AULA 24

Busca de Substrings

Substring search

Referências: Busca de substring (PF), Substring Searching (SW), slides (SW), vídeo (SW).

Introdução

Problema: Dada uma string pat e uma string txt, encontrar uma ocorrência de pat em txt.

Exemplo: encontre ATTGG em:

```
TGGTAAGCGGTTCCTGCCCCGGCTCAGGGCCAAGAACAGATGAGACAGCTGAGTGATGGGCCAAACAGGATATCTGTGG
TAAGCAGTTCCTGCCCCGGCTCGGGGCCAAGAACAGATGGTCCCCAGATGCGGTCCAGCCCTCAGCAGTTTCTAGTGAA
TCATCAGATGTTTCCAGGGTGCCCCAAGGACCTGAAAATGACCCTGTACCTTATTTGAACTAACCAATCAGTTCGCTTC
TCGCTTCTGTTCGCGCGCTTCCGCTCTCCGAGCTCAATAAAAGAGCCCACAACCCCTCACTCGGCGCGCCAGTCTTCCG
ATAGACTGCGTCGCCCGGGTACCCGTATTCCCAATAAAGCCTCTTGCTGTTTGCATCCGAATCGTGGTCTCGCTGTTCC
TTGGGAGGGTCTCCTCTGAGTGATTGACTACCCACGACGGGGGTCTTTCATTTGGGGGCTCGTCCGGGATTTGGAGACC
CCTGCCCAGGGACCACCGACCCACCACCGGGAGGTAAGCTGGCCAGCAACTTATCTGTGTCTGTCCGATTGTCTAGTGT
CTATGTTTGATGTTATGCGCCTGCGTCTGTACTAGTTAGCTAACTAGCTCTGTATCTGGCGGACCCGTGGTGGAACTGA
CGAGTTCTGAACACCCGGCCGCAACCCTGGGAGACGTCCCAGGGACTTTGGGGGCCGTTTTTGTGGCCCGACCTGAGGA
AGGGAGTCGATGTGGAATCCGACCCCGTCAGGATATGTGGTTCTGGTAGGAGACGAGAACCTAAAACAGTTCCCGCCTC
CGTCTGAATTTTTGCTTTCGGTTTGGAACCGAAGCCGCGCGTCTTGTCTGCTGCAGCATCGTTCTGTGTTGTCTCTGTC
TGACTGTGTTTCTGTATTTGTCTGAAAATTAGGGCCAGACTGTTACCACTCCCTTAAGTTTGACCTTAGGTCACTGGAA
AGATGTCGAGCGGATCGCTCACAACCAGTCGGTAGATGTCAAGAAGAGACGTTGGGTTACCTTCTGCTCTGCAGAATGG
CCAACCTTTAACGTCGGATGGCCGCGAGACGGCACCTTTAACCGAGACCTCATCACCCAGGTTAAGATCAAGGTCTTTT
CACCTGGCCCGCATGGACACCCAGACCAGGTCCCCTACATCGTGACCTGGGAAGCCTTGGCTTTTGACCCCCCTCCCTG
GGTCAAGCCCTTTGTACACCCTAAGCCTCCGCCTCCTCTTCCTCCATCCGCCCCGTCTCTCCCCCTTGAACCTCCTCGT
TCGACCCCGCCTCGATCCTCCCTTTATCCAGCCCTCACTCCTTCTCTAGGCGCCGGAATTCGTTAACTCGAGGATCCGG
CTGTGGAATGTGTGTCAGTTAGGGTGTGGAAAGTCCCCAGGCTCCCCAGCAGGCAGAAGTATGCAAAGCATGCATCTCA
ATTAGTCAGCAACCAGGTGTGGAAAGTCCCCAGGCTCCCCAGCAGGCAGAAGTATGCAAAGCATGCATCTCAATTAGTC
AGCAACCATAGTCCCGCCCCTAACTCCGCCCATCCCGCCCCTAACTCCGCCCAGTTCCGCCCATTCTCCGCCCCATGGC
TGACTAATTTTTTTTATTTATGCAGAGGCCGAGGCCGCCTCGGCCTCTGAGCTATTCCAGAAGTAGTGAGGAGGCTTTT
TTGGAGGCCTAGGCTTTTGCAAAAAGCTGCCCAAGCTGATCCCCGGGGGCAATGAGATATGAAAAAGCCTGAACTCACC
GCGACGTCTGTCGAGAAGTTTCTGATCGAAAAGTTCGACAGCGTCTCCGACCTGATGCAGCTCTCGGAGGGCGAAGAAT
CTCGTGCTTTCAGCTTCGATGTAGGAGGGCGTGGATATGTCCTGCGGGTAAATAGCTGCGCCGATGGTTTCTACAAAGA
TCGTTATGTTTATCGGCACTTTGCATCGGCCGCGCTCCCGATTCCGGAAGTGCTTGACATTGGGGAATTCAGCGAGAGC
```

Introdução

Dizemos que um vetor $\texttt{pat}[0\,..\,\texttt{m}-1]$ **casa com** $\texttt{txt}[0\,..\,\texttt{n}-1]$ **a partir de** $\texttt{i}$ se

$$\texttt{pat}[0\,..\,\texttt{m}-1] = \texttt{txt}[\texttt{i}\,..\,\texttt{i}+\texttt{m}-1]$$

para algum $\texttt{i}$ em $[0\,..\,\texttt{n}-\texttt{m}]$.

Exemplo:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
txt	x	c	b	a	b	b	c	b	a	x

	0	1	2	3
pat	b	c	b	a

$\texttt{pat}[0\,..\,3]$ casa com $\texttt{txt}[0\,..\,9]$ a partir de 5.

Busca de substrings

Problema alternativo: Dados pat$[0\,..\,m-1]$ e txt$[0\,..\,n-1]$, encontrar o número de ocorrências de pat em txt.

Exemplo: Para $n = 10$, $m = 4$, e

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
txt	b	b	a	b	a	b	a	c	b	a

	0	1	2	3
pat	b	a	b	a

pat ocorre 2 vezes em txt.

Algoritmo de força bruta

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													

Algoritmo de força bruta

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												

Algoritmo de força bruta

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											

Algoritmo de força bruta

pat = a b a b b a b a b b a

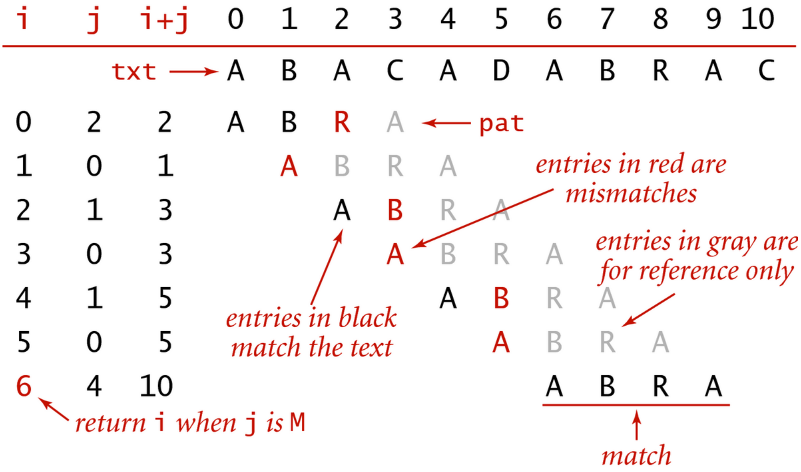
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										

Algoritmo de força bruta

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
5						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
6							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
7								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
8									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
9										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
10											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
11												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
12													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Algoritmo de força bruta



Brute-force substring search

Algoritmo de força bruta

Devolve a primeira de ocorrências de pat em txt.

```
public static
int search(String pat, String txt) {
   int i, n = txt.length();
   int j, m = pat.length();
   for (i = 0; i <= n-m; i++) {
       for (j = 0; j < m; j++)
           if(txt.charAt(i+j)!=pat.charAt(j))
               break;
       if (j == m) return i;
   }
   return n;
}
```

Algoritmo de força bruta

Relação invariante: no início de cada iteração do "`for (j= 0; ...)`" vale que

(i0) $\texttt{pat}[0\,..\,\texttt{j}-1] = \texttt{txt}[\texttt{i}\,..\,\texttt{i}+\texttt{j}-1]$

Consumo de tempo

Consumo de tempo da função `search()`.

linha	todas as execuções da linha
1-2	$= 1$
3	$= \mathtt{n} - \mathtt{m} + 1$
4	$\leq (\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)(\mathtt{m} + 1)$
5	$\leq (\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)\,\mathtt{m}$
6	$\leq (\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)$
7	$= \mathtt{n} - \mathtt{m}$
8-9	$= 1$
total	$< 3\,(\mathtt{n} - \mathtt{m} + 2) + 2\,(\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)(\mathtt{m} + 1)$ $= \mathrm{O}((\mathtt{n} - \mathtt{m} + 1)\mathtt{m})$

Pior caso

pat = a a a a a a a a a a b

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	txt
0	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b													
1		a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b												
2			a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b											
3				a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b										
4					a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b									
5						a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b								
6							a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b							
7								a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b						
8									a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b					
9										a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b				
10											a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b			
11												a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b		
12													a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	b	

Pior caso

i	j	i+j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		txt →	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B
0	4	4	A	A	A	A	B	← pat				
1	4	5		A	A	A	A	B				
2	4	6			A	A	A	A	B			
3	4	7				A	A	A	A	B		
4	4	8					A	A	A	A	B	
5	5	10						A	A	A	A	B

Brute-force substring search (worst case)

Melhor caso

pat = b a a a a a a a a a a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	txt
0	b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
1		b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
2			b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
3				b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
4					b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
5						b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
6							b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
7								b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
8									b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
9										b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
10											b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
11												b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		
12													b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	

Conclusões

O consumo de tempo de `search()` no pior caso é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo de `search()` no melhor caso é $O(n - m + 1)$.

