Melhores momentos

AULA PASSADA

Definição

Uma **máquina de Turing** (MT) é uma 7-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{aceitação}}, q_{\text{rejeição}})$ onde:

1. Q é o conjunto finito de **estados**;
2. Σ é o **alfabeto de entrada** não contendo o símbolo branco $\sqcup$;
3. Γ é o **alfabeto da fita**, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subset \Gamma$;
4. $\delta : (Q \setminus \{q_{\text{aceitação}}, q_{\text{rejeição}}\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ é a **função de transição**;
5. $q_0 \in Q$ é o **estado inicial**,
6. $q_{\text{aceitação}} \in Q$ é o **estado de aceitação** e
7. $q_{\text{rejeição}} \in Q$ é o **estado de rejeição**, onde $q_{\text{aceitação}} \neq q_{\text{rejeição}}$.

Exemplo de MT

Máquina M_0

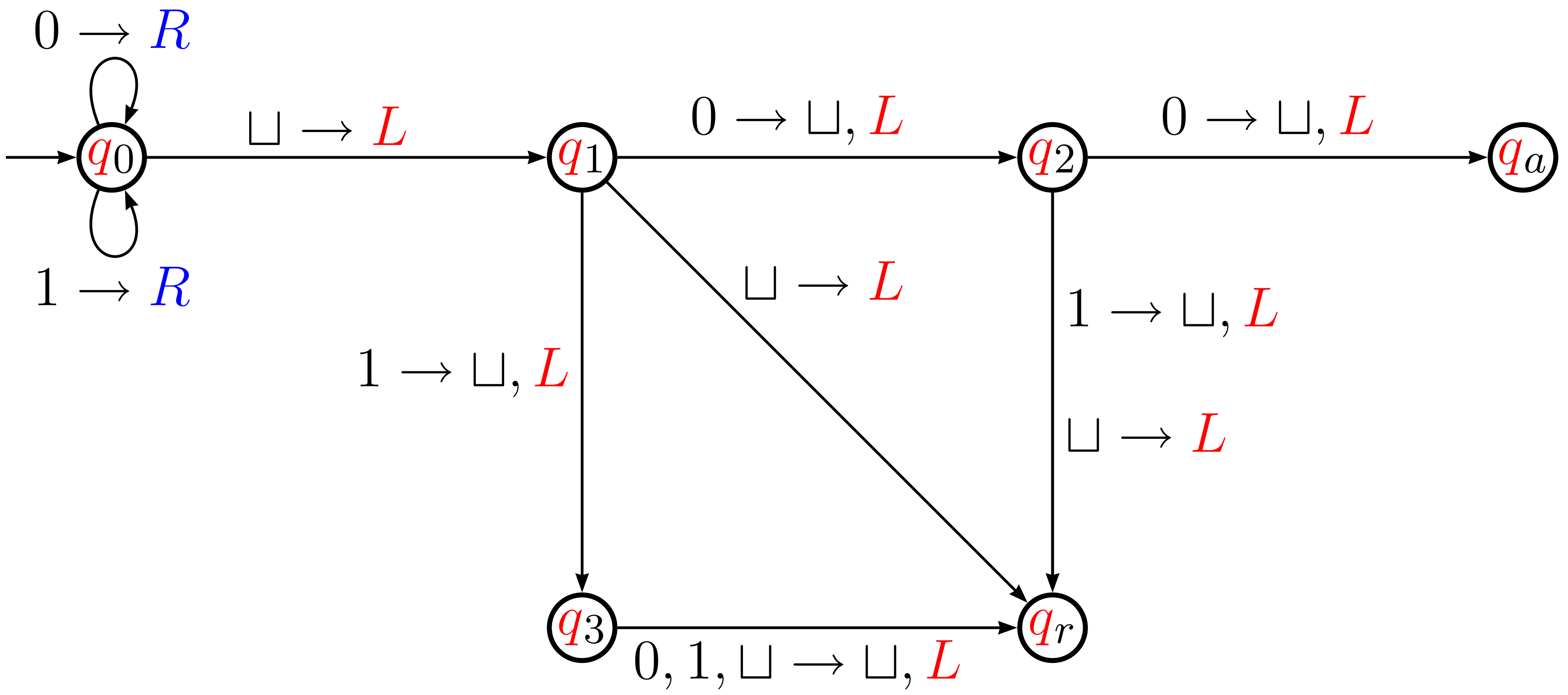
$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_{\text{aceitação}}, q_{\text{rejeição}}\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$ $\Gamma = \{0, 1, \sqcup\}$

	0	1	$\sqcup$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, \sqcup, L)$
q_1	$(q_2, \sqcup, L)$	$(q_3, \sqcup, L)$	$(q_r, \sqcup, L)$
q_2	$(q_a, \sqcup, L)$	$(q_r, \sqcup, L)$	$(q_r, \sqcup, L)$
q_3	$(q_r, \sqcup, L)$	$(q_r, \sqcup, L)$	$(q_r, \sqcup, L)$

Função de transição $\delta(q, s)$

Diagrama de estados para M_0



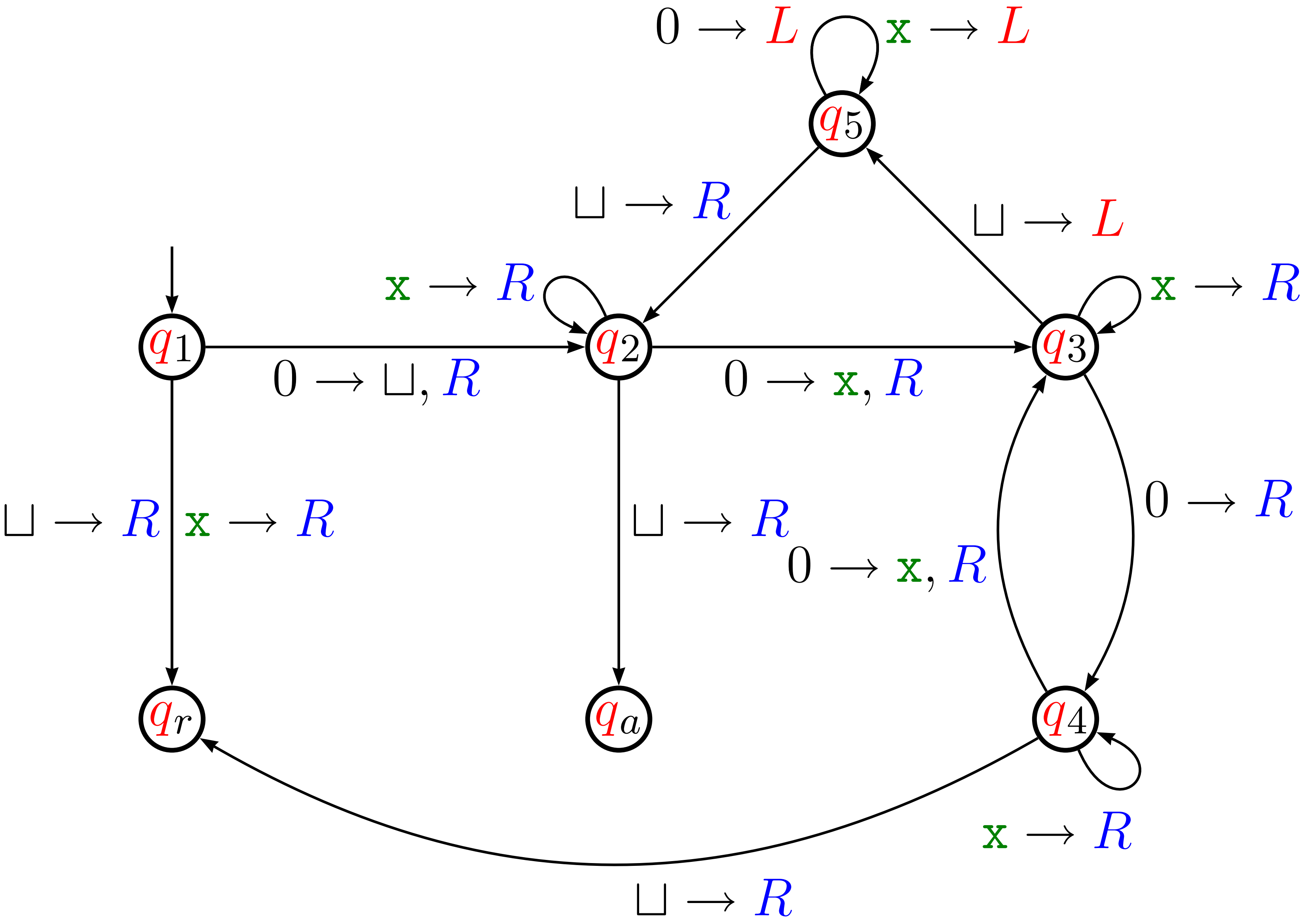
Exemplo de MT

Descrição alto nível máquina M_2 que decide $A = \{0^{2^n} : n \geq 0\}$.

$M_2 =$ “Com entrada w:

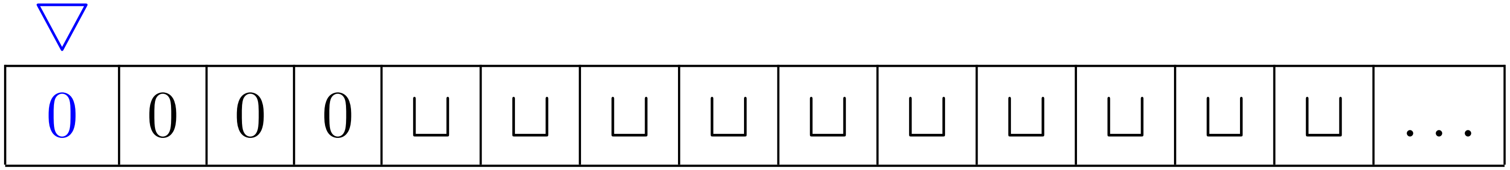
1. Ande na fita da esquerda para a direita riscando um 0 não e outro sim.
2. Se no passo 1 existe somente um 0, aceite.
3. Se no passo 1 a fita contém um número ímpar maior do que 1 de 0s, rejeite.
4. Mova a cabeça para a esquerda da fita e volte ao passo 1.”

Diagrama de estados para M_2



Simulação de M_2

estado

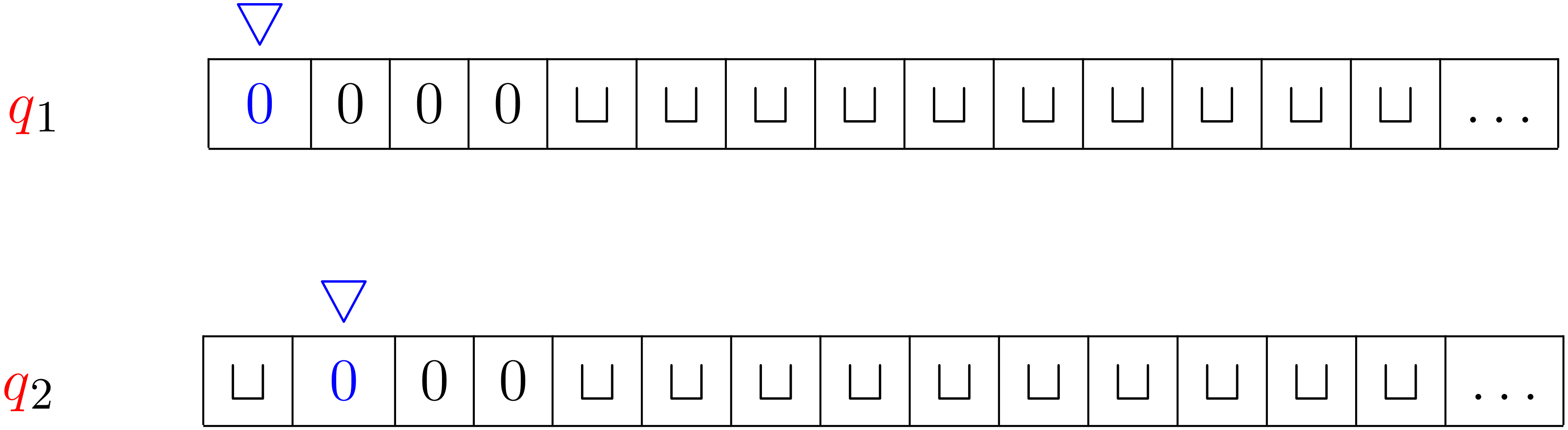


q_1

0	0	0	0	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_2

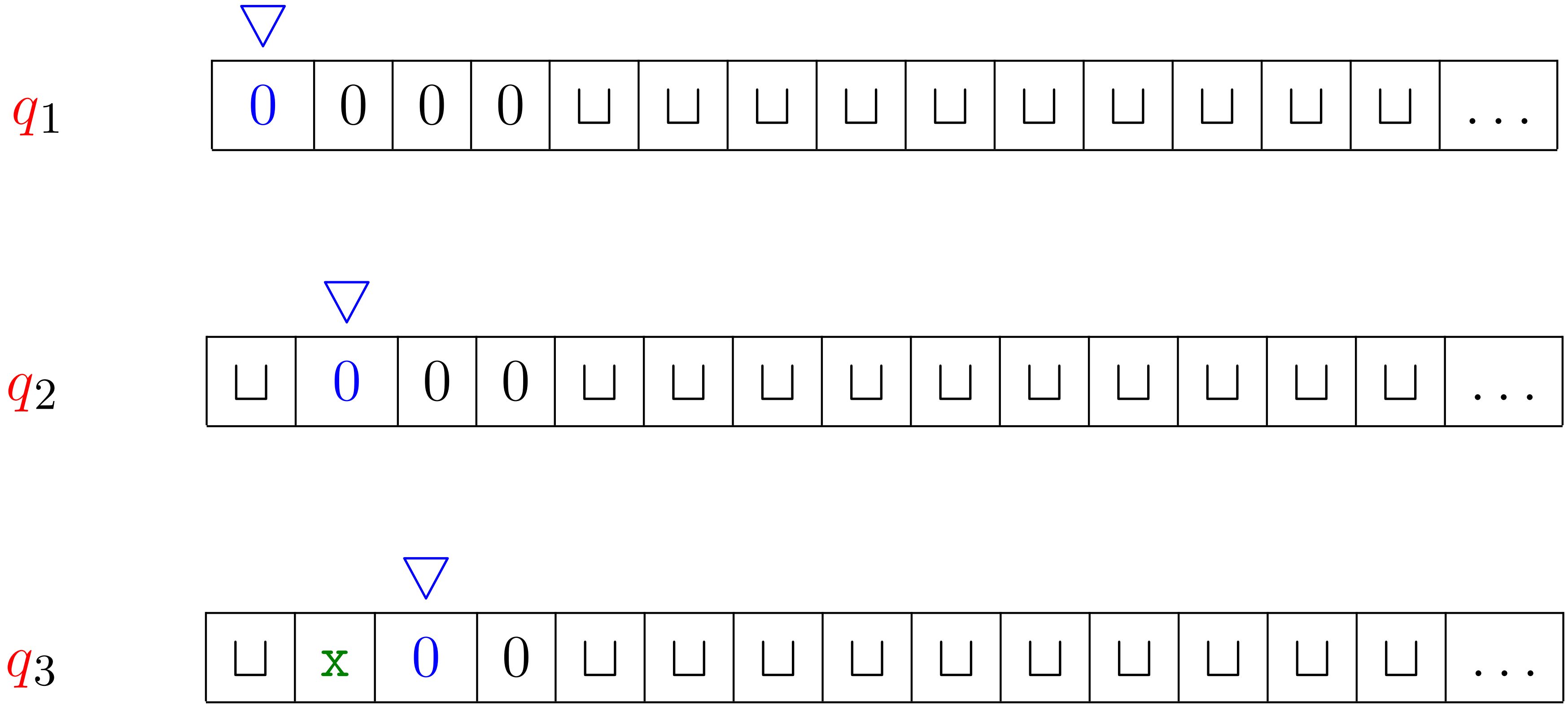
estado



q_1	0	0	0	0	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$
q_2	$\sqcup$	0	0	0	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_2

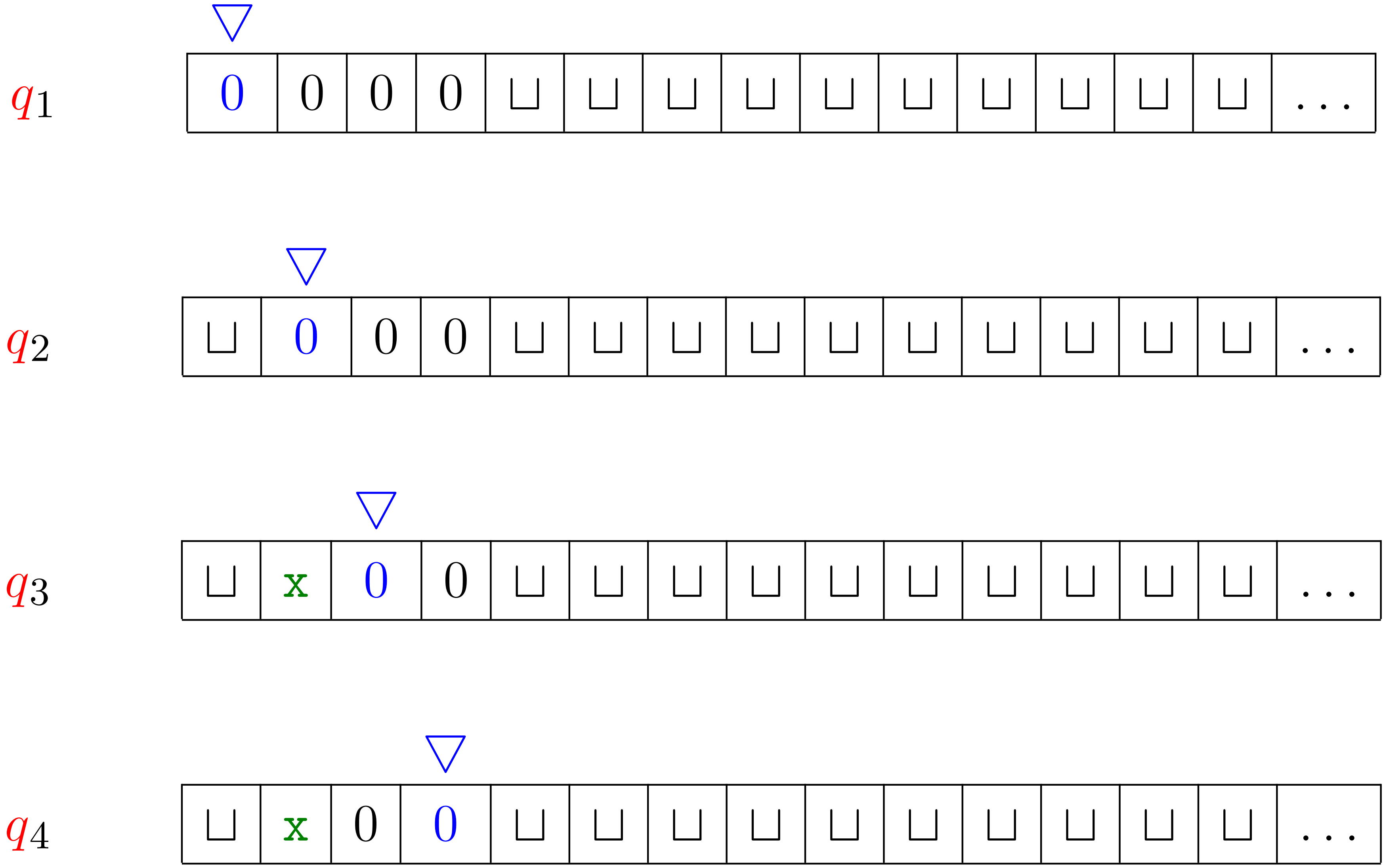
estado



	▽														
q_1	0	0	0	0	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$
		▽													
q_2	$\sqcup$	0	0	0	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$
			▽												
q_3	$\sqcup$	x	0	0	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

