
```

1.13 collect()

O método coloca na fila `q` todas as chaves da subtrie cuja raiz é `x` depois de acrescentar o prefixo `pre` a todas essas chaves.

```
    private void collect(Node x, String pre, Queue<String> q) {
       if (x == null) return;
       if (x.val != null) q.enqueue(pre);
       for (char c = 0; c < R; c++)
          collect(x.next[c], pre + c, q);
    }
```

1.14 longestPrefixOf()

```
public String longestPrefixOf(String s) {
   int max = -1;
   Node x = root;
   for (int d = 0; x != null; d++) {
      if (x.val != null) max = d;
      if (d == s.length()) break;
      x = x.next[s.charAt(d)];
   }
   if (max == -1) return null;
   return s.substring(0, max);
}
```

1.15 keysThatMatch()

```
   /**
    * Devolve todas as chaves que casam com o padrão pat
    * (em particular, todos os caracteres . em pat são curingas).
    */
    public Iterable<String> keysThatMatch(String pat) {
        Queue<String> q = new Queue<String>();
        collect(root, "", pat, q);
        return q;
    }

   /**
    * Acrescenta à fila q todas as chaves da trie
    * que têm prefixo prefix e casam com o padrão pat.
    * (Supõe que prefix.length() <= pat.length().)
    */
    public void collect(Node x, String prefix, String pat, Queue<String> q) {
        if (x == null) return;
        if (prefix.length() == pat.length() && x.val != null)
            q.enqueue(prefix);
        if (prefix.length() == pat.length())
```

```
            return;
        char next = pat.charAt(prefix.length());
        for (int c = 0; c < R; c++)
            if (next == '.' || next == c)
                collect(x.next[c], prefix + c, pat, q);
    }
```

1.16 Análise

A aparência de uma BST (árvore binária de busca) depende muito da ordem em que as chaves são inseridas e removidas. Não é o que acontece com tries (e portanto a expressão¨"trie balanceada" não faz sentido).

Proposição F: A estrutura de uma trie não depende da ordem em que as chaves são inseridas e removidas.

O consumo de tempo das operações sobre uma trie não depende do número, `n`, de chaves:

Proposição G: O número de nós visitados para buscar ou inserir uma chave de comprimento w em uma trie é no máximo `1 + w`.

O consumo de tempo médio em uma busca malsucedida é bem menor que `1 + w`, pois a busca termina tão logo encontramos um link `null`.

Proposição H: O número esperado de nós visitados durante uma busca malsucedida em uma trie com `n` chaves aleatórias sobre um alfabeto de tamanho `R` é aproximadamente $\log_R n$.

Consequência pouco intuitiva: se as chaves são aleatórias, o consumo de tempo médio não depende do comprimento das chaves.

Proposição I: O número de links em uma trie é entre `Rn` e `Rnw` onde `w` é o comprimento médio de uma chave.