Isto significa que no pior caso o consumo de tempo é essencialmente proporcional a $m\,n$.

Em geral o algoritmo é rápido e faz não mais que $1.1 \times n$ comparações.

Algoritmo de força bruta: versão alternativa

```
public static
int search(String pat, String txt) {
   int i, n = txt.length();
   int j, m = pat.length();
   for (i=0, j=0; i < n && j < m; i++) {
      if(txt.charAt(i)==pat.charAt(j))j++;
      else {
         i -= j; // retrocesso
         j = 0;
      }
   }
   if (j == m) return i - m;
   return n; }
```

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
5						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
5						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
6							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							

Algoritmo força bruta: direita para esquerda

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
0	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
1		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
4					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
5						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
6							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
7								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
8									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
9										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
10											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
11												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
12													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Força bruta: direita para esquerda

Devolve a primeira de ocorrências de pat em txt.

```
public static
int search(String pat, String txt) {
   int i, n = txt.length();
   int j, m = pat.length();
   for (i = 0; i <= n-m; i+=1 /*skip*/) {
      for (j = m-1; j >= 0; j--)
         if(txt.charAt(i+j)!=pat.charAt(j))
            break;
      if (j == -1) return i;
   }
   return n;
}
```

Próximos passos

Existe algoritmo mais rápido que o força bruta?

Existe algoritmo que faz apenas `n` comparações entre caracteres?

Existe algoritmo que faz menos que `n` comparações?

Algoritmo KMP para busca de substring

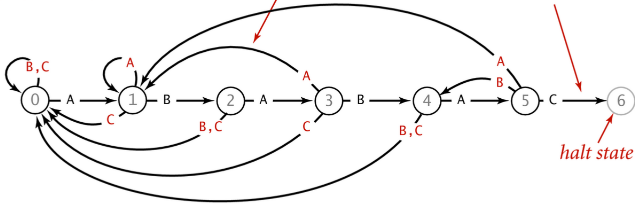
internal representation

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

mismatch transition (back up)

match transition (increment)

graphical representation



DFA corresponding to the string A B A B A C

Algoritmo de força bruta

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a	b	a	b																				
1		a																						
2			a	b																				
3				a	b	a	b	b																
4					a																			
5						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b									
6							a																	
7								a	b	a														
8									a															
9										a														
10											a	b	a	b										
11												a												
12													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Algoritmo de força bruta: versão alternativa

```
public static
int search(String pat, String txt) {
   int i, n = txt.length();
   int j, m = pat.length();
   for(i=0, j=0; i < n && j < m; i++) {
      if(txt.charAt(i)==pat.charAt(j))j++;
      else {
         i -= j; // retrocesso
         j = 0;
      }
   }
   if (j == m) return i - m;
   return n; }
```

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T

0 a

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T

0 a

1 a b

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T

0 a
1 a b
2 a b a

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															

Ideia básica do algoritmo

$P = $ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							
17													a	b	a	b	b	a						

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							
17													a	b	a	b	b	a						

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							
17													a	b	a	b	b	a						

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							
17													a	b	a	b	b	a						

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

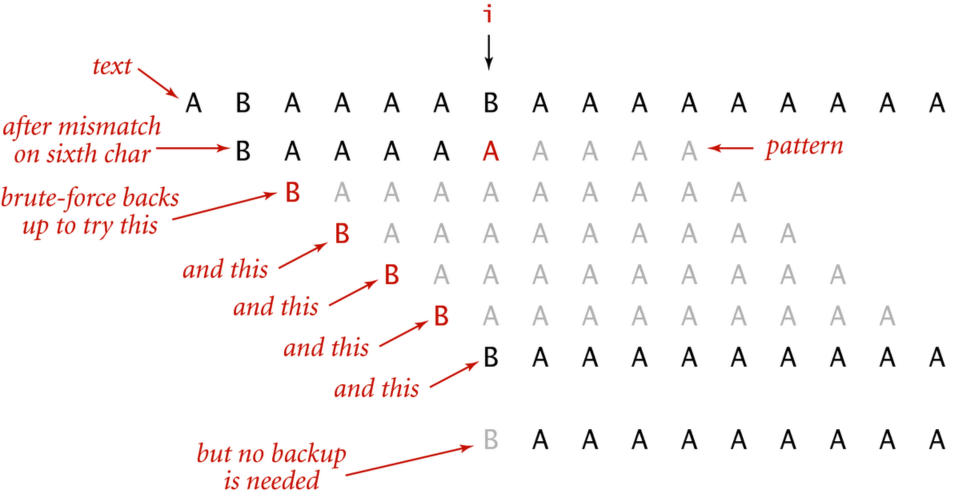
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							
17													a	b	a	b	b	a						

Ideia básica do algoritmo

$P =$ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	T
0	a																							
1	a	b																						
2	a	b	a																					
3				a																				
4				a	b																			
5				a	b	a																		
6				a	b	a	b																	
7						a	b	a																
8						a	b	a	b															
9						a	b	a	b	b														
10						a	b	a	b	b	a													
11						a	b	a	b	b	a	b												
12						a	b	a	b	b	a	b	a											
13						a	b	a	b	b	a	b	a	b										
14													a	b	a									
15													a	b	a	b								
16													a	b	a	b	b							
17													a	b	a	b	b	a						

Ideia básica do algoritmo



Text pointer backup in substring searching

Ideia geral

Quando encontramos um conflito entre `txt[i]` e `pat[j]`, **não** é necessário retroceder `i` e passar a comparar `txt[i-j+1 . . ]` com `pat[0 . . ]`.
Basta:

> *encontrar o comprimento do maior prefixo de $pat[0\,..\,]$ que é sufixo de $txt[\,..\,i]$,*

ou seja,

> *encontrar o maior k tal que*
> *$pat[0\,..\,k{-}1]$ é igual a*
> *$txt[i{-}k{+}1\,..\,i]$ que é igual a*
> *$pat[j{-}k{+}1\,..\,j{-}1]{+}txt[i]$,*

e passar a comparar `txt[i+1 . . ]` com `pat[k..]`.

Ideia geral

Exemplo: texto `CAABAABAAAA` e padrão `AABAAA`: depois do conflito entre `txt[6]` e `pat[5]`, não precisamos retroceder no texto: podemos continuar e comparar `txt[7 . . ]` com `pat[3 . . ]`:

	C	A	A	B	A	A	B	A	A	A	A
uma tentativa:		A	A	B	A	A	A				
não precisa tentar:			A	A	B	A	A	A			
não precisa tentar:				A	A	B	A	A	A		
próxima tentativa:					A	A	B	A	A	A	

Algoritmo KMP

Examina os caracteres de txt um a um, da esquerda para a direita, sem nunca retroceder.

Em cada iteração, o algoritmo sabe qual posição k de pat deve ser emparelhada com a próxima posição i+1 de txt.

Ou seja, no fim de cada iteração, o algoritmo sabe qual índice k deve fazer o papel de j na próxima iteração.

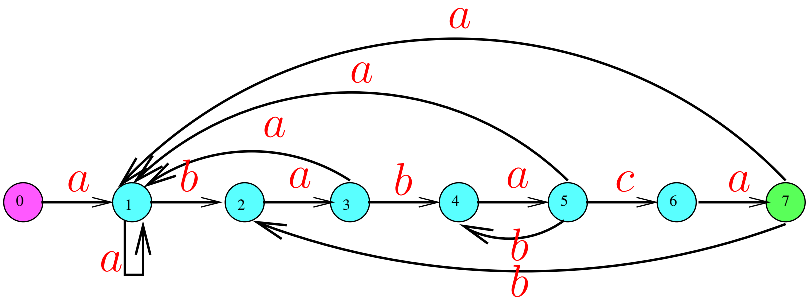
Algoritmo KMP

O algoritmo KMP usa uma tabela `dfa[][]` que armazena os `índices mágicos` `k`.