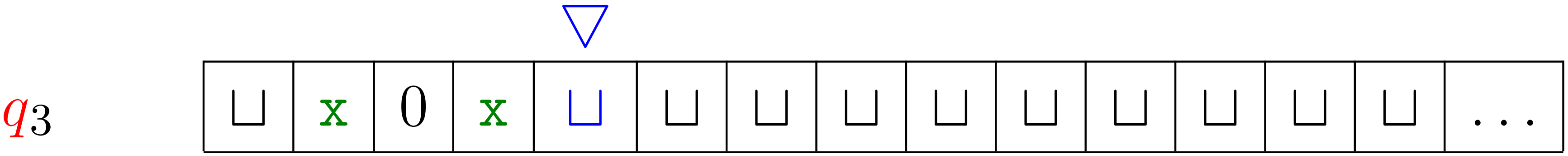
Simulação de M_2

estado



Simulação de M_2

estado

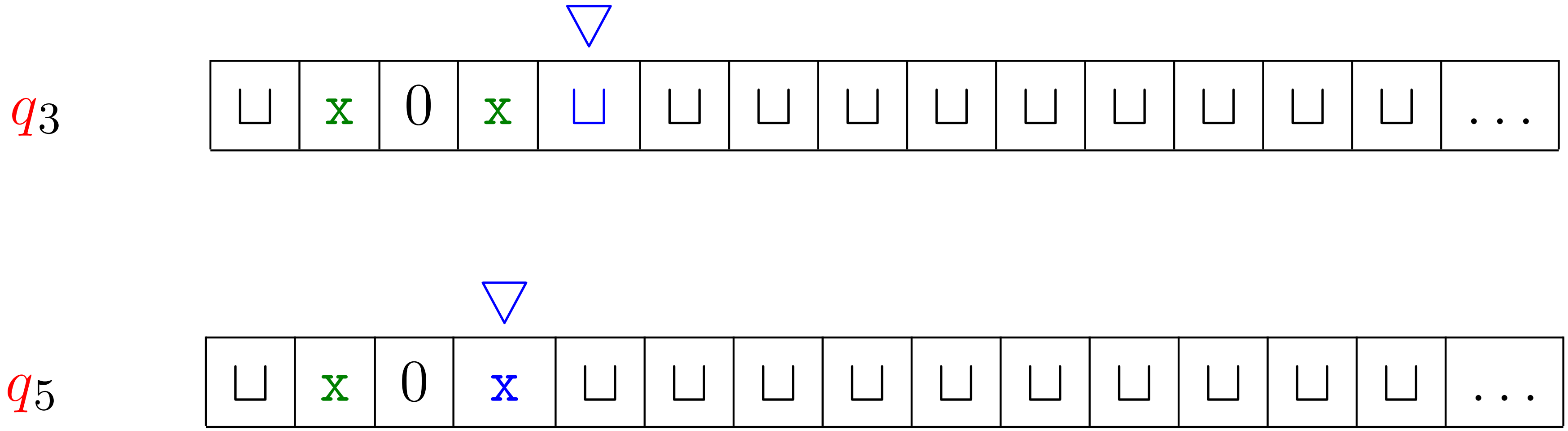


q_3

$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_2

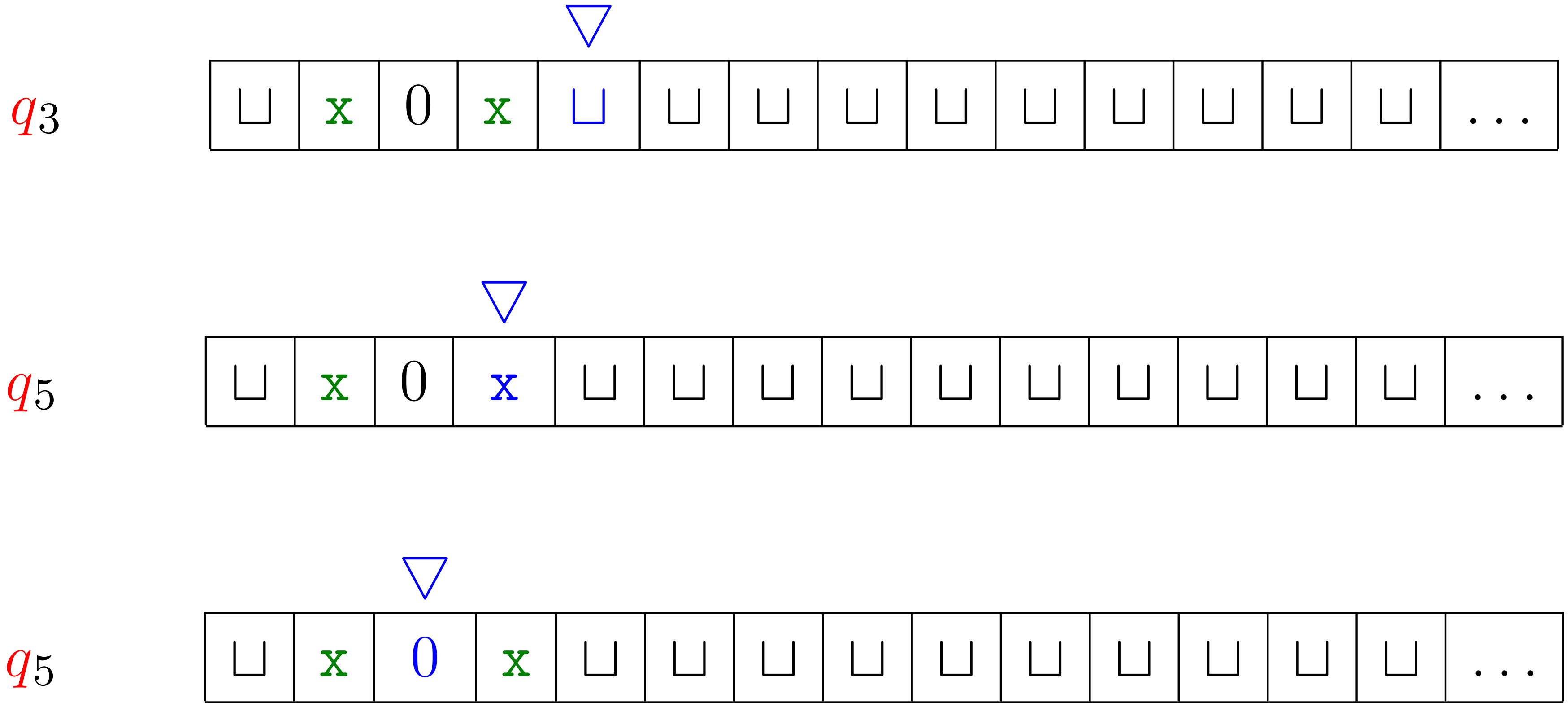
estado



					▽										
q_3	⊔	x	0	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	. . .
				▽											
q_5	⊔	x	0	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	. . .

Simulação de M_2

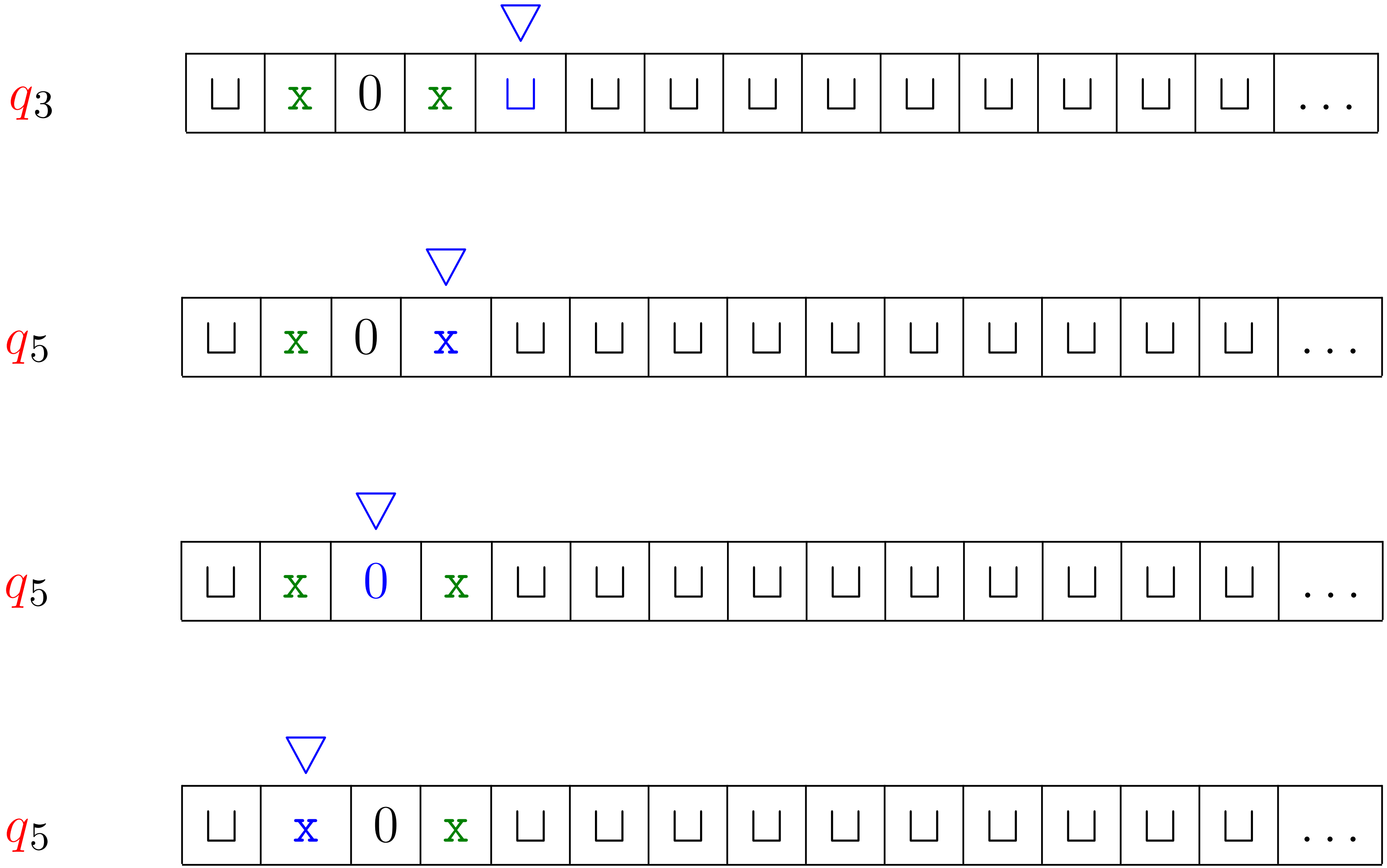
estado



					▽										
q_3	⊔	x	0	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	…
				▽											
q_5	⊔	x	0	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	…
			▽												
q_5	⊔	x	0	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	…

Simulação de M_2

estado



q_3	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	...
q_5	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	...
q_5	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	...
q_5	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	...

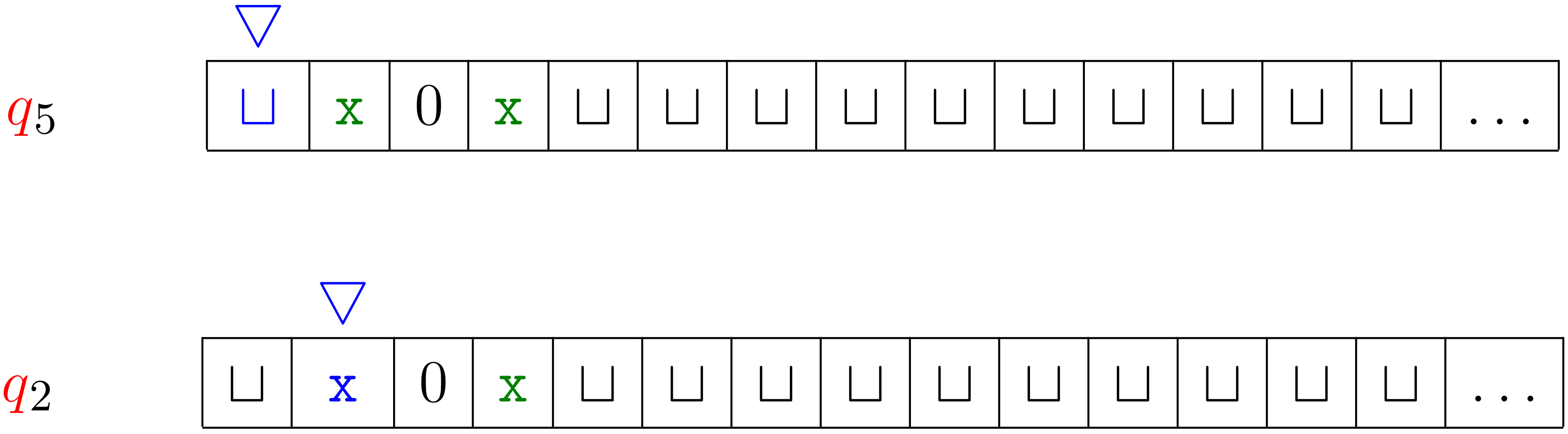
Simulação de M_2

estado

	▽														
q_5	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_2

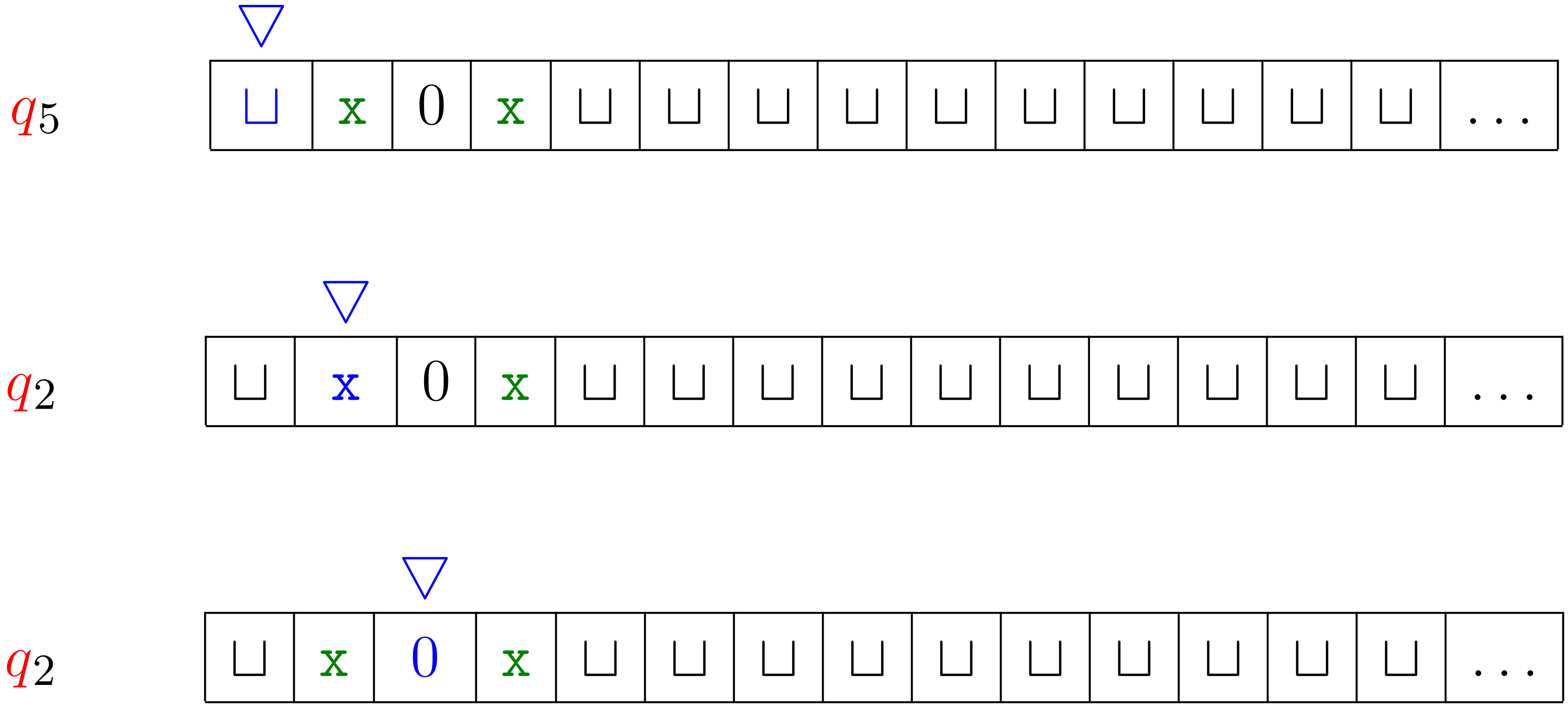
estado



q_5	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\dots$
q_2	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\dots$