O nome da tabela deriva da expressão *deterministic finite-state automaton*.

As colunas da tabela são indexadas pelos índices `0..m-1` do padrão e as linhas são indexadas pelo alfabeto, que é o conjunto de todos os caracteres do texto e do padrão.

Autômato de estados determinístico (DFA)



$0..7$ = conjunto de estados

$\Sigma = \{$a, b, c$\}$ = alfabeto

δ = função de transição

0 é estado inicial e 7 é estado final

Exemplo: `pat` = `ABABAC`

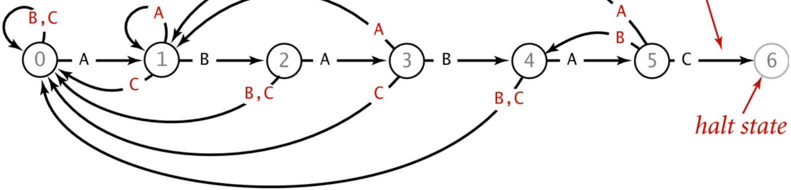
internal representation

	j	0	1	2	3	4	5
`pat.charAt(j)`		A	B	A	B	A	C
`dfa[][j]`	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

mismatch transition (back up)

match transition (increment)

graphical representation



Autômato finito determinístico (DFA)

O algoritmo KMP simula o funcionamento do autômato de estados.

O autômato começa no estado 0 e examina os caracteres do texto, um de cada vez, da esquerda para a direita, mudando para um novo estado cada vez que lê um caractere do texto.

Se atingir o estado `m`, dizemos que o autômato reconheceu ou aceitou o padrão.

Se chegar ao fim do texto sem atingir o estado `m`, sabemos que o padrão não ocorre no texto.

Autômato finito determinístico (DFA)

O autômato está no estado `j` se acabou de casar os `j` primeiros caracteres do padrão com um segmento do texto, ou seja, se acabou de casar `pat[0 . . j-1]` com `txt[i-j . . i-1]`.

Para cada estado `j`, a transição que corresponde ao caractere `pat[j]` é de casamento e leva ao estado `j+1`.

Todas as outras transições que começam no estado `j` são de conflito e levam a um estado $\leq$ `j`.

O autômato de estados é uma ideia **muito importante** em compilação, na teoria da computação, etc.

Autômato finito determinístico (DFA)

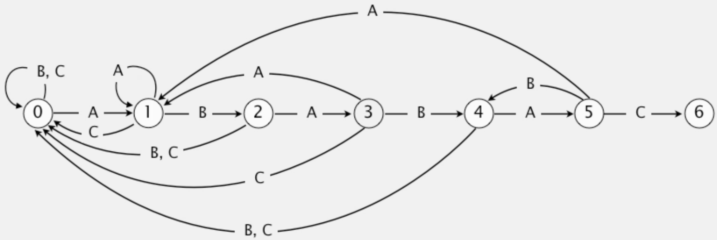
Um **autômato finito** é formado uma 5-upla $(\mathtt{Q}, \Sigma, \delta, \mathtt{q}_0, \mathtt{F})$, onde

- $\mathtt{Q}$ é um conjunto finitos de estados,
- Σ é um conjunto finito chamado alfabeto,
- $\delta : \mathtt{Q} \times \Sigma \to \mathtt{Q}$ é a função de transição,
- $\mathtt{q}_0 \in \mathtt{Q}$ é o estado inicial, e
- $\mathtt{F} \subseteq \mathtt{Q}$ é o conjunto de aceitação.

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

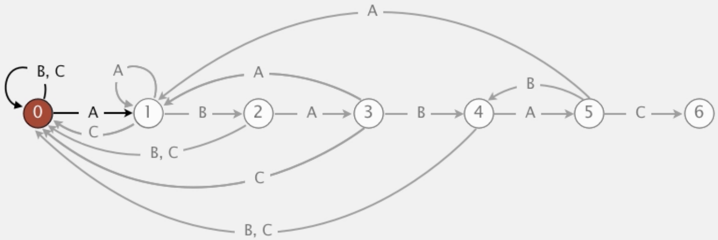


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

↑

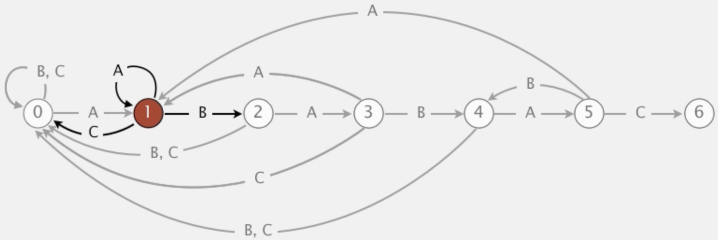
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

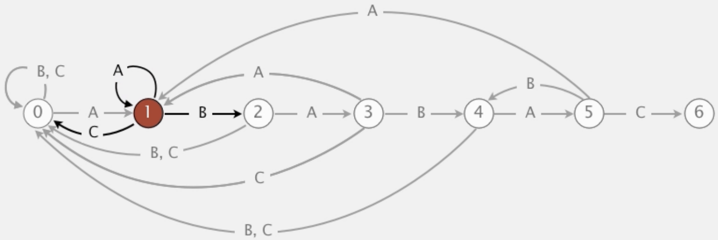
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

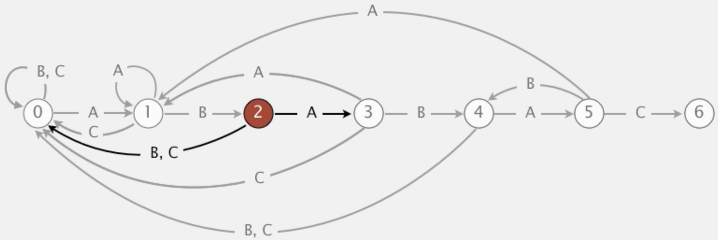
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

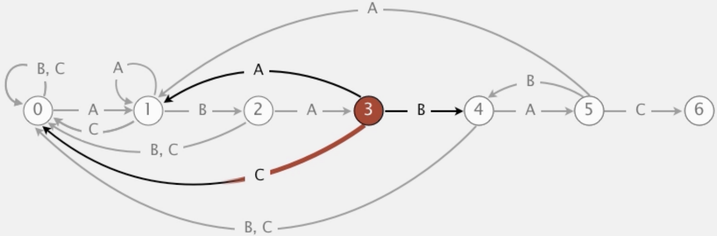
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

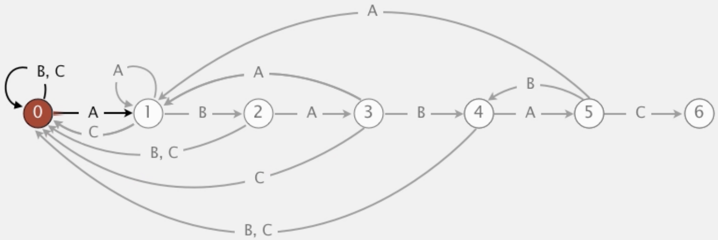
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

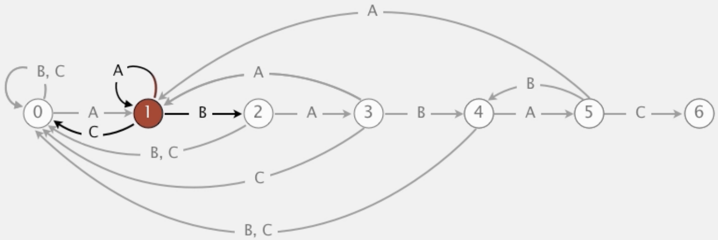
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

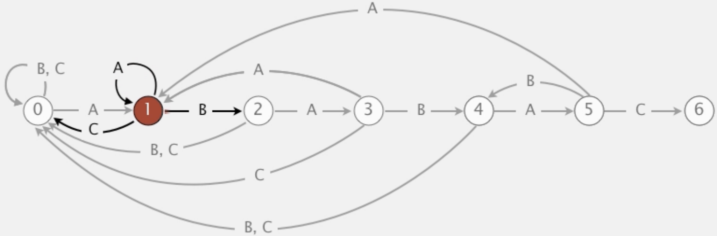
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

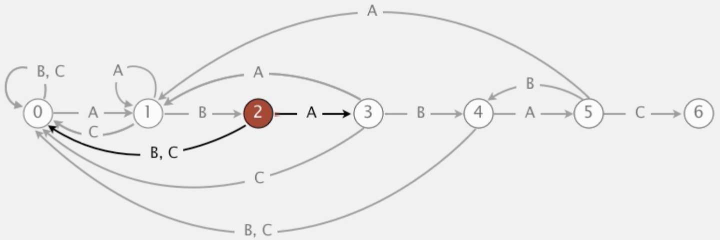
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

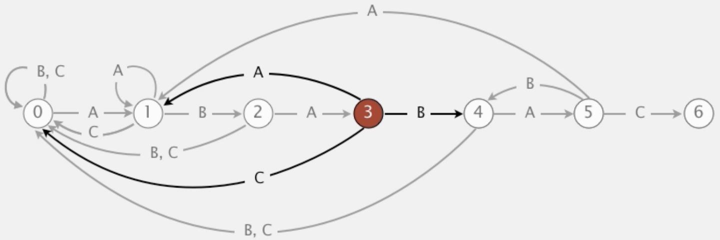
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

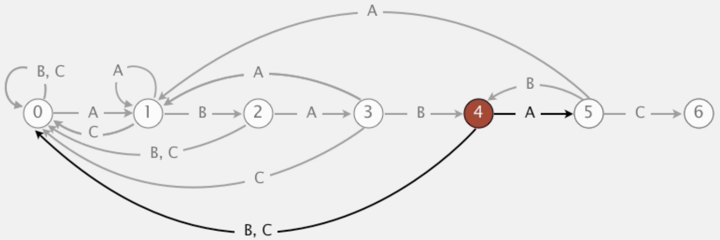


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

↑

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

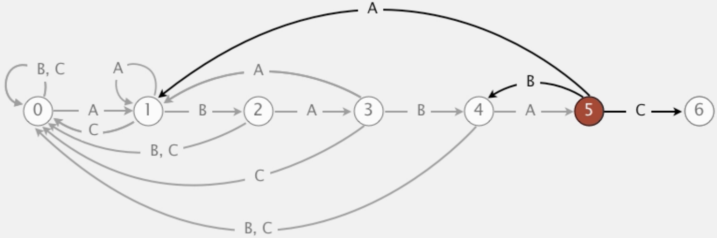


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

↑

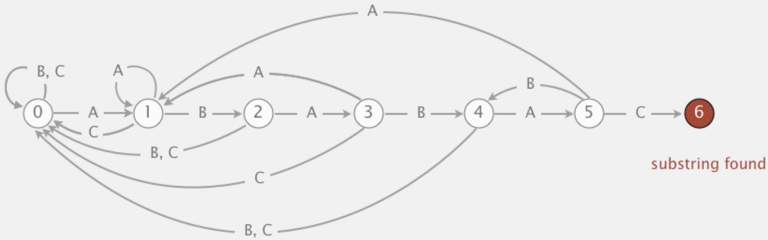
		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA simulation

A A B A C A A B A B A C A A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6



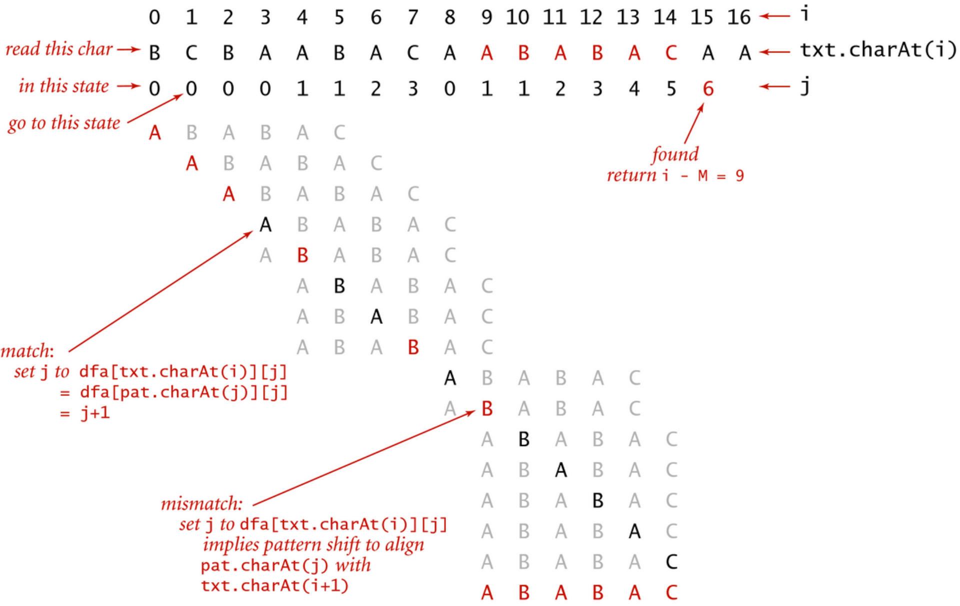
Algoritmo KMP

Retorna a posição a partir de onde pat ocorre em txt se pat não ocorre em txt retorna n.

```
public int search(String txt) {
   int i, n = txt.length();
   int j, m = pat.length();

   for (i = 0, j = 0; i < n && j < m; i++)
       j = dfa[txt.charAt(i)][j];

   if (j == m) return i - m;
   return n;
}
```



Trace of KMP substring search (DFA simulation) for A B A B A C

Invariantes

O método `search()` de `KMP` tem os seguintes invariantes.

Imediatamente antes do teste `i < n && j < m` vale que:

- `pat` não ocorre em `txt[0 . . i-1]`;
- `pat[0 . . k]` é diferente de `txt[i-k . . i]` para todo `k` no conjunto `j+1 . . m-1`; e
- `pat[0 . . j-1]` é igual a `txt[i-j . . i-1]`.

Autômato de estados determinístico (DFA)

A tabela `dfa[][]` representa uma máquina imaginária conhecida como **autômato de estados** (*deterministic finite-state automaton, DFA*).

Os estados do autômato correspondem aos índices `0..m-1` de `pat`.

Também há um estado *final* `m`.

Para cada estado e cada caractere do alfabeto, há uma transição que leva desse estado a um outro.

Construção do DFA

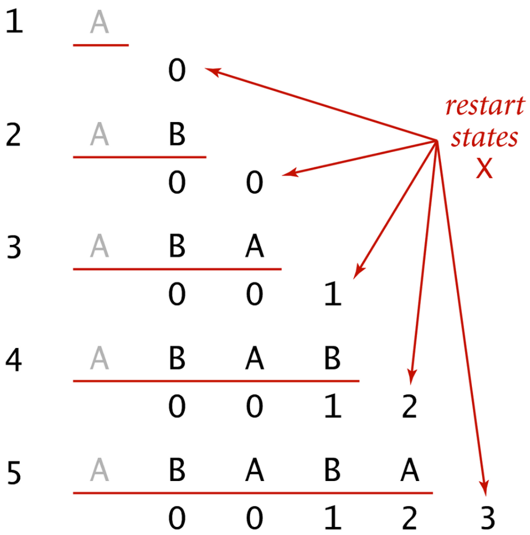
Para construir a tabela `dfa[][]` que representa o autômato podemos pré-processar o padrão `pat` desde que o alfabeto de `txt` seja conhecido.

Para qualquer caractere `c` do alfabeto e qualquer `j` em 0 . . `m`−1, o valor de `dfa[c][j]` é

> *o comprimento do maior prefixo de `pat`[0 . . `j`] que é sufixo de `pat`[0 . . `j`−1]+`c`.*

Uma implementação literal dessa definição faria cerca de $\mathtt{Rm}^3$ comparações entre caracteres para calcular a tabela `dfa[][]`, sendo `R` o número de caracteres do alfabeto.

Exemplo: padrão ABABAC e alfabeto A B C



DFA simulations to compute

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Include one state for each character in pattern (plus accept state).

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A						
dfa[][j]	B						
	C						

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Include one state for each character in pattern (plus accept state).