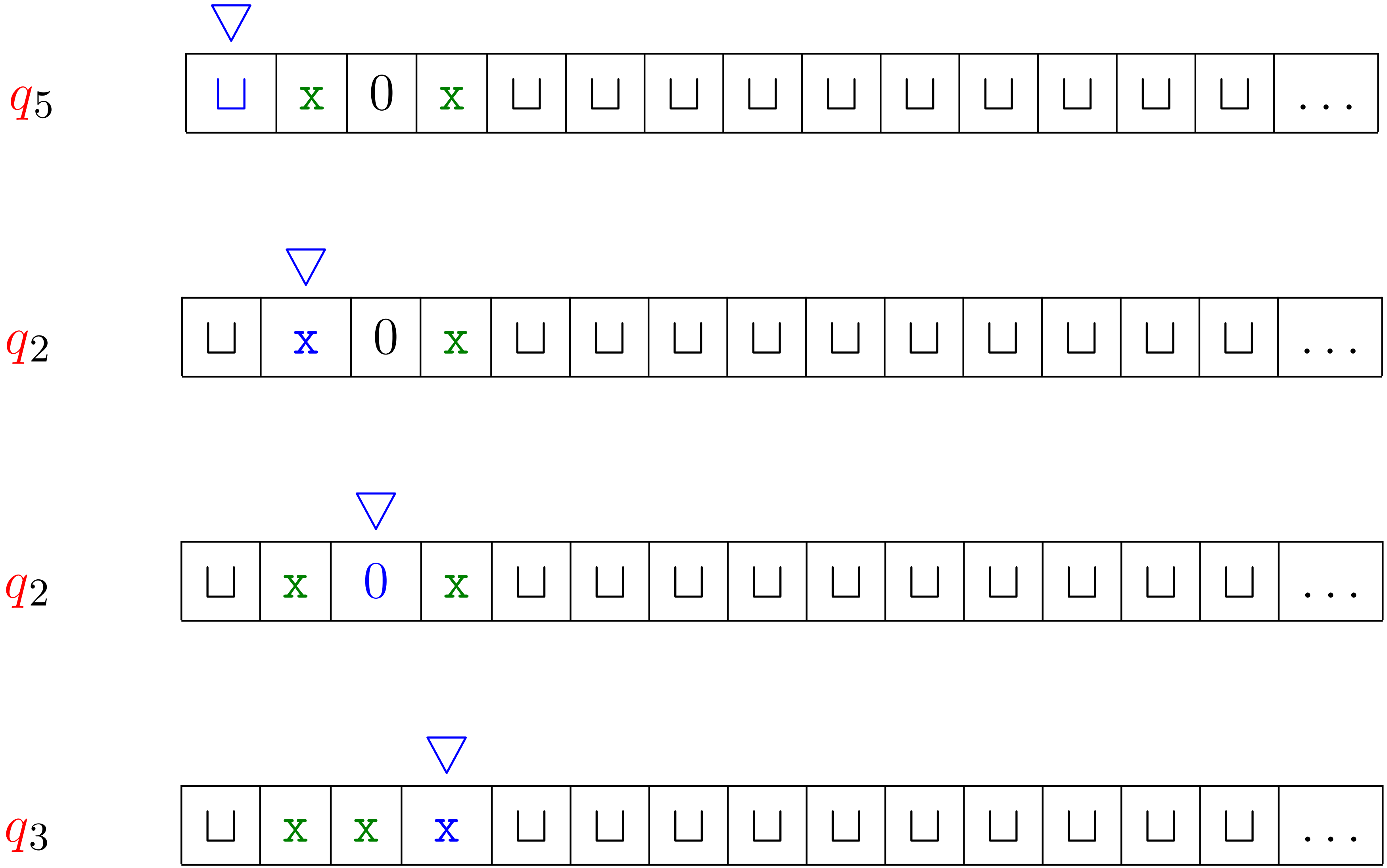
Simulação de M_2

estado



Simulação de M_2

estado



q_5	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$
q_2	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$
q_2	$\sqcup$	x	0	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$
q_3	$\sqcup$	x	x	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

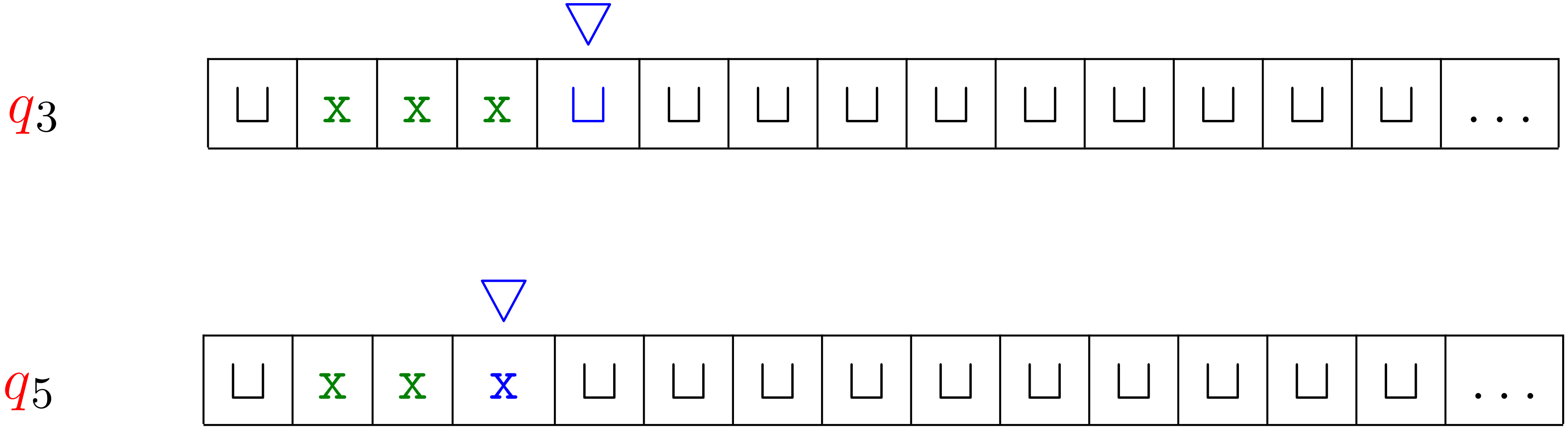
Simulação de M_2

estado

					▽										
q_3	$\sqcup$	x	x	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	. . .

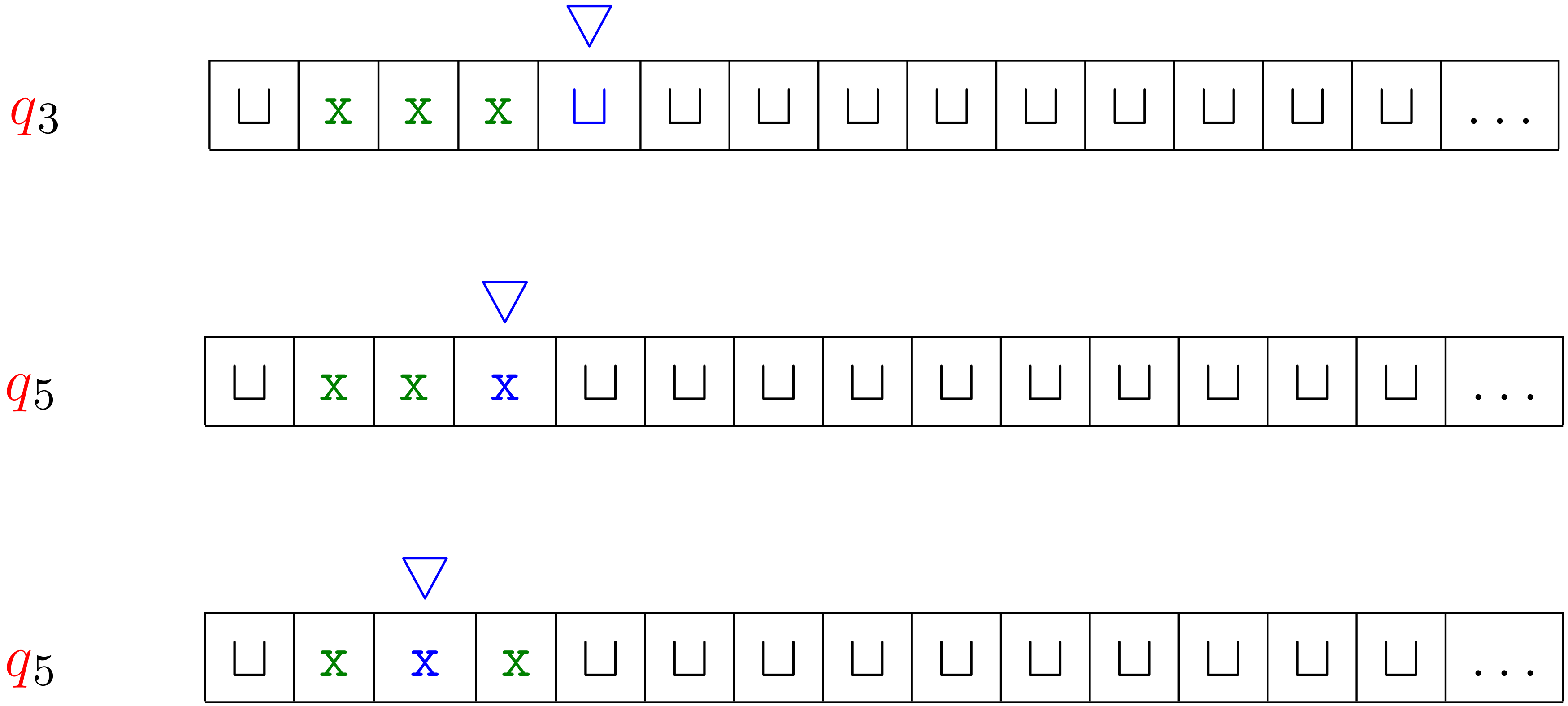
Simulação de M_2

estado

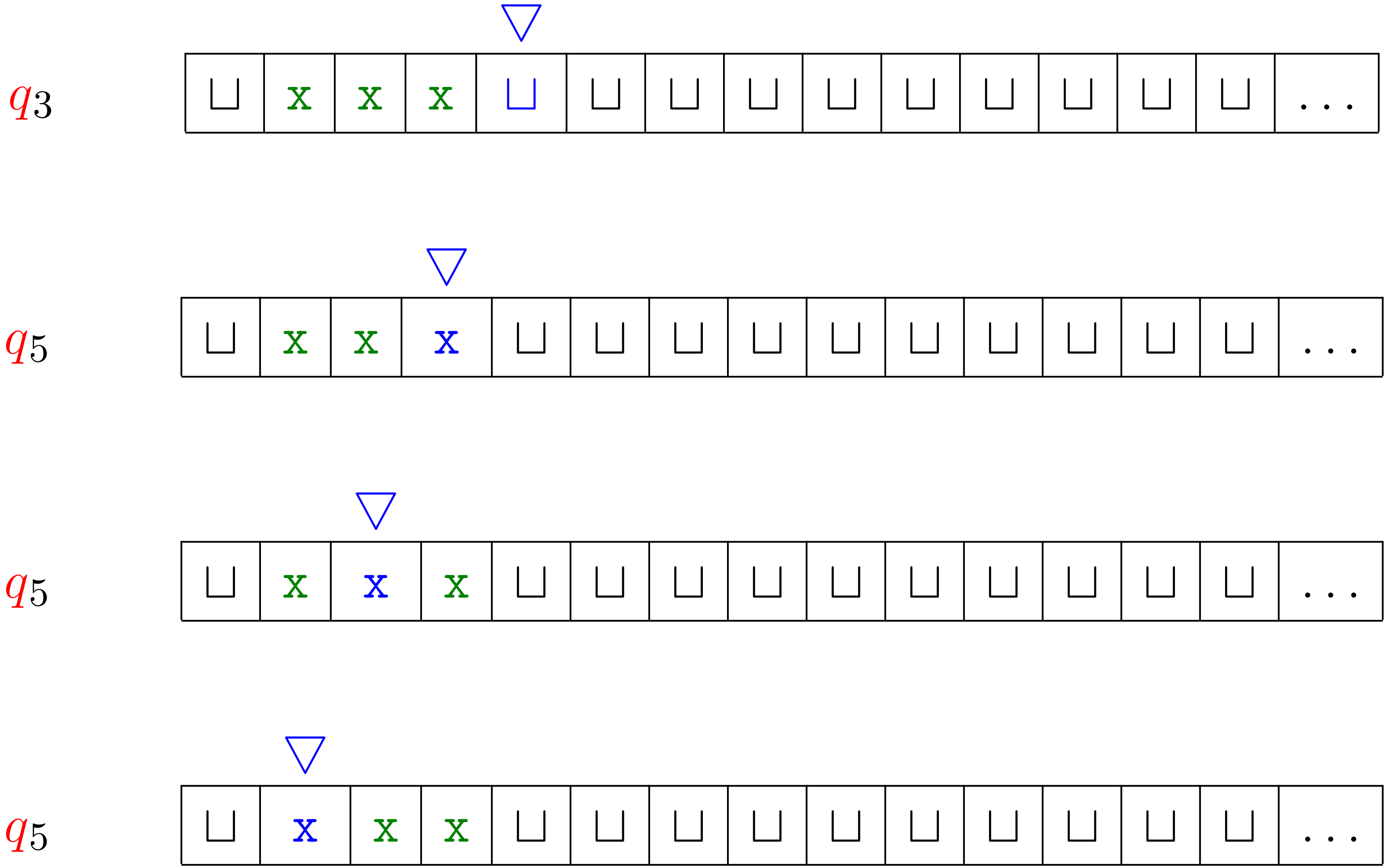


Simulação de M_2

estado



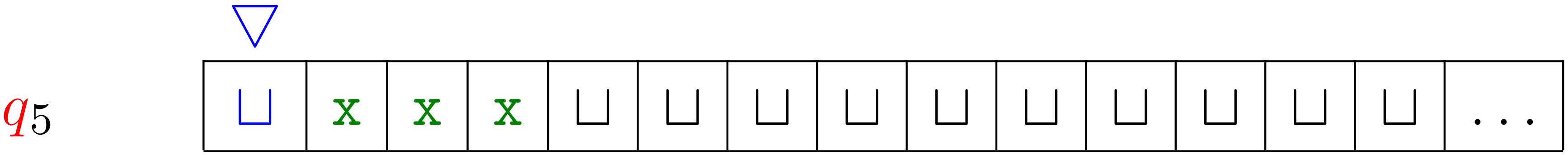
Simulação de M_2



estado															
q_3	⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...
q_5	⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...	
q_5	⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...	
q_5	⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...	