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A						
	B						
	C						

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Match transition. If in state `j` and next char `c == pat.charAt(j)`, go to `j+1`.

first j characters of pattern have already been matched

next char matches

now first j+1 characters of pattern have been matched

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1		3		5	
	B		2		4		
	C						6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1		3		5	
dfa[][j]	B		2		4		
	C						6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1		3		5	
dfa[][j]	B	0	2		4		
	C	0					6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1		3		5	
dfa[][j]	B	0	2		4		
	C	0					6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1	1	3		5	
dfa[][j]	B	0	2		4		
	C	0	0				6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1	1	3		5	
dfa[][j]	B	0	2		4		
	C	0	0				6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
`pat.charAt(j)`		A	B	A	B	A	C
	A	1	1	3		5	
`dfa[][j]`	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0			6

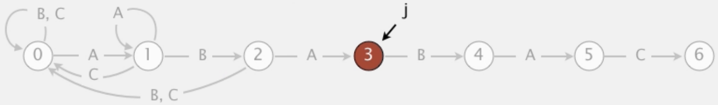
Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3		5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0			6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

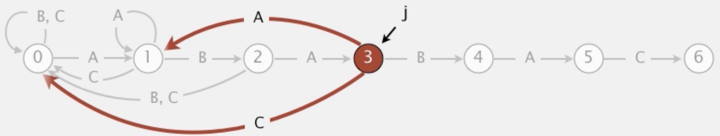


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0	0		6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

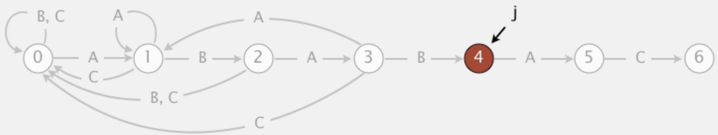


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

	j	0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0	0		6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

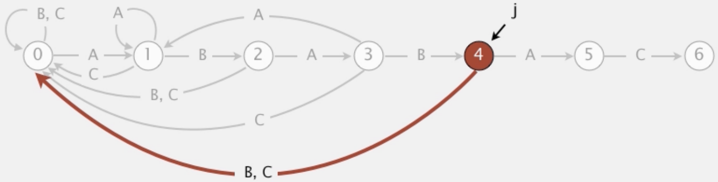


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4	0	
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

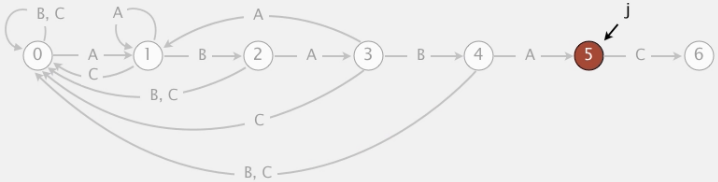


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4	0	
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

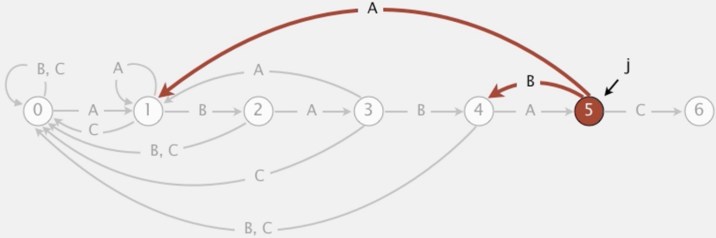


Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

Mismatch transition: back up if `c != pat.charAt(j)`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

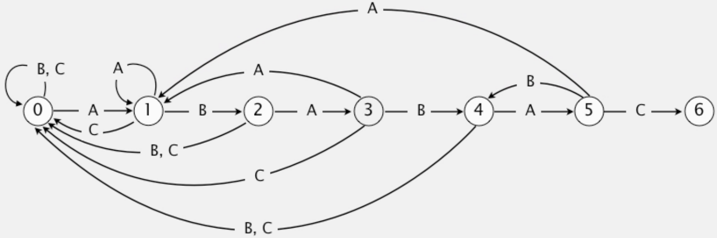
Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1	1	3	1	5	1
dfa[][j]	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Include one state for each character in pattern (plus accept state).

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A						
	B						
	C						

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Match transition. For each state `j`, `dfa[pat.charAt(j)][j] = j+1`.

first j characters of pattern have already been matched

now first j+1 characters of pattern have been matched

		0	1	2	3	4	5
`pat.charAt(j)`		A	B	A	B	A	C
`dfa[][j]`	A	1		3		5	
	B		2		4		
	C						6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For state `0` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][0] = 0`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1		3		5	
	B	0	2		4		
	C	0					6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For state `0` and char `c != pat.charAt(j)`,

set `dfa[c][0] = 0`.

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1		3		5	
	B	0	2		4		
	C	0					6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of empty string

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1		3		5	
	B	0	2		4		
	C	0					6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of empty string

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3		5	
	B	0	2		4		
	C	0	0				6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of empty string

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1	1	3		5	
dfa[][j]	B	0	2		4		
	C	0	0				6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3		5	
	B	0	2		4		
	C	0	0				6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3		5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0			6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3		5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0			6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C

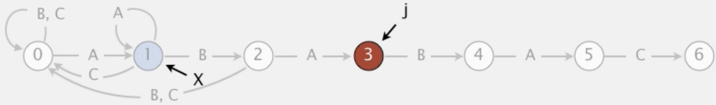
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3		5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0			6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



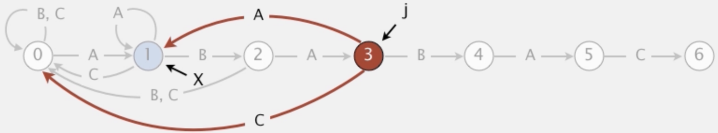
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0	0		6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



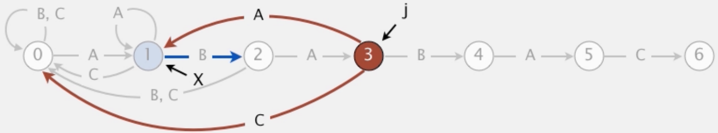
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0	0		6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



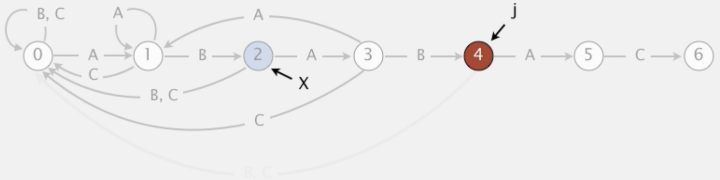
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A B

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4		
	C	0	0	0	0		6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



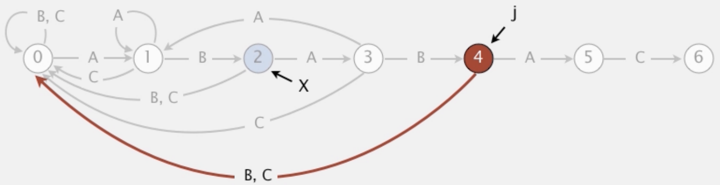
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A B

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
	A	1	1	3	1	5	
dfa[][j]	B	0	2	0	4	0	
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



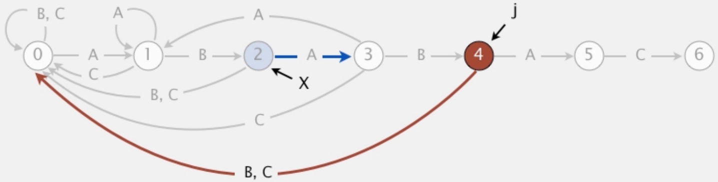
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A B

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4	0	
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for **A B A B A C**



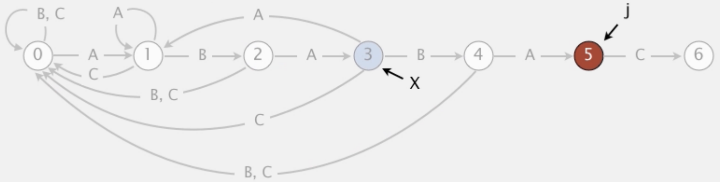
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A B A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	
	B	0	2	0	4	0	
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



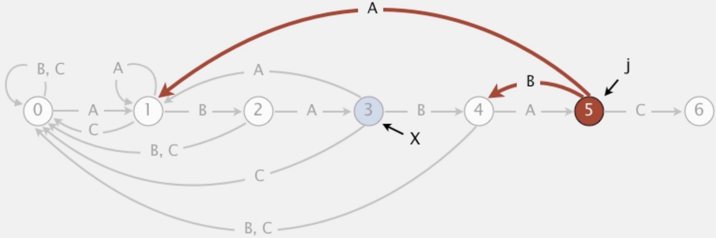
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A B A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



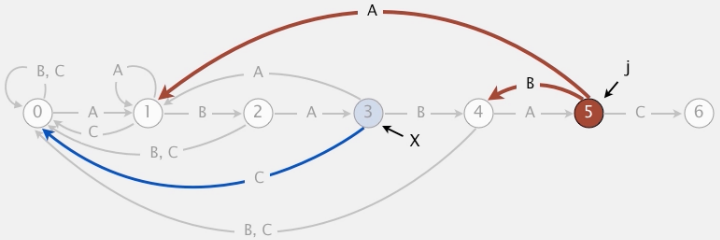
Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

Mismatch transition. For each state `j` and char `c != pat.charAt(j)`, set `dfa[c][j] = dfa[c][X]`; then update `X = dfa[pat.charAt(j)][X]`.

X = simulation of B A B A

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

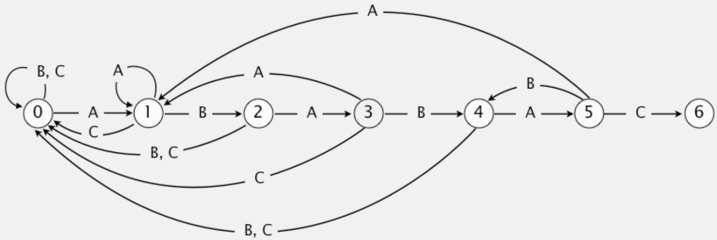
Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



Knuth-Morris-Pratt demo: DFA construction in linear time

		0	1	2	3	4	5
pat.charAt(j)		A	B	A	B	A	C
dfa[][j]	A	1	1	3	1	5	1
	B	0	2	0	4	0	4
	C	0	0	0	0	0	6

Constructing the DFA for KMP substring search for A B A B A C



Construção da DFA

Trecho de código do KMP que constrói a DFA.

```
dfa[pat.charAt(0)][0] = 1;
for (int j = 1, X = 0; j < m; j++) {
    for (int c = 0; c < R; c++)
        // copie casos de conflito
        dfa[c][j] = dfa[c][X];

    // defina casos de casamento
    dfa[pat.charAt(j)][j] = j+1;

    // atualize estado de reinício
    X = dfa[pat.charAt(j)][X];
}
```

Construção da DFA: programação dinâmica

dfa[c][j] $=$ maior k tal que
pat[0 . . k-1] $=$ pat[j-k+1 . . j-1]+c

Para j = 0:
dfa[c][0] $=$ 1, se pat[0] = c
0, se pat[0] $\neq$ c

Para j > 0:
dfa[c][j] $=$ dfa[c][j−1]+1, se pat[j] = c
dfa[c][X], se pat[j] $\neq$ c,
onde X é o maior valor tal que
pat[0 . . X]$=$pat[. . j-1]+c.

Classe KMP: esqueleto

```
public class KMP {
   private final int R = 256;
   private String pat;
   // dfa[][] representa o autômato
   private int[][] dfa;
   public KMP(String pat) { ...}
   public int search(String txt) {...}
}
```

KMP: construtor

```
public KMP(String pat) {
    this.pat = pat;
    int m = pat.length();
    dfa = new int[R][m];
    dfa[pat.charAt(0)][0] = 1;
    for (int j = 1, X = 0; j < m; j++){
        // calcule dfa[][j]
        for (int c = 0; c < R; c++)
            dfa[c][j] = dfa[c][X];
        dfa[pat.charAt(j)][j] = j+1;
        X = dfa[pat.charAt(j)][X];
    }
}
```

KMP: search()

```
public int search(String txt) {
   inti, n = txt.length();
   int j, m = pat.length();
   for (i = 0, j = 0; i < n && j < m; i++)
       j = dfa[txt.charAt(i)][j];
   if (j == m) return i - m;
   returnn;
}
```

Consumo de tempo

O consumo de tempo do algoritmo KMP é
$O(\mathtt{m} + \mathtt{n})$.

Proposição. O algoritmo KMP examina não mais que m + n caracteres.

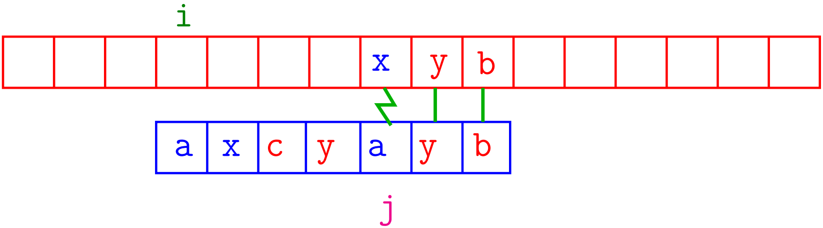
Se levarmos em conta o tamanho do alfabeto, R, o consumo de tempo para construir o DFA é mR.

Boyer-Moore

Fonte: ADS: Boyer Moore String Search

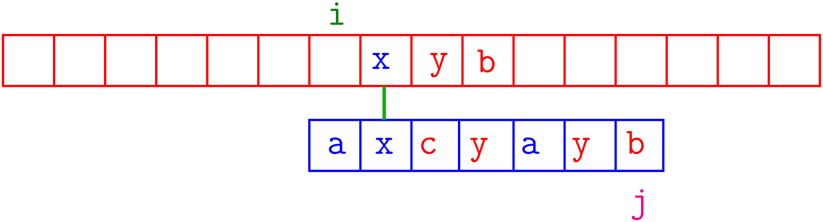
Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt

1 a n d a n d o

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							
3						a	n	d	a	n	d	o																					

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							
3						a	n	d	a	n	d	o																					
4									a	n	d	a	n	d	o																		

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							
3						a	n	d	a	n	d	o																					
4									a	n	d	a	n	d	o																		
5												a	n	d	a	n	d	o															

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							
3						a	n	d	a	n	d	o																					
4									a	n	d	a	n	d	o																		
5												a	n	d	a	n	d	o															
6															a	n	d	a	n	d	o												

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							
3						a	n	d	a	n	d	o																					
4									a	n	d	a	n	d	o																		
5												a	n	d	a	n	d	o															
6															a	n	d	a	n	d	o												
7																		a	n	d	a	n	d	o									

Boyer-Moore

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2				a	n	d	a	n	d	o																							
3						a	n	d	a	n	d	o																					
4									a	n	d	a	n	d	o																		
5												a	n	d	a	n	d	o															
6															a	n	d	a	n	d	o												
7																		a	n	d	a	n	d	o									
8																					a	n	d	a	n	d	o						

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				

Boyer-Moore

$\texttt{pat}$ = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
11											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
11											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
12												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		

Boyer-Moore

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2		a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a												
3			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
4				a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a										
5					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
6						a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a								
7							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
8								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
9									a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a					
10										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
11											a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a			
12												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
13													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

Bad-character heuristic

Ideia ("*bad-character heuristic*"): calcular um deslocamento de modo que `txt`[`j`] fique emparelhado com a última ocorrência do caractere `txt`[`j`] em `pat`.

Suponha que o conjunto a que pertencem todos os elementos de `pat` e de `txt` é conhecido de antemão. Este conjunto é o **alfabeto** do problema.

Suponha que o alfabeto é o conjunto de todos os 256 caracteres.

Bad-character heuristic

Para implementar essa ideia fazemos um pré-processamento de `pat`, determinando para cada símbolo `x` do alfabeto a posição de sua última ocorrência em `pat`.

	0	1	2	3	4	5	6
`pat`	a	n	d	a	n	d	o

	0	...	'a'	'b'	'c'	'd'	...	...	'n'	'o'	'p'	...	255
`right`	-1	...	3	-1	-1	5	...	...	4	6	-1	...	...

Classe BoyerMoore: esqueleto

```
public class BoyerMoore {
   private final int R; // tam.  alfabeto
   // pulo bad-character
   private int[] right;
   // padrão como array ou String
   private char[] pattern;
   private String pat;
   public BoyerMoore(String pat) {...}
   public BoyerMoore(char[] pattern,
                     int R) {...}
   public int search(String txt) {...}
   public int search(char[] text) {...}
}
```

BoyerMoore: construtor

```
public BoyerMoore(String pat) {
   this.R = 256;
   this.pat = pat;

   // última ocorrência de c em pat
   right = new int[R];
   for (int c = 0; c < R; c++)
      right[c] = -1;

   for (int j = 0; j < pat.length(); j++)
      right[pat.charAt(j)] = j;
}
```

BoyerMoore: search()

Recebe strings pat e txt com $m \geq 1$ e $n \geq 0$, e retorna o índice da primeira ocorrências de pat em txt. Se pat não ocorre em txt, retorna n.

```
public int search(String txt) {
   int n = txt.length();
   int m = pat.length();
   int skip;
```

BoyerMoore: search()

```
for (int i = 0; i <= n-m; i += skip) {
    skip = 0;
    for (int j = m-1; j >= 0; j--) {
        if(pat.charAt(j)!=txt.charAt(i+j)){
            int r= right[txt.charAt(i+j)]
            skip = Math.max(1,j-r);
            break;
        }
    }
    if (skip == 0) return i; // achou
}
return n; // não achou
}
```

Pior caso

pat = b a a a a a a a a a a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	txt
1	b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a													
2		b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a												
3			b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a											
4				b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a										
5					b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a									
6						b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a								
7							b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a							
8								b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a						
9									b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a					
10										b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a				
11											b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a			
12												b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a		
13													a	b	a	a	a	a	a	a	a	a	a	

Melhor caso

pat = a b c d e

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	txt
1	a	b	c	d	e																			

Melhor caso

pat = a b c d e

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	txt
1	a	b	c	d	e																			
2						a	b	c	d	e														

Melhor caso

pat = a b c d e

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	txt
1	a	b	c	d	e																			
2						a	b	c	d	e														
3											a	b	c	d	e									

Melhor caso

pat = a b c d e

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	txt
1	a	b	c	d	e																			
2						a	b	c	d	e														
3											a	b	c	d	e									
4																a	b	c	d	e				

Melhor caso

pat = a b c d e

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	?	x	?	?	?	txt
1	a	b	c	d	e																			
2						a	b	c	d	e														
3											a	b	c	d	e									
4																a	b	c	d	e				
5																					a	b	c	. . .