Simulação de M_2

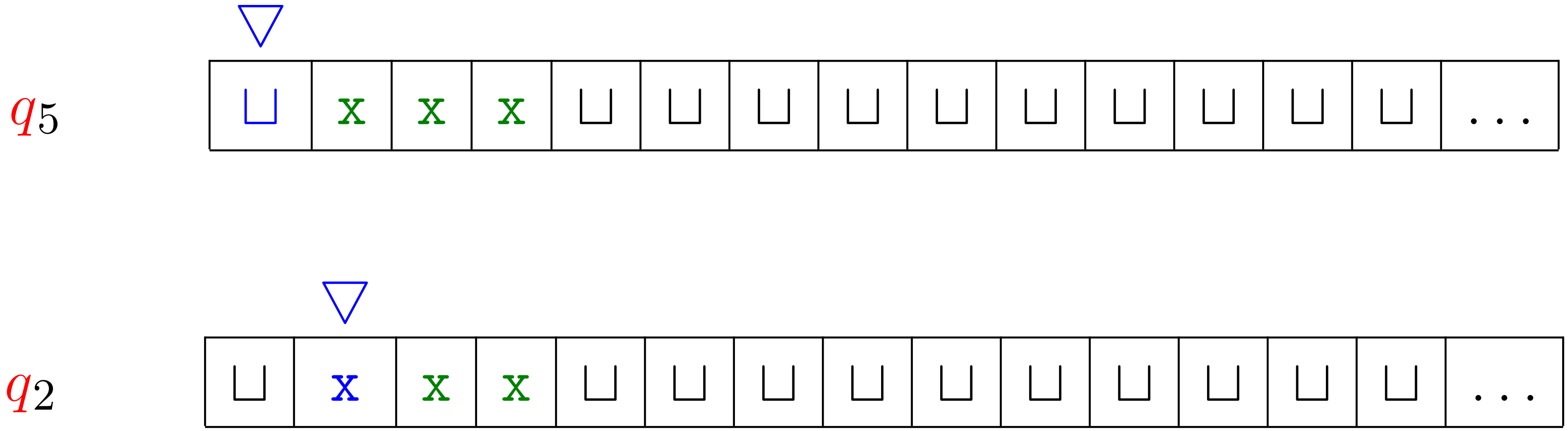
estado



q_5	$\sqcup$	x	x	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

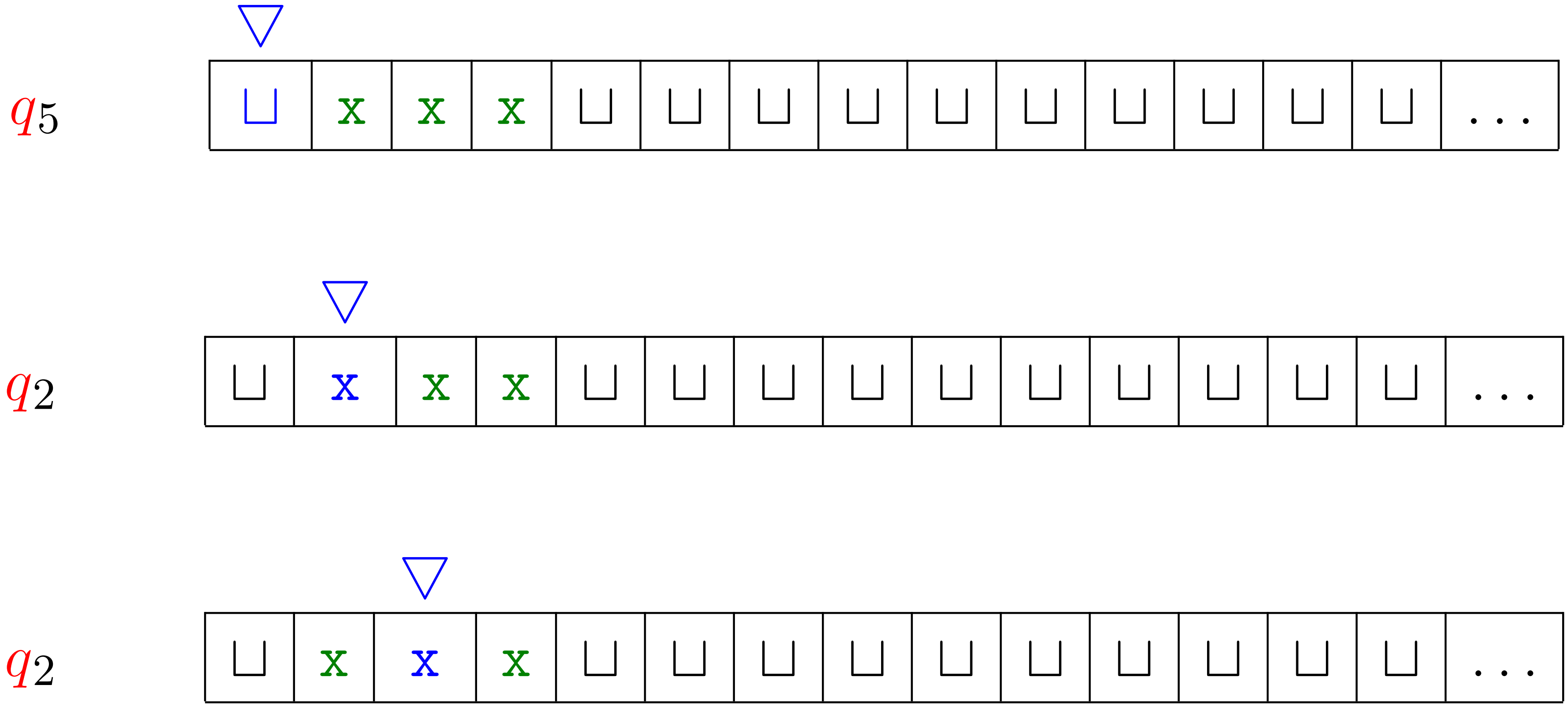
Simulação de M_2

estado



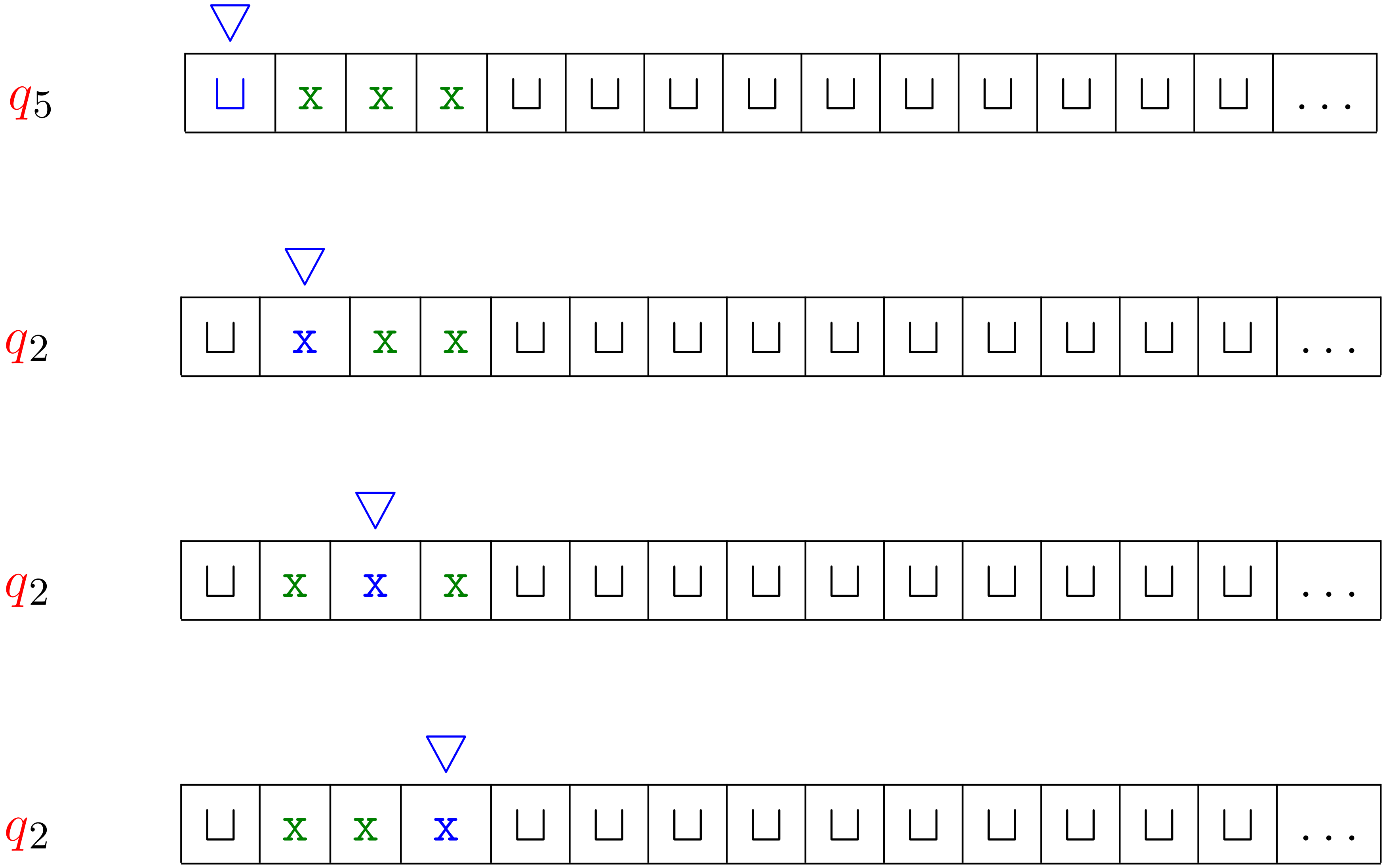
Simulação de M_2

estado



Simulação de M_2

estado



q_5

⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...

q_2

⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...

q_2

⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...

q_2

⊔	x	x	x	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	⊔	...

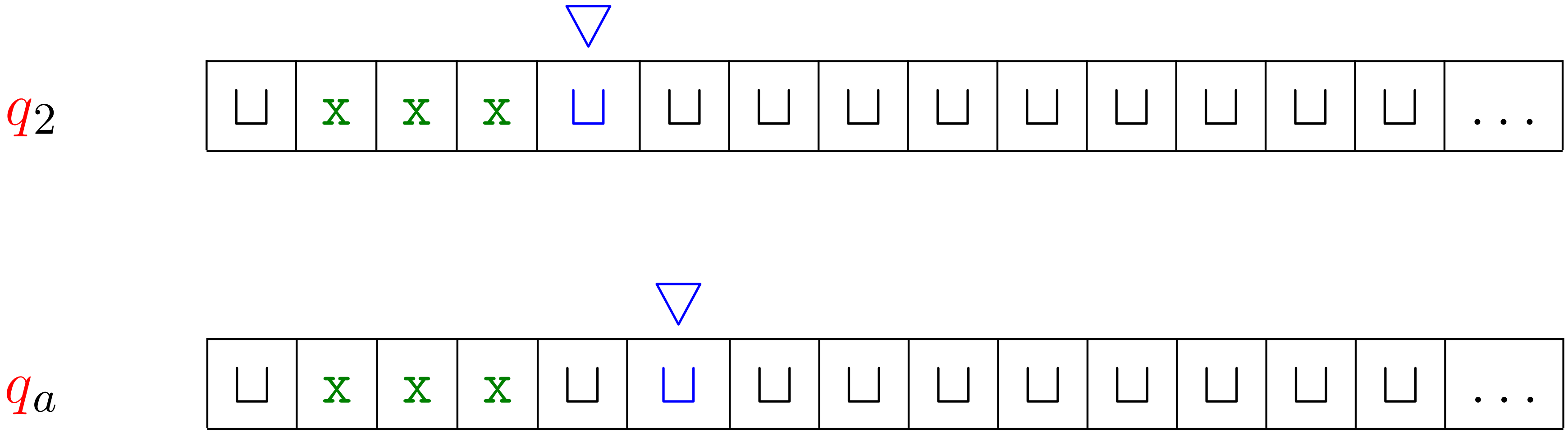
Simulação de M_2

estado

					$\bigtriangledown$										
q_2	$\sqcup$	x	x	x	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_2

estado



Número de passos

Se a cadeia de entrada tem comprimento m então M_2 faz não mais do que

????

movimentos da cabeça de leitura e gravação.

Número de passos

Se a cadeia de entrada tem comprimento m então M_2 faz não mais do que

$$1 + m + 2\,m \lg m$$

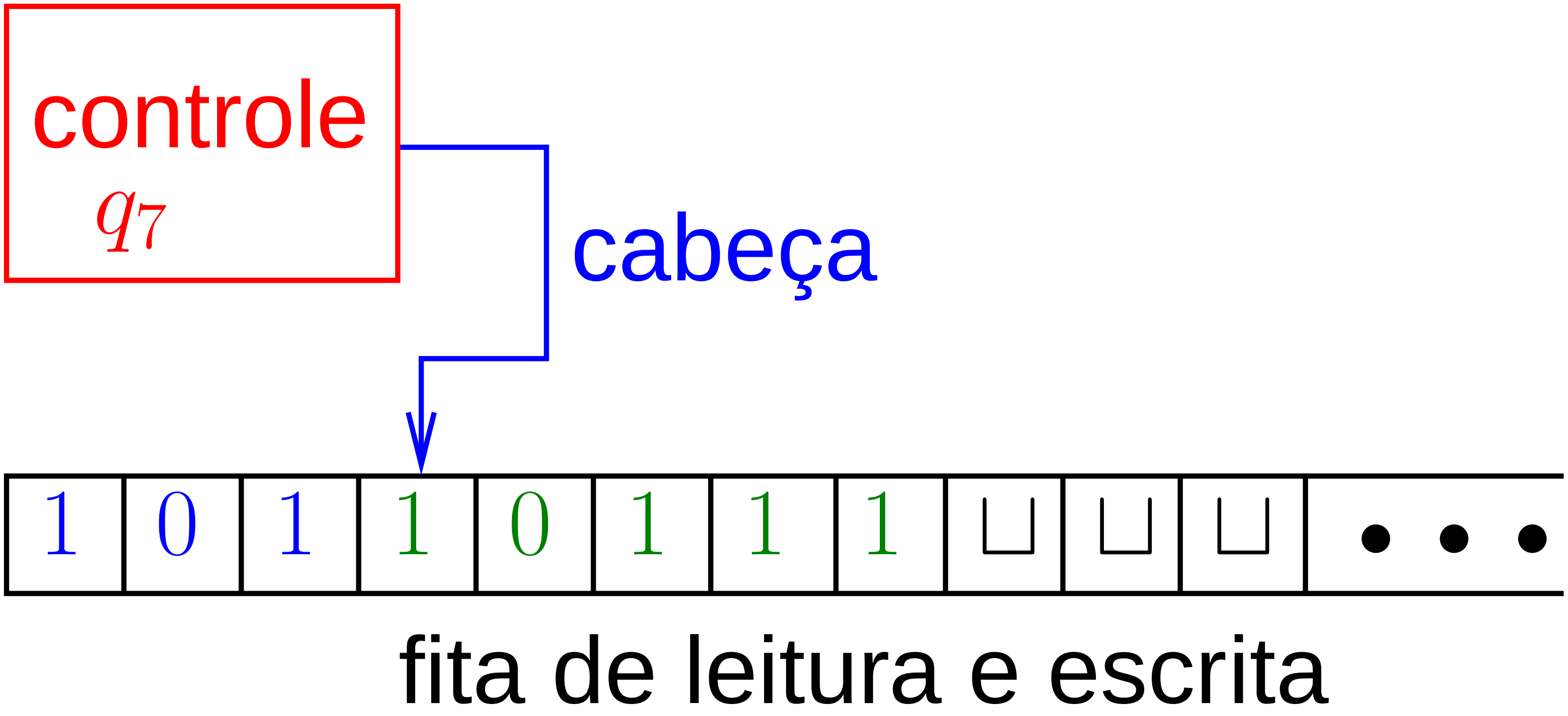
movimentos da cabeça de leitura e gravação.

AULA 3

Máquinas de Turing

MS 3.1

Configurações



controle

q_7

cabeça

$1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ \sqcup\ \sqcup\ \sqcup\ \bullet\bullet\bullet$

fita de leitura e escrita

Configuração $1\,0\,1\,q_7\,1\,0\,1\,1\,1$

Configurações

Para um estado q e cadeias $u, v \in \Gamma^*$ a sequência

$$u\,q\,v$$

é uma **configuração** da máquina de Turing.

Ela denota que:

- no início da fita de entrada está escrito uv;
- a máquina está no estado q;
- a cabeça da máquina de Turing está sobre o primeiro símbolo de v; e
- após v, a fita contém somente brancos $\sqcup$.

Simulação de M_2

Sequência de configurações de M_2 para $0\,0\,0\,0$:

$q_1\,0\,0\,0\,0$ $\quad$ $\sqcup\, q_2\,0\,0\,0$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,q_3\,0\,0$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,0\,q_4\,0$

$\sqcup\,\mathrm{x}\,0\,\mathrm{x}\,q_3\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}0\,q_5\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,q_5 0\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,q_5\mathrm{x}\,0\,\mathrm{x}\,\sqcup$

$q_5\,\sqcup\;\mathrm{x}\,0\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,q_2\mathrm{x}\,0\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,q_2 0\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,q_3\mathrm{x}\,\sqcup$

$\sqcup\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,q_3\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,q_5\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,q_5\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,q_5\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\sqcup$

$q_5\,\sqcup\;\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,q_2\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,q_2\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\sqcup$ $\quad$ $\sqcup\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,q_2\mathrm{x}\,\sqcup$

$\sqcup\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,q_2\sqcup$

e finalmente $\sqcup\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}\;\sqcup\;q_{\text{aceitação}}$

Mais sobre configurações

Dizemos que uma configuração C **leva à** configuração C' se a máquina de Turing pode ir de C para C' em um passo.

Mais precisamente, para $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$ e $q, q' \in Q$, dizemos que

$u\,a\,q\,b\,v$ **leva a** $u\,q'\,a\,c\,v$ se $\delta(q, b) = (q', c, L)$

$u\,a\,q\,b\,v$ **leva a** $u\,a\,c\,q'\,v$ se $\delta(q, b) = (q', c, R)$.

Mais sobre configurações

Dizemos que uma configuração C **leva à** configuração C' se a máquina de Turing pode ir de C para C' em um passo.

Mais precisamente, para $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$ e $q, q' \in Q$, dizemos que

$$u\,a\,q\,b\,v \quad \textbf{leva a} \quad u\,q'\,a\,c\,v \text{ se } \delta(q, b) = (q', c, L)$$

$$u\,a\,q\,b\,v \quad \textbf{leva a} \quad u\,a\,c\,q'\,v \text{ se } \delta(q, b) = (q', c, R).$$

Casos especiais:

$$q\,b\,v \quad \textbf{leva a} \quad q'\,c\,v \text{ se } \delta(q, b) = (q', c, L)$$

$$q\,b\,v \quad \textbf{leva a} \quad c\,q'\,v \text{ se } \delta(q, b) = (q', c, R).$$

Mais ainda sobre configurações

A **configuração inicial** de M com entrada w é $q_0\, w$.

Uma **configuração de aceitação** é uma configuração onde o estado é o de aceitação.

Uma **configuração de rejeição** é uma configuração onde o estado é o de rejeição.

As configurações de aceitação e de rejeição são chamadas de configurações de **parada**.

Se a máquina de Turing nunca pára, dizemos que ela entra em **loop**.

Linguagem de uma MT

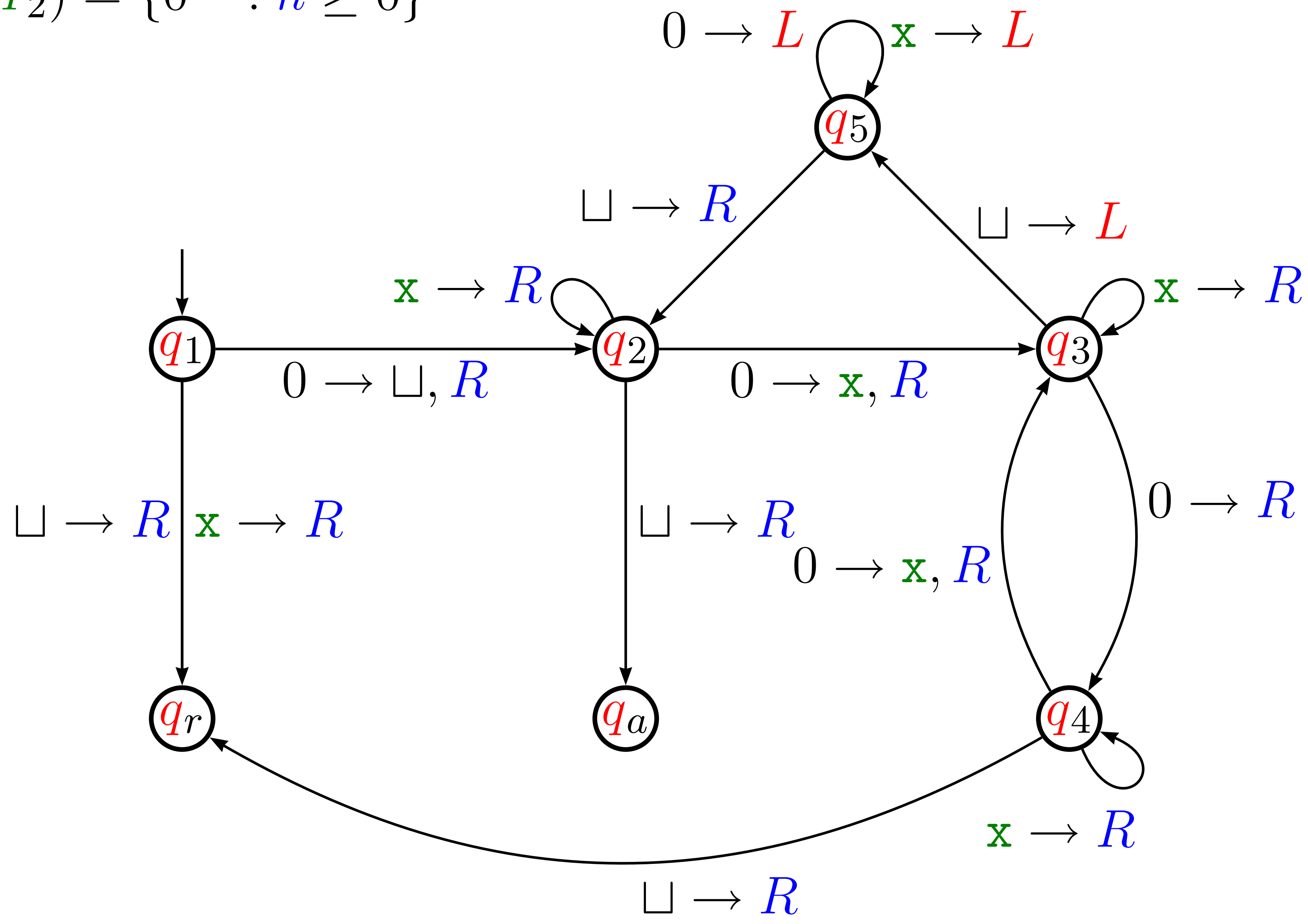
Uma máquina de Turing **aceita** a entrada w se existe uma sequência de configurações $C_1, C_2, \ldots, C_k$ tal que

1. C_1 é a configuração inicial de M com entrada w,
2. cada C_i leva a C_{i+1} para $i = 1, \ldots, k-1$, e
3. C_k é uma configuração de aceitação.

A **linguagem de** M, ou a **linguagem reconhecida** por M, denotada por $L(M)$, é o conjunto de cadeias que ela aceita.

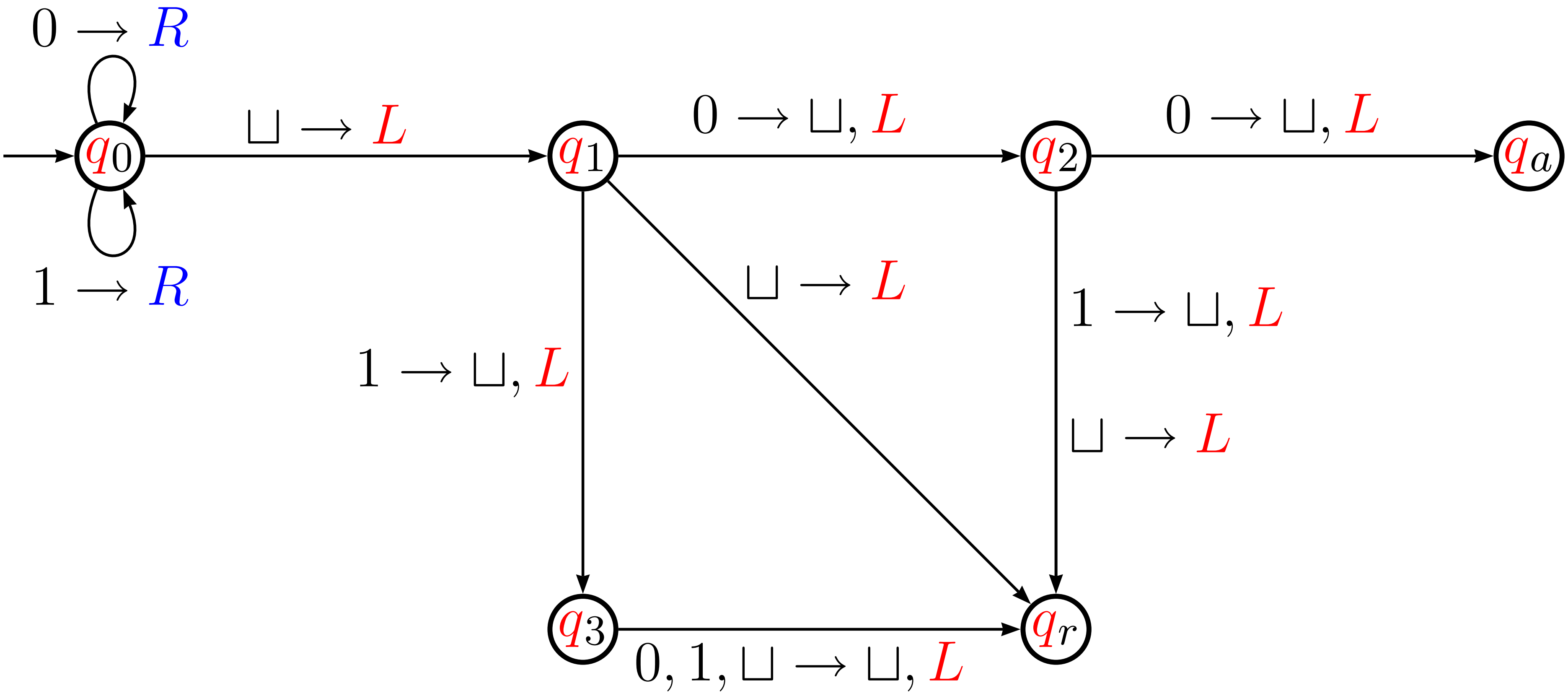
Exemplo

$L(M_2) = \{0^{2^n} : n \geq 0\}$



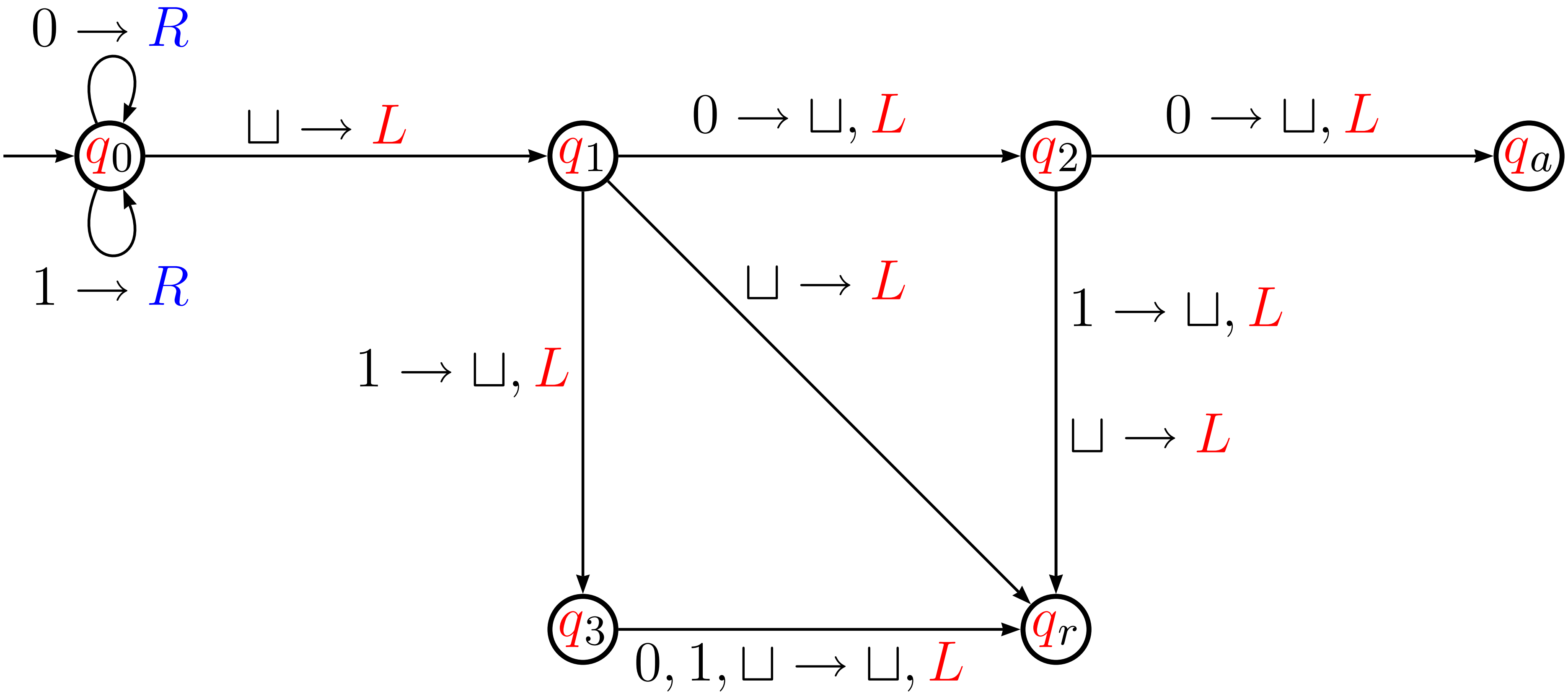
Outro exemplo

Qual é a linguagem de M_0?



Outro exemplo

Qual é a linguagem de M_0?



$$L(M_0) = \{u\,0\,0 : u \in \{0,1\}^*\}$$

Liguagens reconhecíveis

Uma linguagem é **Turing-reconhecível** se existe alguma máquina de Turing que a reconhece (linguagem recursivamente enumerável).

Exemplos:
As linguagens a seguir são Turing-reconhecíveis:

- $L(M_0) = \{u\,0\,0 : u \in \{0,1\}^*\}$
- $L(M_2) = \{0^{2^n} : n \geq 0\}$

Observação: se w não está em $L(M)$ então M pode **não parar** com w como entrada.

Liguagens reconhecíveis e decidíveis

Uma máquina de Turing M é **decisora** se sempre aceita ou rejeita sua entrada. Dizemos que M **decide** $L(M)$.

Uma linguagem é **Turing-decidível** ou simplesmente **decidível** se existe alguma máquina de Turing que a decide (linguagem recursiva).

Exemplos:
As linguagens a seguir são Turing-decidíveis:

- $L(M_0) = \{u\,0\,0 : u \in \{0,1\}^*\}$
- $L(M_2) = \{0^{2^n} : n \geq 0\}$

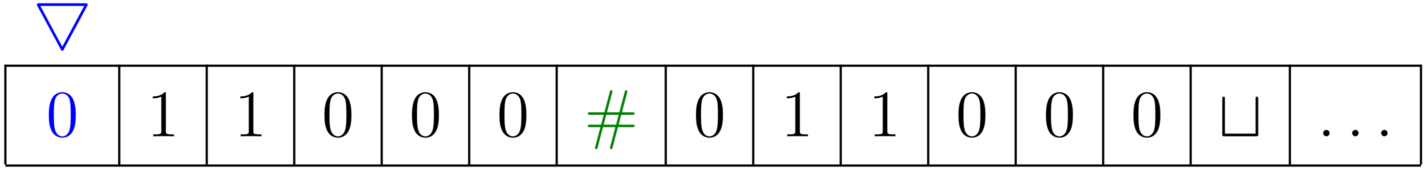
Toda linguagem decidível é Turing-reconhecível.

Outro exemplo de MT

Descrição de uma máquina de Turing que decide se uma dada cadeia w está na linguagem

$$\{z\#z : z \in \{0,1\}^*\}.$$

$M_1 =$ “Com entrada w:



$\triangledown$														
0	1	1	0	0	0	$\#$	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Diagrama de estados para M_1

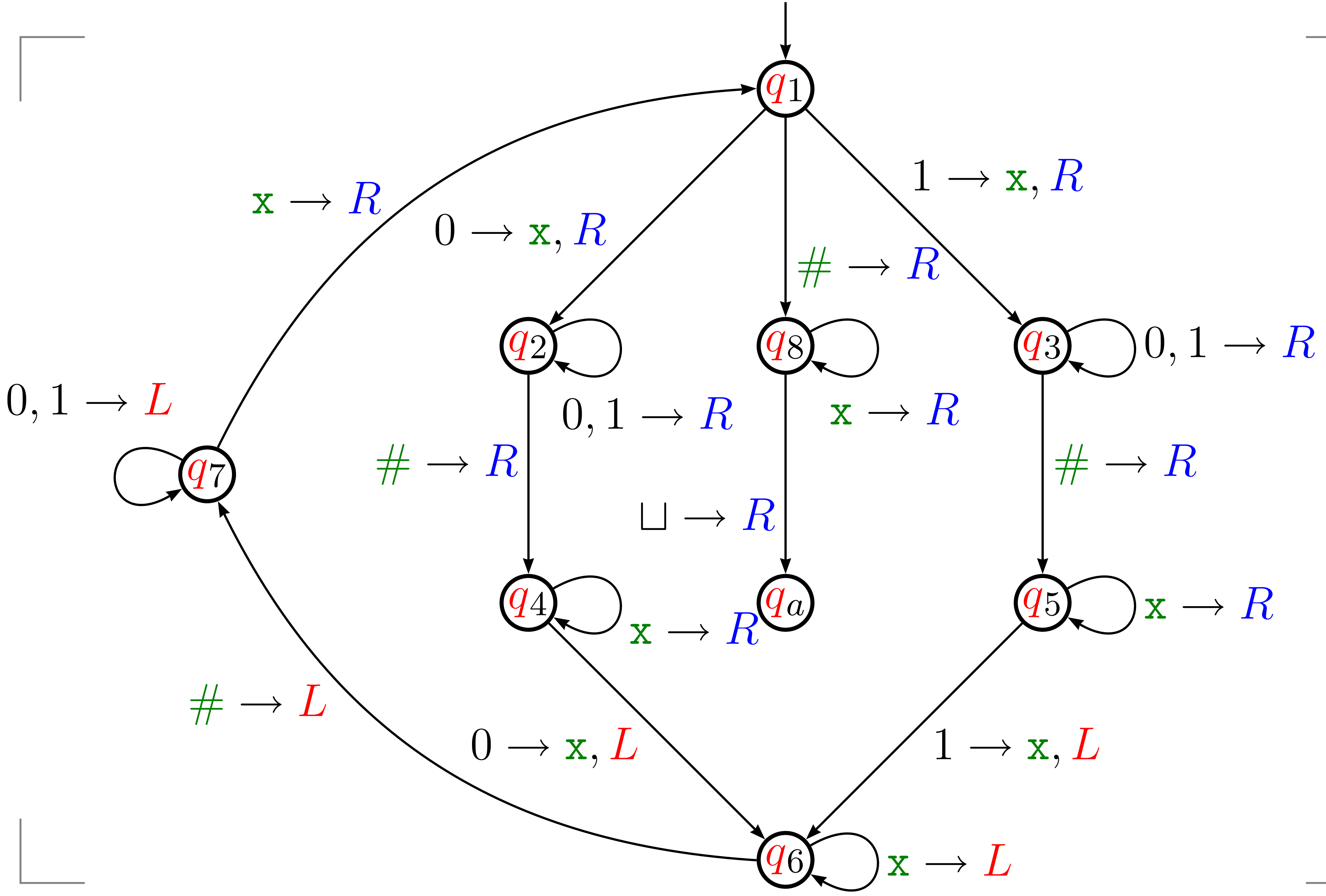


Diagrama de estados para M_1

No diagrama de estados o rótulo $0, 1 \rightarrow R$ que aparece na transição de q_3 para q_3, representa que

$$\delta(q_3, 0) = (q_3, 0, R) \quad \text{e}$$
$$\delta(q_3, 1) = (q_3, 1, R).$$

O rótulo $0 \rightarrow R$ na transição de q_3 para q_4 representa que

$$\delta(q_3, 0) = (q_4, 0, R)$$

Transições faltando vão ao estado de rejeição e movem a cabeça à direita.

Definição de M_1

Máquina $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{\text{aceitação}}, q_{\text{rejeição}})$ que decide

$$B = \{z\#z : w \in \{0,1\}^*\}.$$

Definição de M_1

Máquina $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{\text{aceitação}}, q_{\text{rejeição}})$ que decide

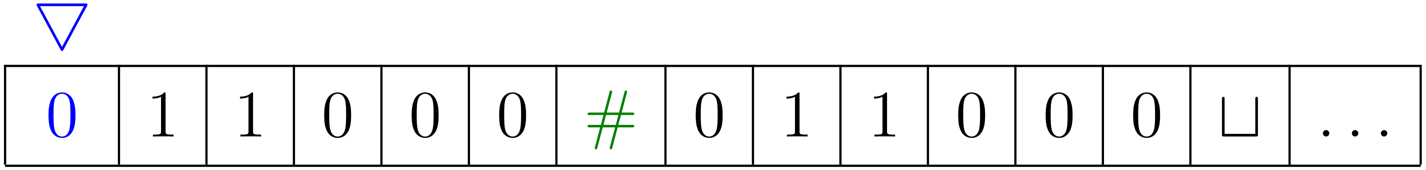
$$B = \{z\#z : w \in \{0,1\}^*\}.$$

- $Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_8, q_{\text{aceitação}}, q_{\text{rejeição}}\}$,
- $\Sigma = \{0, 1, \#\}$,
- $\Gamma = \{0, 1, \#, \mathtt{x}, \sqcup\}$ e
- δ é descrita no diagrama de estados.