Conclusões

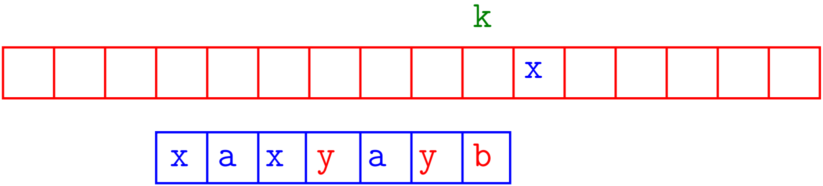
O consumo de tempo do algoritmo BoyerMoore no pior caso é $O((n - m + 1)m)$.

O consumo de tempo do algoritmo BoyerMoore no melhor caso é $O(n/m)$.

Isto significa que no pior caso o consumo de tempo é essencialmente proporcional a mn e no melhor caso o algoritmo é **sublinear**.

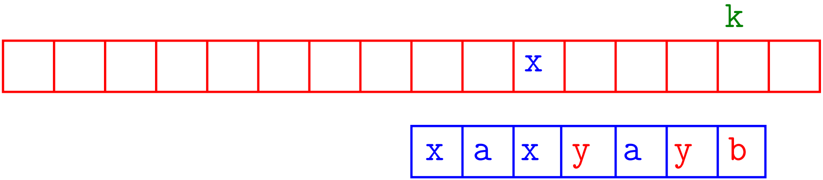
Bad-character heuristic: variante

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Bad-character heuristic: variante

O primeiro algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Bad-character heuristic: variante

pat = a n d a n d o

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt

1 a n d a n d o

Bad-character heuristic: variante

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2									a	n	d	a	n	d	o																		

Bad-character heuristic: variante

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2									a	n	d	a	n	d	o																		
3												a	n	d	a	n	d	o															

Bad-character heuristic: variante

$\texttt{pat} = \texttt{a n d a n d o}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
txt	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o
1	a	n	d	a	n	d	o																									
2									a	n	d	a	n	d	o																	
3												a	n	d	a	n	d	o														
4																				a	n	d	a	n	d	o						

Bad-character heuristic: variante

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2									a	n	d	a	n	d	o																		
3												a	n	d	a	n	d	o															
4																				a	n	d	a	n	d	o							
5																					a	n	d	a	n	d	o						

Bad-character heuristic: variante

pat = a n d a n d o

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	a	s		a	n	d	o	r	i	n	h	a	s		a	n	d	a	m		a	n	d	a	n	d	o		a	l	t	o	txt
1	a	n	d	a	n	d	o																										
2									a	n	d	a	n	d	o																		
3												a	n	d	a	n	d	o															
4																				a	n	d	a	n	d	o							
5																					a	n	d	a	n	d	o						
6																													a	n	d	a	...

Bad-character heuristic: variante

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													

Bad-character heuristic: variante

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											

Bad-character heuristic: variante

$\texttt{pat} = \mathsf{a\ b\ a\ b\ b\ a\ b\ a\ b\ b\ a}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									

Bad-character heuristic: variante

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
4							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							

Bad-character heuristic: variante

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
4							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
5								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						

Bad-character heuristic: variante

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
4							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
5								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
6										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				

Bad-character heuristic: variante

$\texttt{pat} = $ a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
4							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
5								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
6										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
7												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		

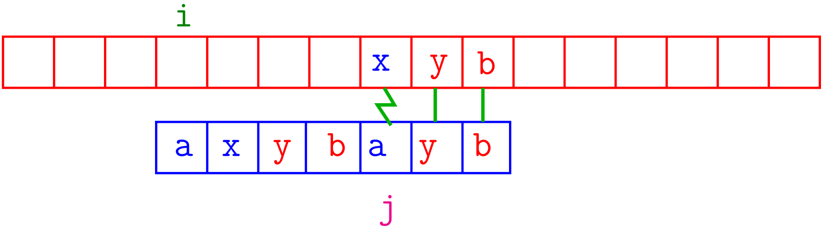
Bad-character heuristic: variante

pat = a b a b b a b a b b a

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
	a	b	a	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	txt
1	a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a													
2			a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a											
3					a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a									
4							a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a							
5								a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a						
6										a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a				
7												a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a		
8													a	b	a	b	b	a	b	a	b	b	a	

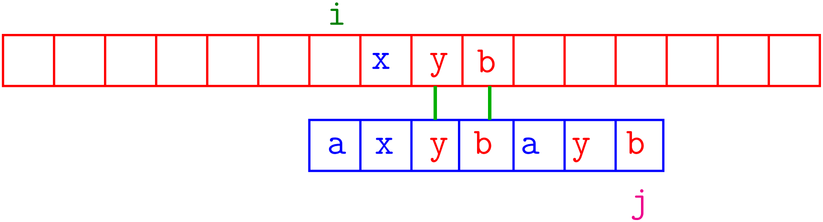
Segundo algoritmo de Boyer-Moore

O segundo algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Segundo algoritmo de Boyer-Moore

O segundo algoritmo de R.S. Boyer e J.S. Moore (1977) é baseado na seguinte heurística.



Good suffix heuristic

Não precisa conhecer o alfabeto explicitamente.

A implementação deve começar com um pré-processamento de `pat`: para cada `j` em $0, 1, \ldots, \mathtt{m} - 1$ devemos calcular o maior `k` em $0, 1, \ldots, \mathtt{m} - 2$ tal que:

- `pat`[`j` . . `m`-1] é sufixo de `pat`[0 . . `k`] ou
- `pat`[0 . . `k`] é sufixo de `pat`[`j` . . `m`-1]

Chamemos de `bm[j]` esse valor `k`.

Good suffix heuristic

Exemplo 1:

	0	1	2	3	4	5
pat	c	a	a	b	a	a

	0	1	2	3	4	5
bm	−1	−1	−1	−1	2	4

Exemplo 2:

	0	1	2	3	4	5	6	7
pat	b	a	−	b	a	*	b	a

	0	1	2	3	4	5	6	7
bm	1	1	1	1	1	1	4	4

Good suffix heuristic

O vetor `bm[]` pode ser calculado facilmente em tempo $O(m^3)$.

Com mais trabalho, o vetor `bm[]` pode ser determinado em tempo $O(m)$. Veja CLRS, seção 34.4.

Veja também a página do professor Paulo Feofiloff: Busca de palavras em um texto

Apêndice: Rabin-Karp

Fonte: `ADS: Boyer Moore String Search`

Referência: Algoritmo de Rabin-Karp para busca de substrings (PF)

Rabin-Karp

Criado por Richard M. Karp and Michael O. Rabin (1987).

O algoritmo também é conhecido como busca por impressão digital (*fingerprint search*).

Procura um segmento do texto que tenha o mesmo valor hash do padrão `pat`.

Usa hashing modular: módulo `Q`.

Se hash de `pat` é diferente do hash de todos os segmentos do texto então o padrão não ocorre no texto. A recíproca não vale: pode haver colisão.

Exemplo 1

pat.charAt(j)

j	0	1	2	3	4	
	2	6	5	3	5	% 997 = 613

txt.charAt(i)

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	3	1	4	1	5	9	2	6	5	3	5	8	9	7	9	3
0	3	1	4	1	5	% 997 = 508										
1		1	4	1	5	9	% 997 = 201									
2			4	1	5	9	2	% 997 = 715								
3				1	5	9	2	6	% 997 = 971							
4					5	9	2	6	5	% 997 = 442						
5						9	2	6	5	3	% 997 = 929			*match*		
6 ← *return* i = 6							2	6	5	3	5	% 997 = 613				

Basis for Rabin-Karp substring search

Exemplo 2

Procurar o padrão 12345 nos primeiros 100 mil dígitos da expansão decimal de π.