Simulação de M_1

estado

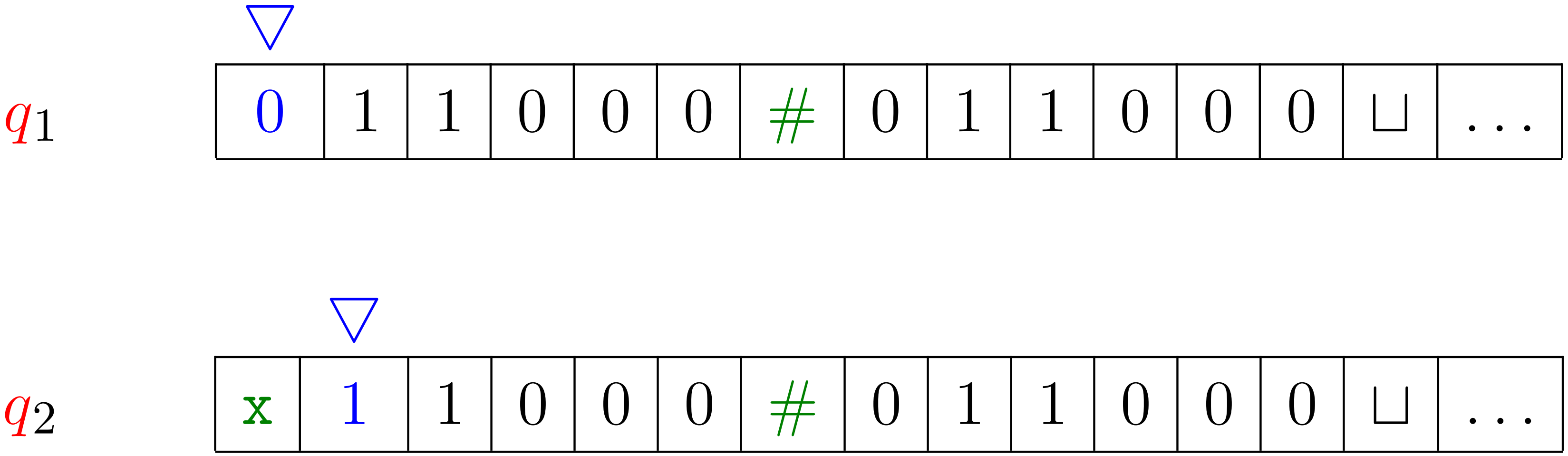
q_1



0	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1

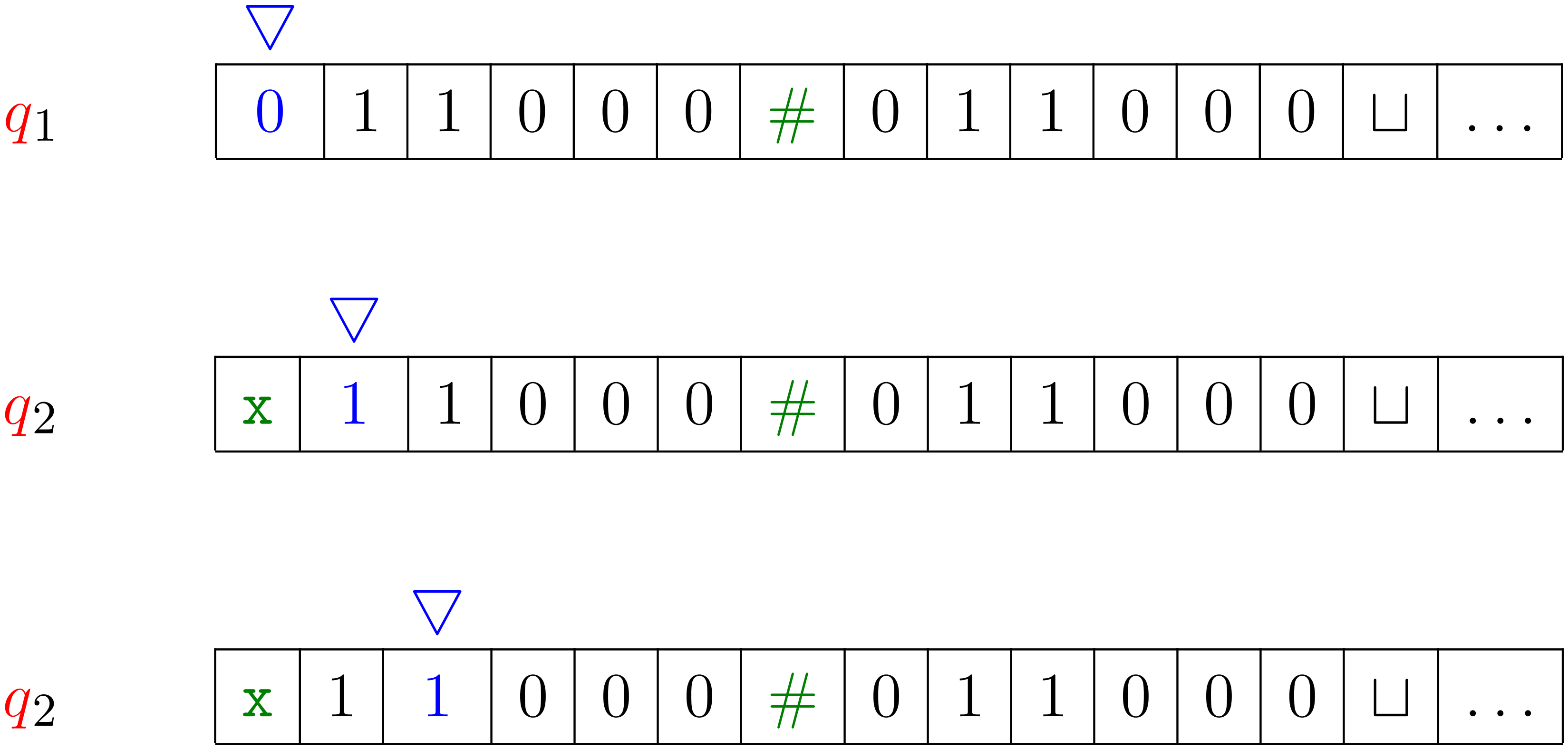
estado



	▽														
q_1	0	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

		▽													
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1



estado															
q_1	0	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1

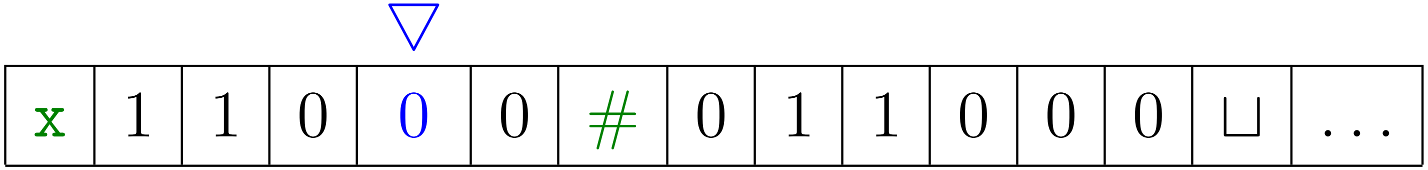
estado

	▽														
q_1	0	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...
		▽													
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...
			▽												
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...
				▽											
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...

Simulação de M_1

estado

q_2



x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\dots$

Simulação de M_1

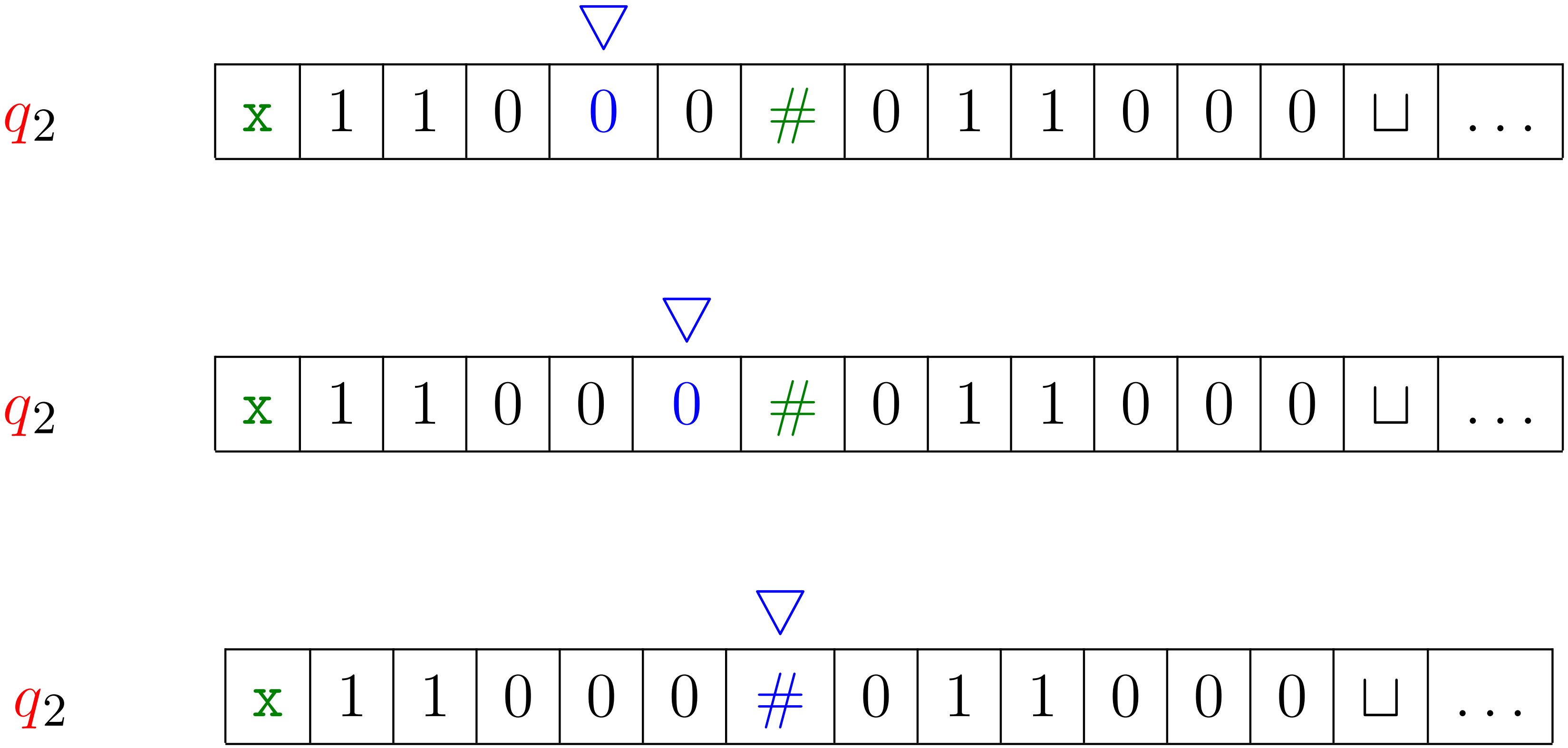
estado

					▽										
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	. . .

						▽									
q_2	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	$\sqcup$	. . .

Simulação de M_1

estado



q_2

				▽										
x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...

q_2

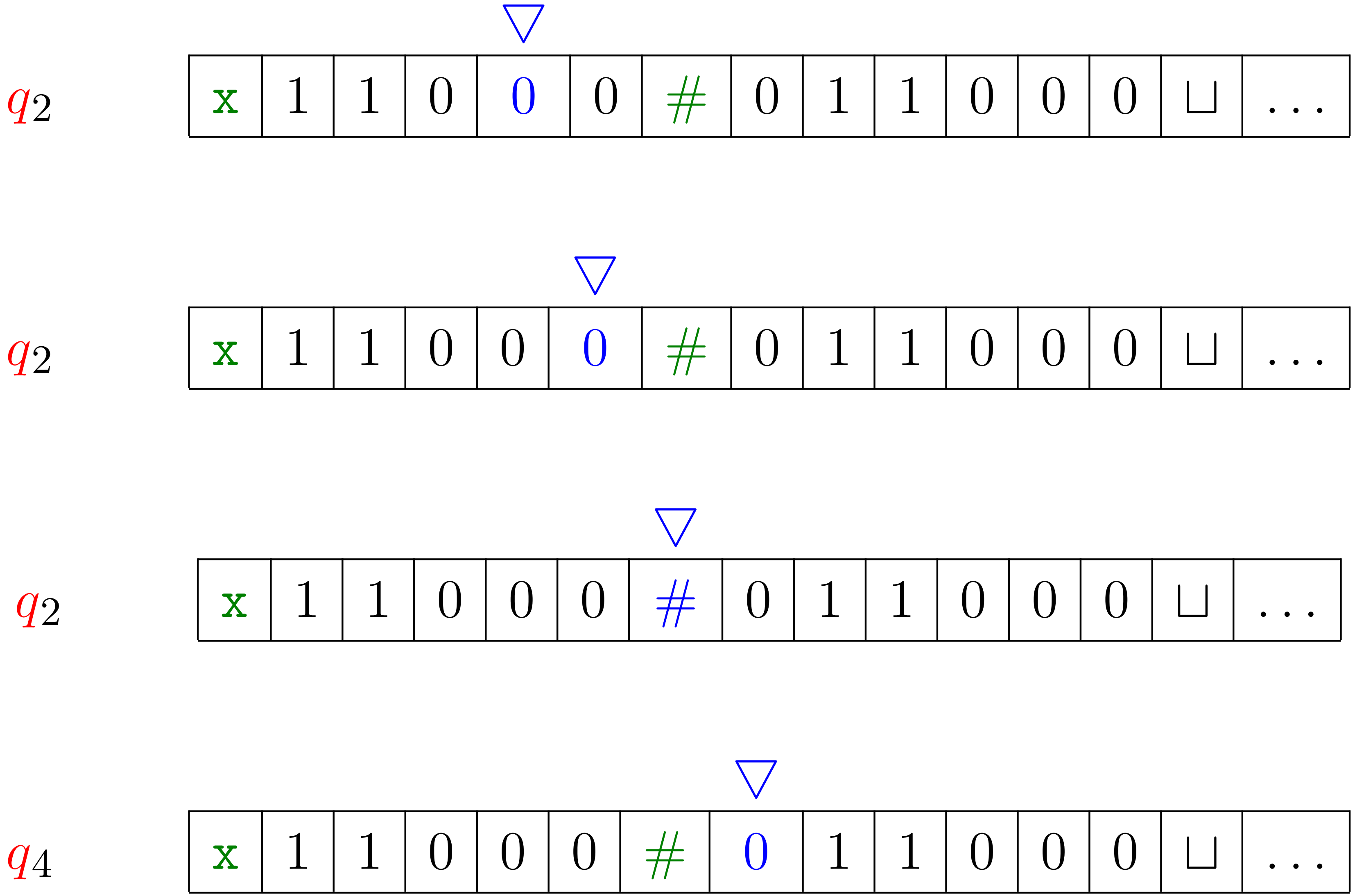
					▽									
x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...

q_2

						▽								
x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	⊔	...

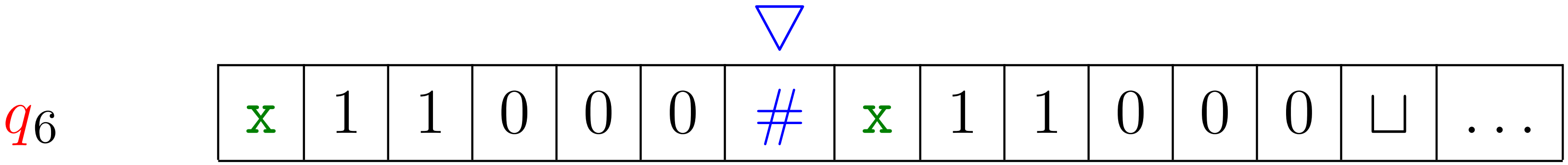
Simulação de M_1

estado



Simulação de M_1

estado

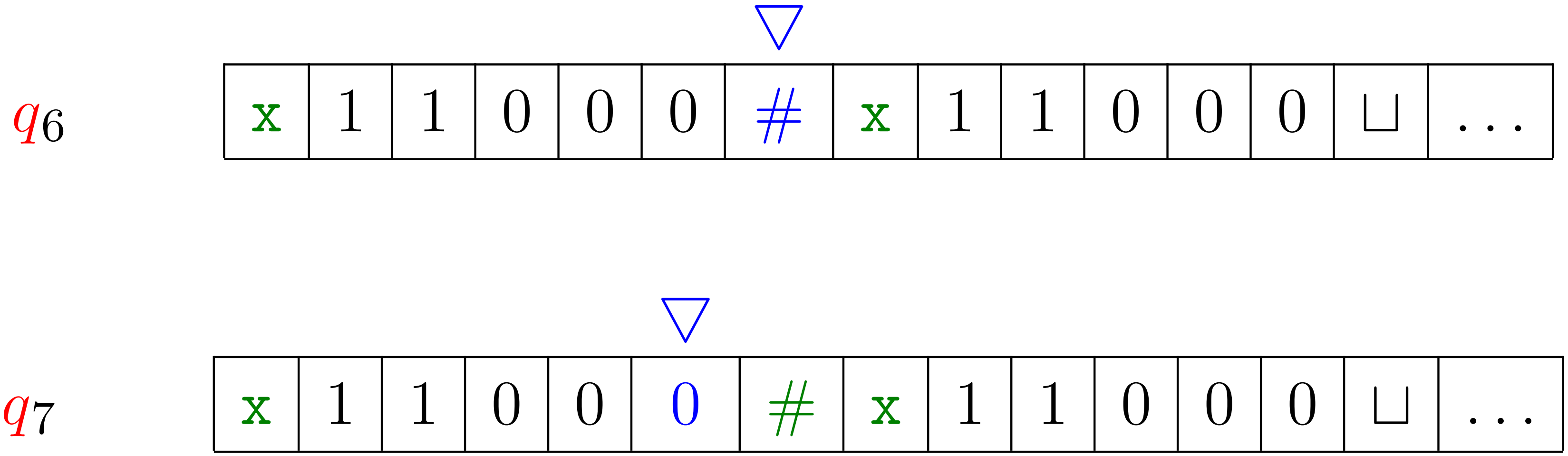


q_6

x	1	1	0	0	0	$\#$	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1

estado

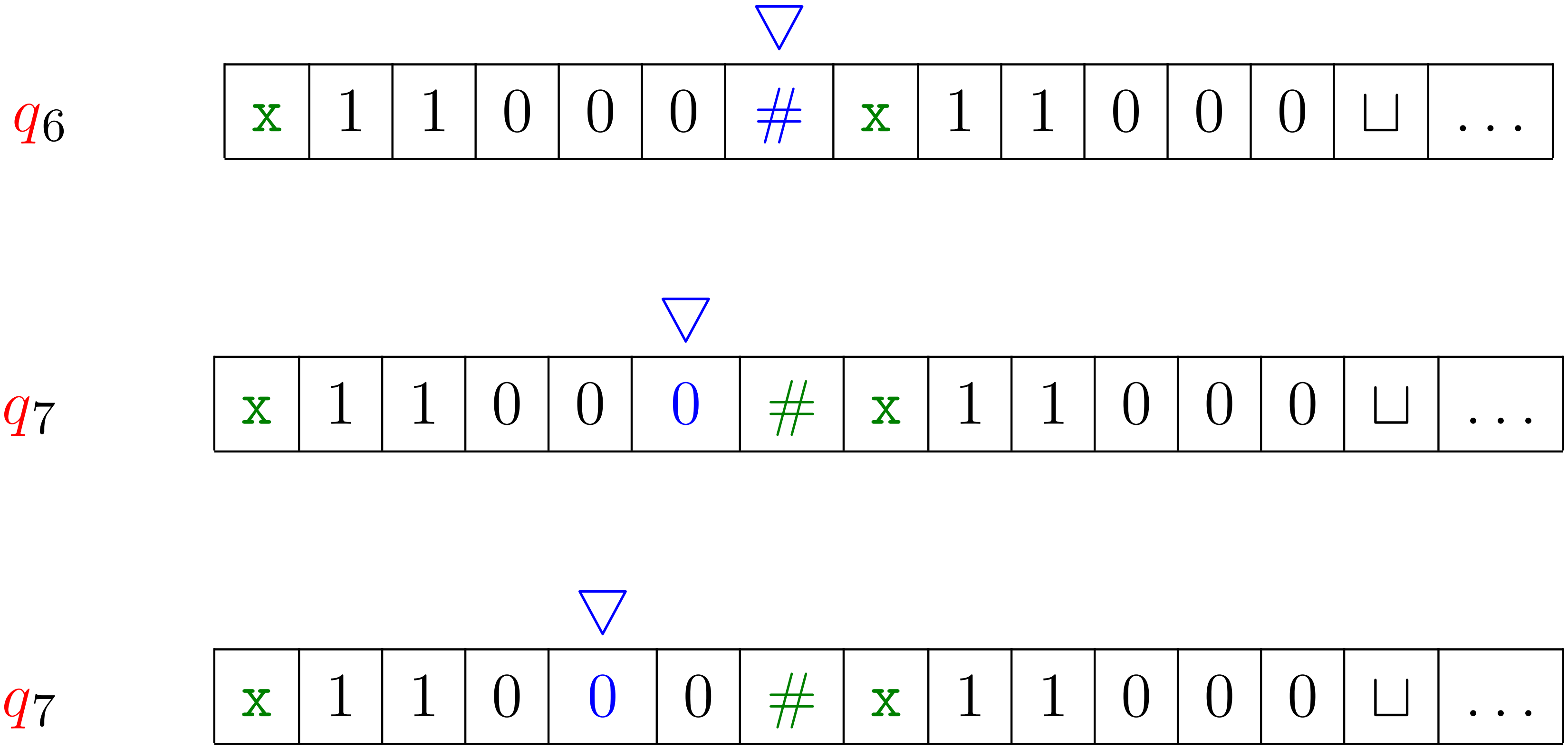


							▽								
q_6	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	. . .

						▽									
q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	. . .

Simulação de M_1

estado



q_6

						▽								
x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...

q_7

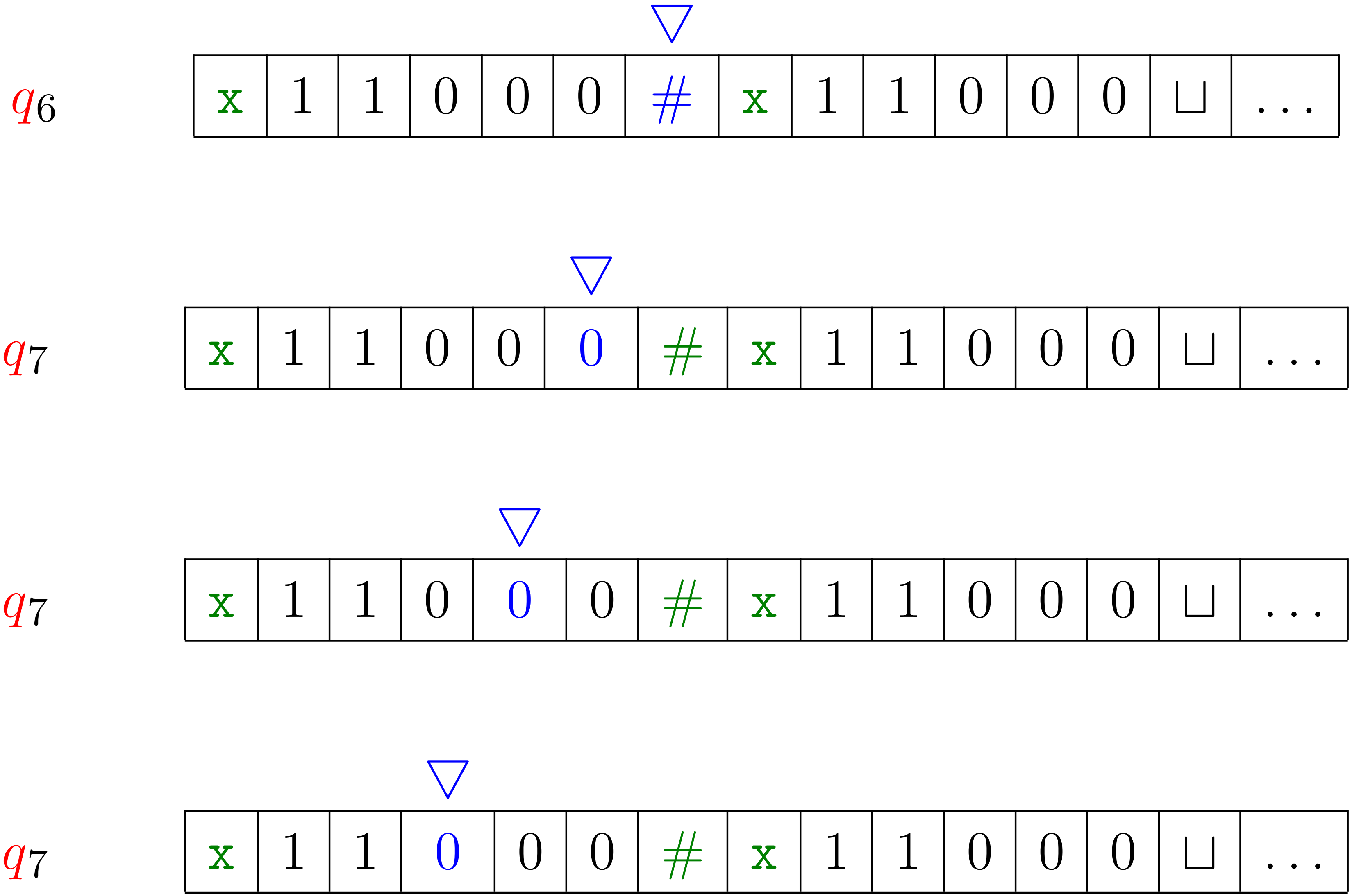
					▽									
x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...

q_7

				▽										
x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...

Simulação de M_1

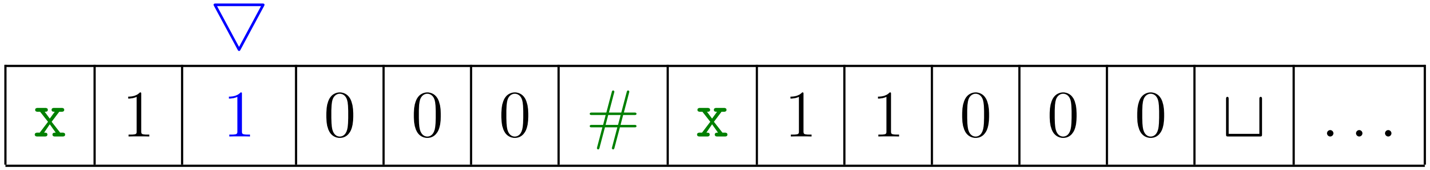
estado



Simulação de M_1

estado

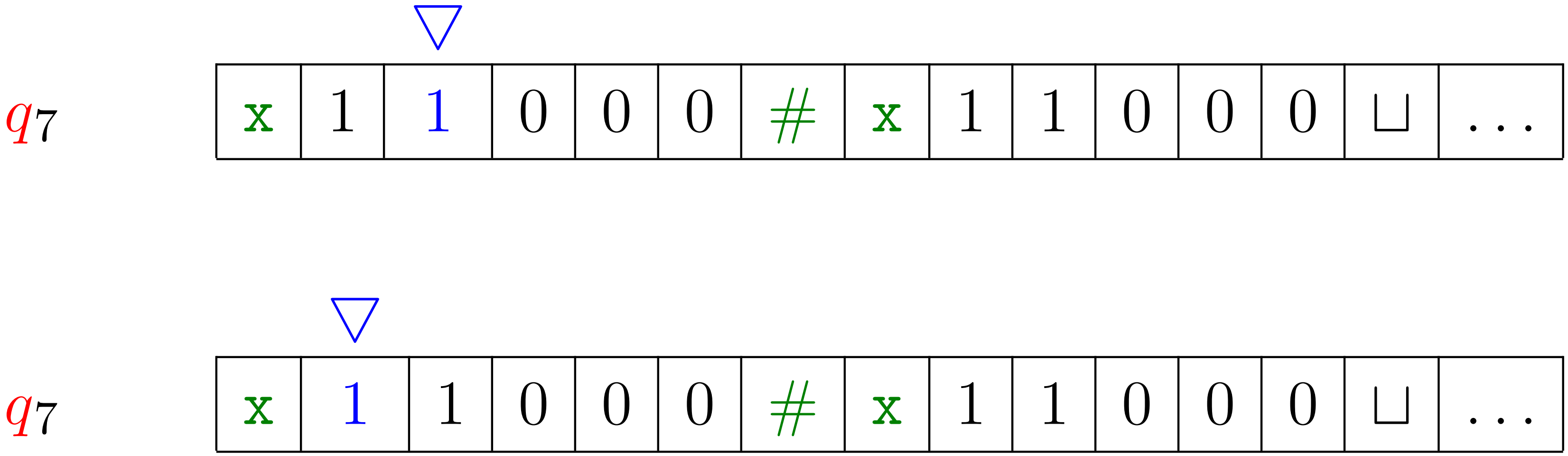
q_7



		▽												
x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	. . .

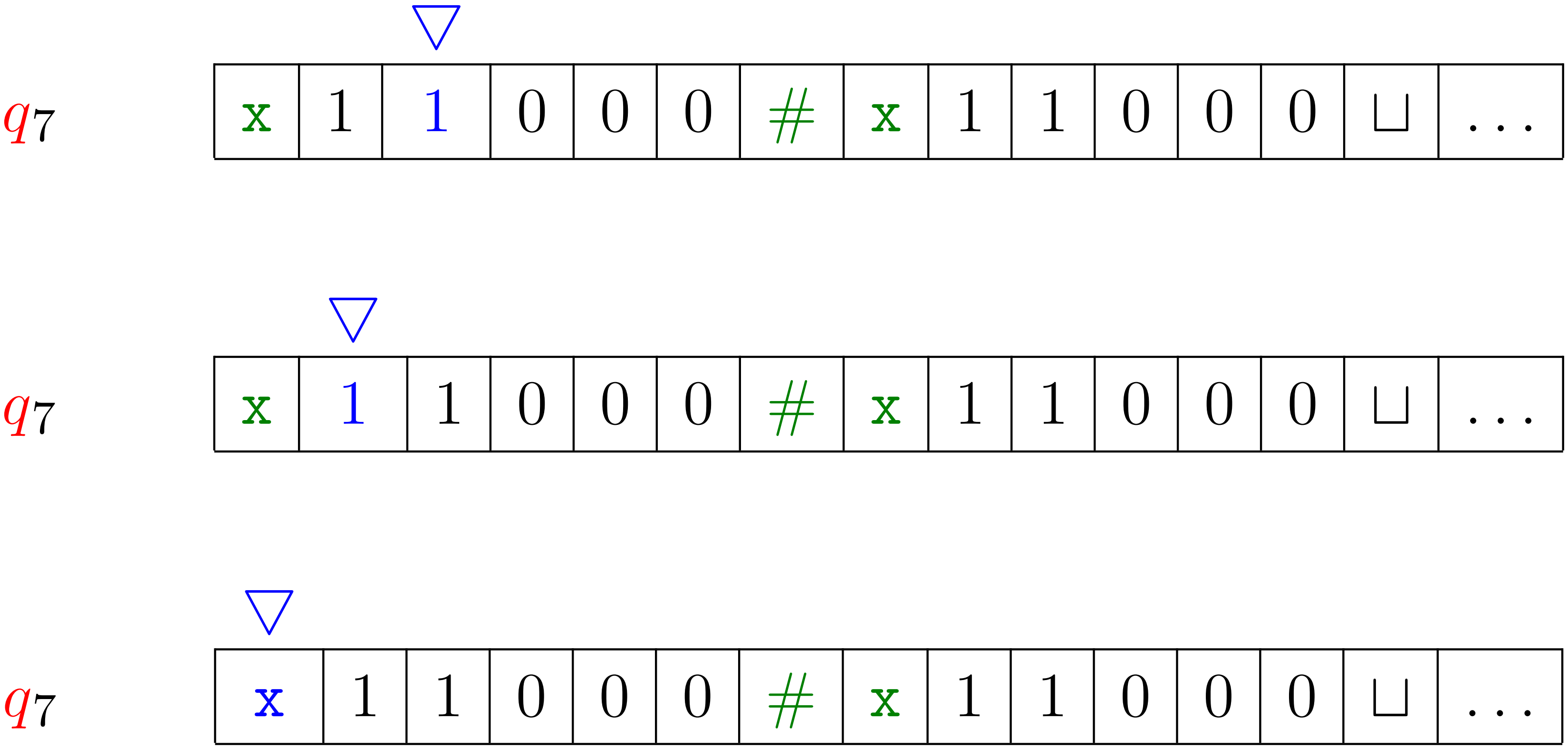
Simulação de M_1

estado



Simulação de M_1

estado



q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	...
q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	...
q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	...

Simulação de M_1

estado

			▽											
q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

		▽													
q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

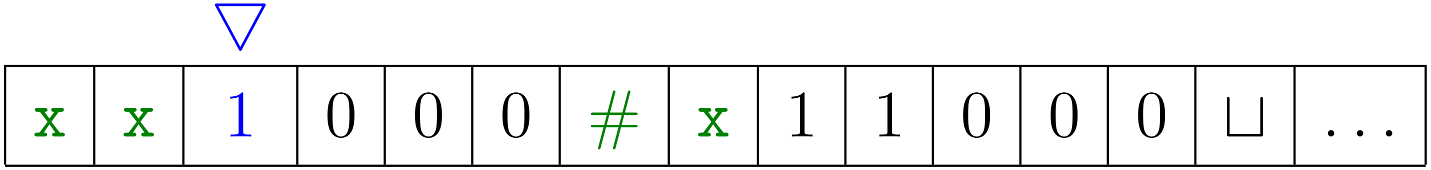
	▽														
q_7	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

		▽													
q_1	x	1	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1

estado

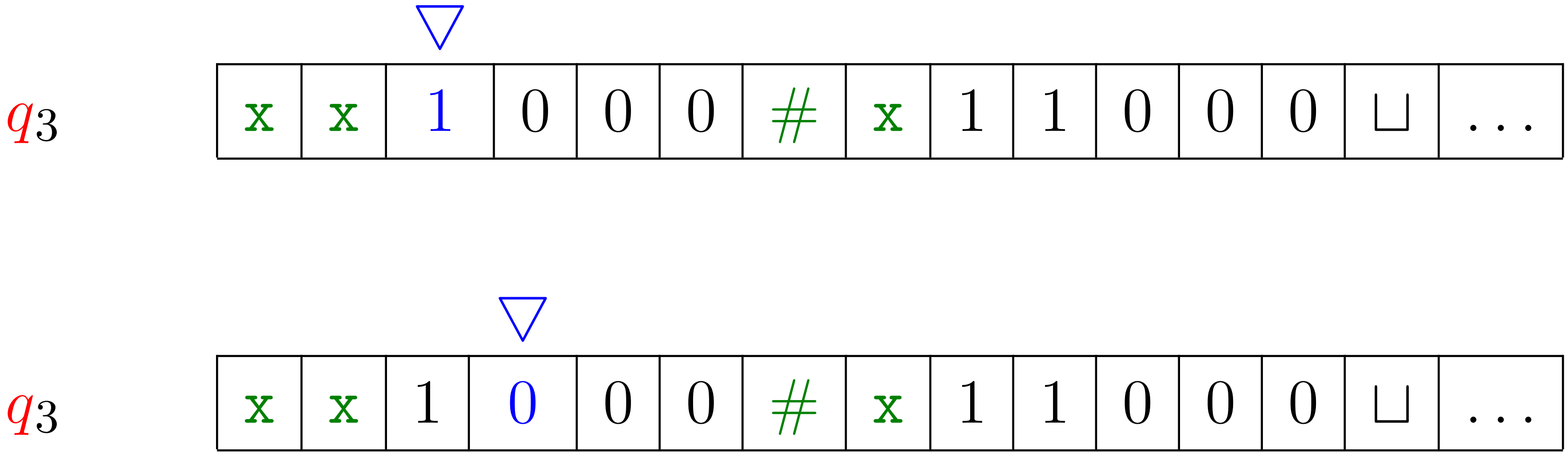
q_3



x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	...

Simulação de M_1

estado

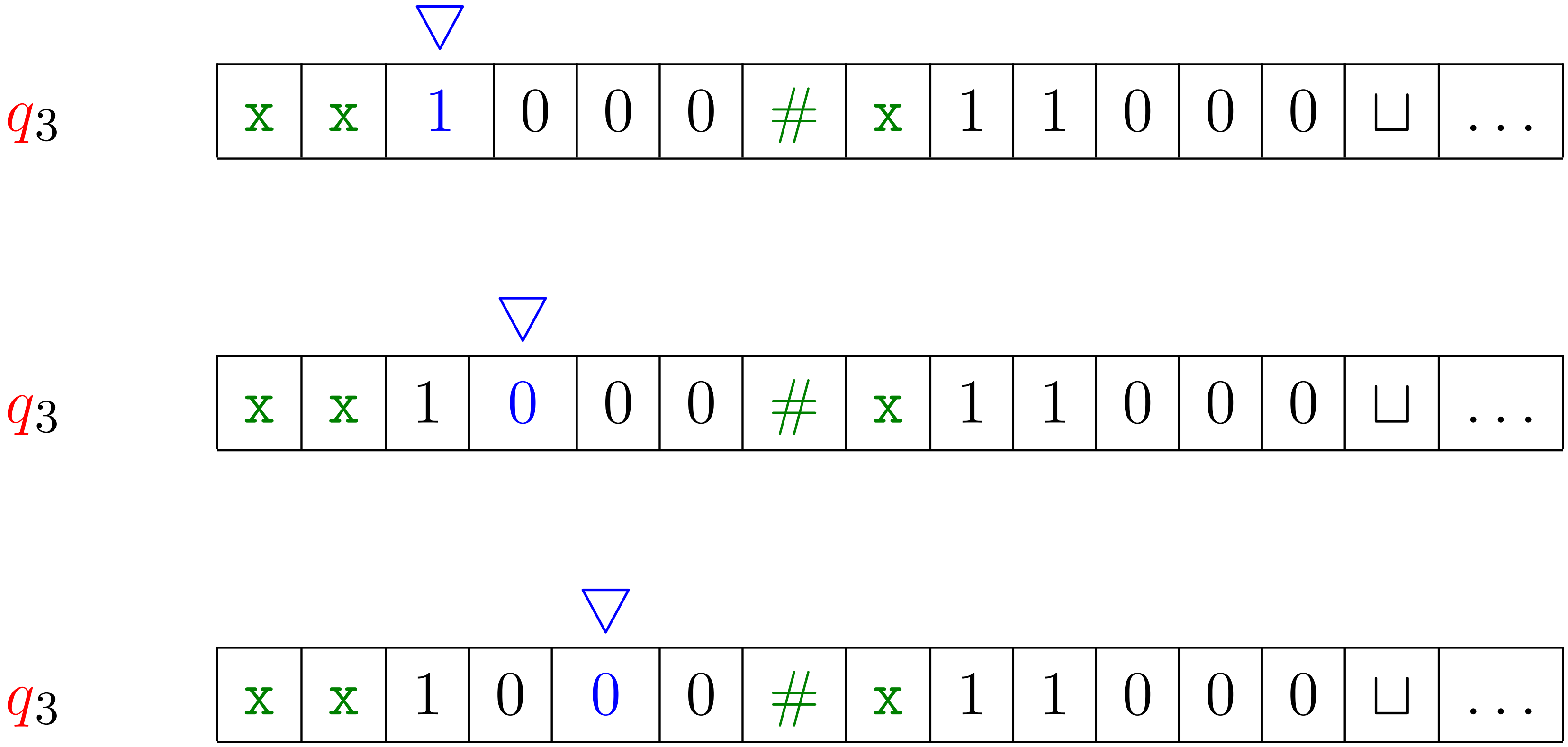


			▽												
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...