3141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550582
2317253594081284811174502841027019385211055596446229489549303819644288109756659334461284756482337867831652712019091456485669234603486104
5432664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138414695194151160943305727
0365759591953092186117381932611793105118548074462379962749567351885752724891227938183011949129833673362440656643086021394946395224737190
7021798609437027705392171762931767523846748184676694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249534301465495853
7105079227968925892354201995611212902196086403441815981362977477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859502445945534690
8302642522308253344685035261931188171010003137838752886587533208381420617177669147303598253490428755468731159562863882353787593751957781
8577805321712268066130019278766111959092164201989380952572010654858632788659361533818279682303019520353018529689957736225994138912497217
7528347913151557485724245415069595082953311686172785588907509838175463746493931925506040092770167113900984882401285836160356370766010471
0181942955596198946767837449448255379774726847104047534646208046684259069491293313677028989152104752162056966024058038150193511253382430
0355876402474964732639141992726042699227967823547816360093417216412199245863150302861829745557067498385054945885869269956909272107975093
0295532116534498720275596023648066549911988183479775356636980742654252786255181841757467289097777279380008164706001614524919217321721477
2350141441973568548161361157352552133475741849468438523323907394143334547762416862518983569485562099219222184272550254256887671790494601
6534668049886272327917860857843838279679766814541009538837863609506800642251252051173929848960841284886269456042419652850222106611863067

Algoritmo de Horner

Para calcular o valor de hash de um string usamos o algoritmo de Horner:

```
private long hash(String key, int m) {
   long h = 0;
   for (int j = 0; j < m; j++)
      h = (h * R + key.charAt(j)) % Q;
   return h;
}
```

Exemplo

```
           pat.charAt(j)
i     0   1   2   3   4
----------------------------
      2   6   5   3   5

0     2   % 997 = 2
                                R               Q
1     2   6   % 997 = (2*10 + 6) % 997 = 26
2     2   6   5   % 997 = (26*10 + 5) % 997 = 265
3     2   6   5   3   % 997 = (265*10 + 3) % 997 = 659
4     2   6   5   3   5   % 997 = (659*10 + 5) % 997 = 613
```

Computing the hash value for the pattern with Horner's method

Ideia chave: hash de substrings consecutivos

Seja $t_i = txt[i]$ e $x_i =$ o inteiro $t_i t_{i-1} \ldots t_{i+m-1}$

Assim,

$$
\begin{aligned}
x_{i-1} &= t_{i-1}R^{m-1} + t_i R^{m-2} + \cdots + t_{i+m-2} \\
x_i &= \phantom{t_{i-1}R^{m-1}} + t_i R^{m-1} + \cdots + t_{i+m-2}R + t_{i+m-1}
\end{aligned}
$$

Logo, $x_i = (x_{i-1} - t_{i-1}R^{m-1})R + t_{i+m-1}$

Portanto, o valor $hash(x_i) = x_i \% Q$ pode ser obtido a partir do valor de $hash(x_{i-1}) = x_{i-1} \% Q$ em tempo constante.

$hash(x_i) = ((hash(x_i) - t_{i-1}R^{m-1})R + t_{i+m-1}) \% Q$

Exemplo

i	...	2	3	4	5	6	7	...	
current value	1	4	1	5	9	2	6	5	*text*
new value		4	1	5	9	2	6	5	

	4	1	5	9	2	*current value*
-	4	0	0	0	0	
		1	5	9	2	*subtract leading digit*
			*	1	0	*multiply by radix*
	1	5	9	2	0	
				+	6	*add new trailing digit*
	1	5	9	2	6	*new value*

Key computation in Rabin-Karp substring search

Implementação

Escolha `Q` igual a um primo grande para evitar a chance de colisão.

Evite *overflow* e números negativos:

- use um tipo-de-dados capaz de armazenar $\texttt{Q}^2$;
- na prática, escolha `Q` que caibe em um `int` ($2^{31} - 1$ é primo);
- faça as contas com `long`;
- tome o resto da divisão por `Q` depois de cada operação;
- some `Q` aos resultados intermediários quando necessário.

Exemplo: Q=997

$$
\begin{aligned}
(10000 + 535) \times 1000 &= (30 + 535) \times 3 \\
&= 565 \times 3 \\
&= 1695 \\
&= 698
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
508 - 3 \times 10000 &= 508 - 3 \times (30) \\
&= 508 + 3 \times (-30) \\
&= 508 + 3 \times (997 - 30) \\
&= 508 + 3 \times 967 \\
&= 508 + 907 \\
&= 418
\end{aligned}
$$

Classe RabinKarp: esqueleto

```
public class RabinKarp {
   private String pat;
   private long patHash; // hash do padrão
   private int m;
   private long Q;
   private int R = 256;
   private long RM;
   public RabinKarp(String pat) {...}
   private long hash(String key, int m) {}
   private int search(String txt) {...}
   public boolean check(String txt, int i)
}
```

RabinKarp: construtor

```
public RabinKarp(String pat) {
   this.pat= pat;
   m = pat.length();
   Q = longRandomPrime();
   RM = 1;
   // calcula R^(m-1)%Q
   for (int i = 1; i <= m-1; i++)
      RM = (R * RM) % Q;
   patHash = hash(pat, m);
}
```

RabinKarp: search()

```
private int search(String txt) {
   int n = txt.length();
   long txtHash = hash(txt, m);
   if (patHash == txtHash
          && check(txt, 0)) return 0;
   for (int i= 1; i <= n- m; i++) {
      txtHash = (txtHash + Q -
              RM*txt.charAt(i-1) % Q) % Q;
      txtHash = (txtHash * R +
              txt.charAt(i+m-1)) % Q;
      if (patHash == txtHash
          && check(txt, i)) return i;
   }
   return n; } // não achou
```

RabinKarp: check()

```
// versão Las Vegas
private boolean check(String txt, int i){
   for (int j = 0; j < m; j++)
       if (pat.charAt(j)!=txt.charAt(i+j))
           return false;
       return true;
}

// versão Monte Carlo
private boolean check(String txt, int i){
   return true
}
```

Exemplo

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
	3	1	4	1	5	9	2	6	5	3	5	8	9	7	9	3	
0	3																% 997 = 3
1	3	1															% 997 = (3*10 + 1) % 997 = 31 (Q = 997)
2	3	1	4														% 997 = (31*10 + 4) % 997 = 314
3	3	1	4	1													% 997 = (314*10 + 1) % 997 = 150
4	3	1	4	1	5												% 997 = (150*10 + 5) % 997 = 508
5		1	4	1	5	9											% 997 = ((508 + 3*(997 - 30))*10 + 9) % 997 = 201 (RM = 30, R = 10)
6			4	1	5	9	2										% 997 = ((201 + 1*(997 - 30))*10 + 2) % 997 = 715
7				1	5	9	2	6									% 997 = ((715 + 4*(997 - 30))*10 + 6) % 997 = 971
8					5	9	2	6	5								% 997 = ((971 + 1*(997 - 30))*10 + 5) % 997 = 442
9						9	2	6	5	3							% 997 = ((442 + 5*(997 - 30))*10 + 3) % 997 = 929
10 ← *return* i-M+1 = 6							2	6	5	3	5						% 997 = ((929 + 9*(997 - 30))*10 + 5) % 997 = 613 *match*

Rabin-Karp substring search example

Monte Carlo *versus* Las Vegas

A versão Monte Carlo consome tempo linear, mas pode dar uma resposta errada, com baixíssima probabilidade.

A versão Las Vegas sempre dá a resposta certa, mas pode consumir tempo não linear, com baixíssima probabilidade.

Qual algoritmo é melhor

Força bruta é bom se o padrão e o texto não tiverem muitas auto-repetições.

`KMP` é rápido e tem a vantagem de nunca retroceder sobre o texto, o que é importante se o texto for dado como um fluxo contínuo (*streaming*).

`BoyerMoore` é provavelmente o mais rápido na prática.

`RabinKarp` é rápido mas pode dar resultados errados, com baixíssima probabilidade.

Implementações

Veja as implementações de busca de substrings:

- `glibc`: Implementation of strstr in glibc
- `cpython`: The stringlib Library
- Boyer-Moore-Horspool algorithm

Próximo passo

Que acontece se o padrão não é apenas uma string mas um conjunto de strings descrito por uma **expressão regular** como `A*|(A*BA*BA*)*` ou `((A*B|AC)D)`, por exemplo?

Essa generalização do problema de busca é muito importante. A solução envolve o conceito de autômato de estados não determinístico.