				▽											
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...

Simulação de M_1

estado



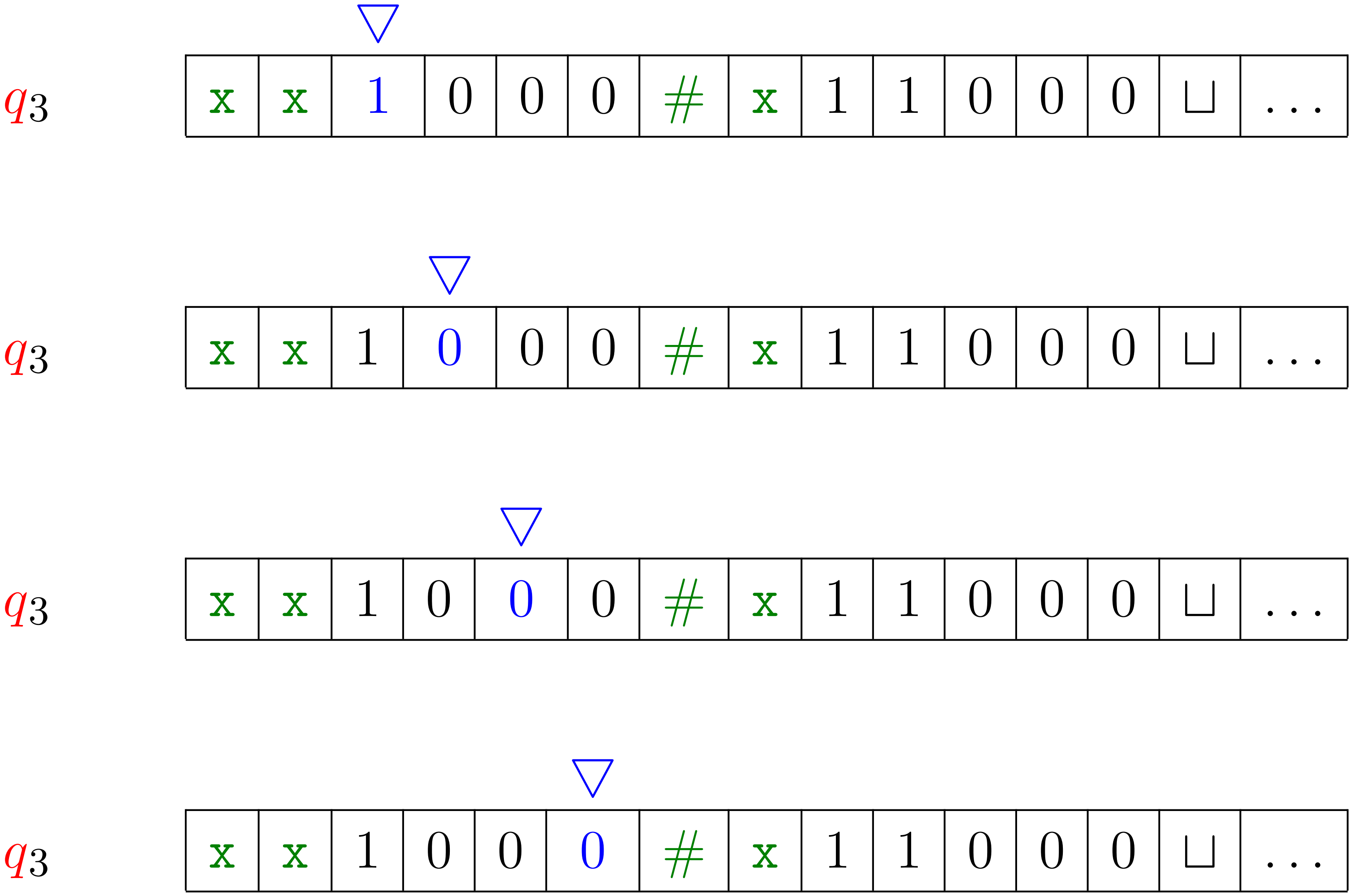
			▽												
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

				▽											
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

					▽										
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1

estado



			▽												
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

				▽											
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

					▽										
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

						▽									
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1

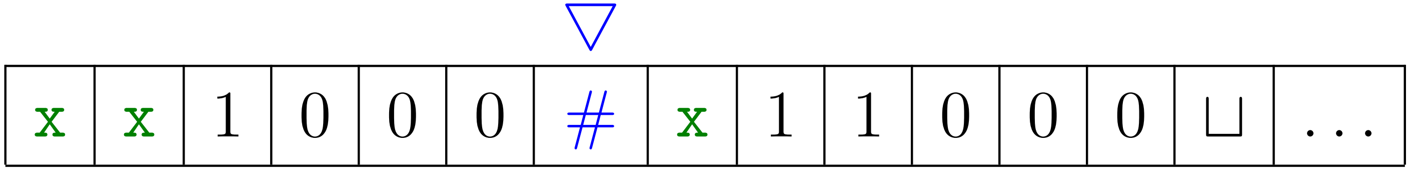
estado

							▽								
q_3	x	x	1	0	0	0	$\#$	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

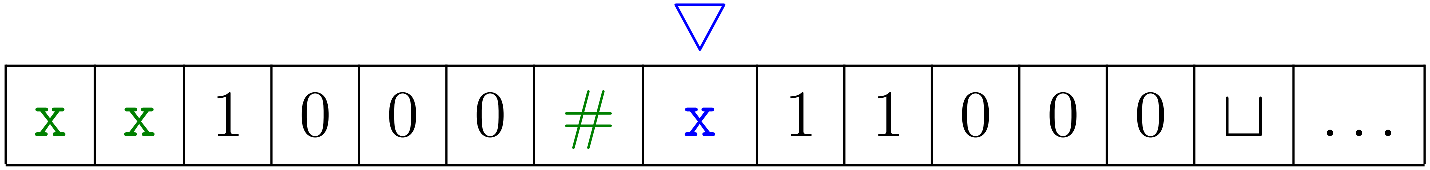
Simulação de M_1

estado

q_3

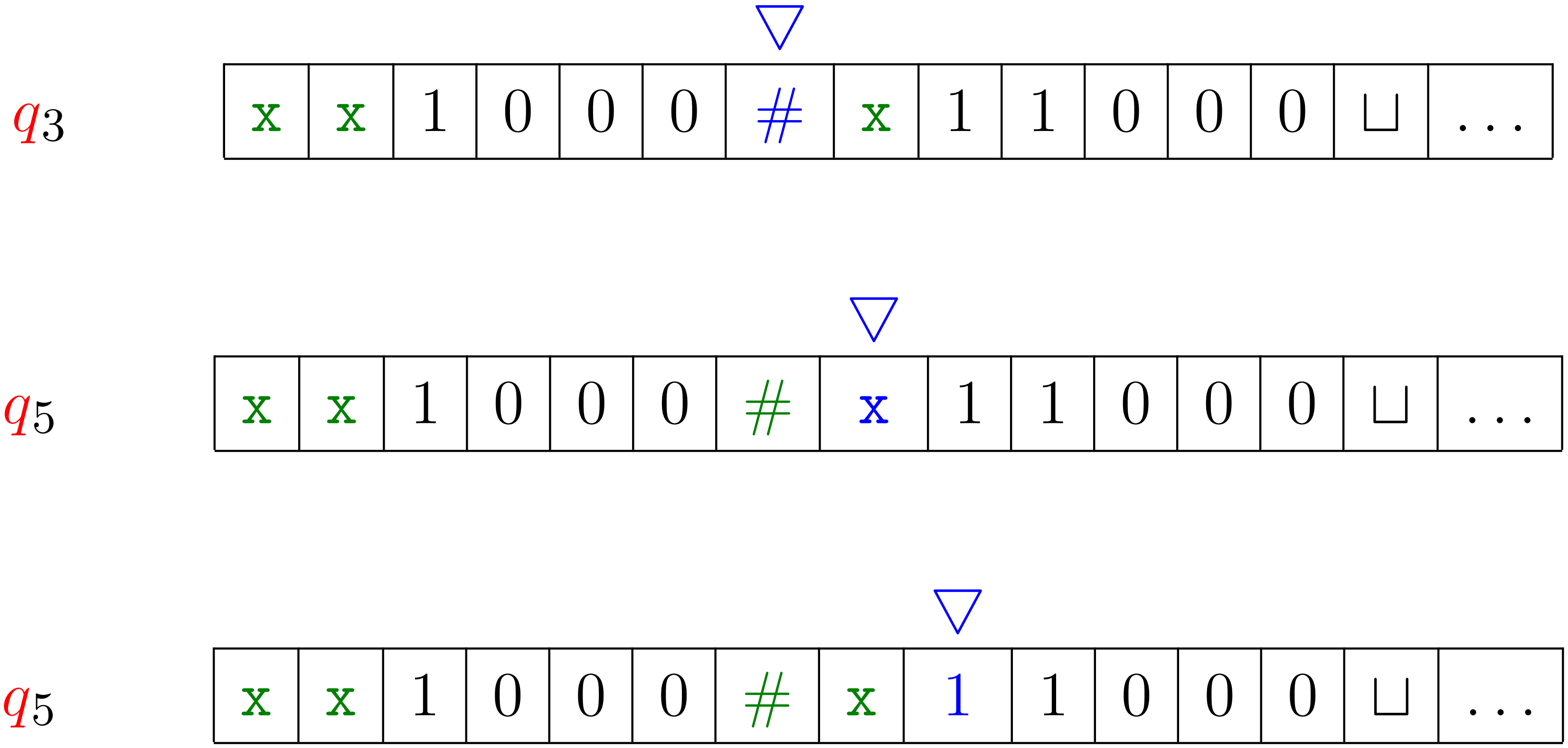


q_5



Simulação de M_1

estado



q_3

						▽								
x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

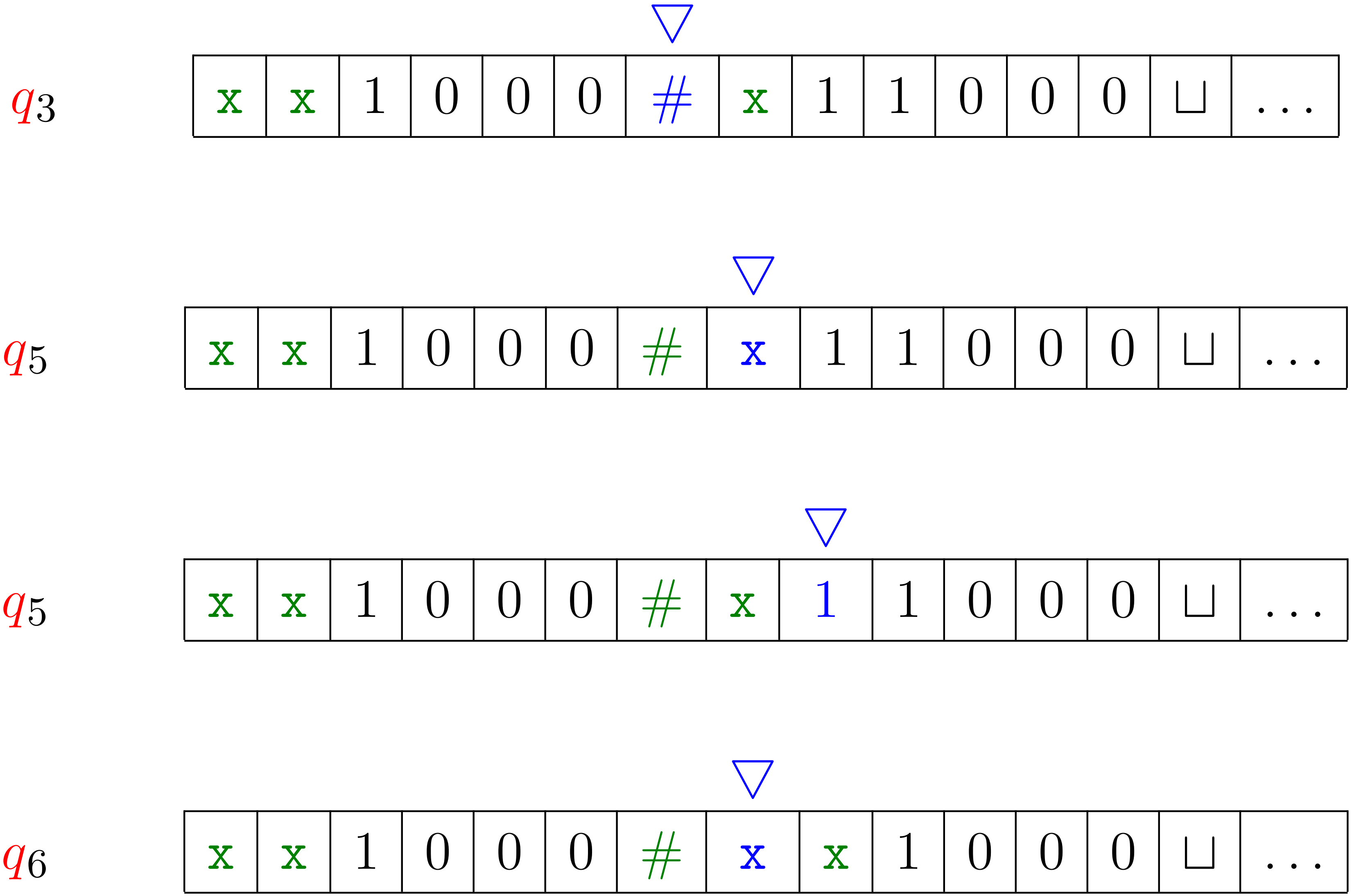
q_5

							▽							
x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

q_5

								▽						
x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	$\sqcup$	$\ldots$

Simulação de M_1



estado

							▽								
q_3	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...
								▽							
q_5	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...
									▽						
q_5	x	x	1	0	0	0	#	x	1	1	0	0	0	⊔	...
								▽							
q_6	x	x	1	0	0	0	#	x	x	1	0	0	0	⊔	...

Descrição de M_1

Descrição alto nível de uma máquina de Turing que decide se uma dada cadeia w está na linguagem

$$\{z\#z : z \in \{0,1\}^*\}.$$

$M_1 =$ “Com entrada w:

1. Vá e volte na fita em torno de $\#$ verificando se posições correspondentes contém o mesmo símbolo. Caso negativo, ou no caso em que $\#$ não é encontrado, *rejeite*. Marque os símbolos já verificados.
2. quando todos os símbolos à esquerda de $\#$ foram verificados, examine se sobraram símbolos do lado direito de $\#$. Se sobrou algum símbolo, *rejeite*; senão, *aceite*.”

Número de passos

Se a cadeia de entrada tem comprimento n então a máquina M_1 faz não mais do que

$$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \left(1 + \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right)$$

passos.

Mais um exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_3 que decide

$$C = \{a^i b^j c^k : i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

$M_3 =$ “Com entrada w:

Mais um exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_3 que decide

$$C = \{a^i b^j c^k : i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

$M_3 =$ “Com entrada w:

1. Ande na fita da esquerda para a direita para determinar se w é membro de $a^+b^+c^+$ e rejeite se não for.

Mais um exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_3 que decide

$$C = \{a^i b^j c^k : i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

$M_3 =$ "Com entrada w:

1. Ande na fita da esquerda para a direita para determinar se w é membro de $a^+b^+c^+$ e rejeite se não for.
2. Volte a cabeça à esquerda da fita.

Mais um exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_3 que decide

$$C = \{a^i b^j c^k : i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

$M_3 =$ “Com entrada w:

1. Ande na fita da esquerda para a direita para determinar se w é membro de $a^+b^+c^+$ e rejeite se não for.
2. Volte a cabeça à esquerda da fita.
3. Risque um a e procure um b à direita. Vá e volte entre os bs e cs riscando cada um deles até que todos os bs estão riscados. Se todos os cs forem riscados e sobrarem bs, rejeite.

Mais um exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_3 que decide

$$C = \{a^i b^j c^k : i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

$M_3 =$ “Com entrada w:

4. Restaure os bs riscados e volte ao passo anterior se sobrarem as. Caso os as tenham acabado, determine se os cs também acabaram. Se sim, aceite; se não, rejeite.”

Ainda outro exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_4 que decide

$E = \{\#x_1\#x_2\# \cdots \#x_k : x_i \in \{0,1\}^*$ e $x_i \neq x_j$ para cada $i \neq j\}$.

$M_4 =$ “Com entrada w:

Ainda outro exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_4 que decide

$E = \{\#x_1\#x_2\#\cdots\#x_k : x_i \in \{0,1\}^*$ e $x_i \neq x_j$ para cada $i \neq j\}$.

$M_4 =$ "Com entrada w:

1. Coloque um marcador no símbolo da fita mais à esquerda. Se o símbolo era um $\sqcup$, aceite. Se o símbolo era um $\#$, continue com o próximo passo. Se não, rejeite.

$$\overset{\bullet}{\#}\, x_1\#x_2\#\cdots\#x_k$$

Ainda outro exemplo de MT

Descrição alto nível da máquina M_4 que decide

$E = \{\#x_1\#x_2\#\cdots\#x_k : x_i \in \{0,1\}^*$ e $x_i \neq x_j$ para cada $i \neq j\}$.

$M_4 =$ "Com entrada w:

1. Coloque um marcador no símbolo da fita mais à esquerda. Se o símbolo era um $\sqcup$, aceite. Se o símbolo era um $\#$, continue com o próximo passo. Se não, rejeite.

$$\overset{\bullet}{\#}\, x_1\#x_2\#\cdots\#x_k$$

2. Procure o próximo $\#$ à direita e coloque uma segunda marca nele. Se nenhum $\#$ é encontrado, somente x_1 está presente e aceite.

$$\overset{\bullet}{\#}\, x_1\, \overset{\bullet}{\#}\, x_2\#\cdots\#x_k$$

Ainda outro exemplo de MT

Descrição alto nível máquina M_4 que decide

$E = \{\#x_1\#x_2\#\cdots\#x_k : x_i \in \{0,1\}^*$ e $x_i \neq x_j$ para cada $i \neq j\}$.

$M_4 =$ “Com entrada w:

3. Indo e voltando, compare as duas cadeias à direita dos $\#$ marcados. Se eles são iguais, rejeite.

4. Mova a marca mais à direita para o próximo $\#$ à direita. Se nenhum $\#$ é encontrado, mova a marca mais à esquerda para o próximo $\#$ à direita e o segundo marcador para o $\#$ seguinte. Se nenhum $\#$ existe à direita, aceite.

$$\overset{\bullet}{\#}\, x_1\#x_2\, \overset{\bullet}{\#} \cdots \#x_k$$

5. Volte ao passo 3.”