

GEOMETRIAS EUCLIDIANA E NÃO-EUCLIDIANA

LISTA 4

PROFESSOR: CRISTIÁN ORTIZ

1. Seja $T : V \rightarrow V$ uma aplicação conforme direta. Mostre que T é a composição de uma homotetia com uma rotação.
2. Seja $T : V \rightarrow V$ uma aplicação conforme oposta. Prove que T é a composição de uma homotetia com uma reflexão.
3. Defina aplicação conforme afim.
Dica: Como sempre, pense no caso linear. A definição é a mais natural possível.
4. Seja $\mathbb{T} : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{A}$ uma aplicação conforme num espaço afim. Mostre que se \mathbb{T} não é uma isometria, então \mathbb{T} possui um único ponto fixo.
5. Vimos que inversões não preservam distância, mas são aplicações lineares?
6. Seja $I_{a,k} : V - \{a\} \rightarrow V - \{a\}$ a inversão de pólo $a \in V$ e potência $k \in \mathbb{R} - \{0\}$. Mostre que a derivada de $I_{a,k}$ num ponto $b \in V - \{a\}$ é dada pela aplicação linear $DI_{a,k}(b) : V \rightarrow V$ definida por

$$DI_{a,k}(b)u = \frac{k}{\|a-b\|^2} \left(u - 2 \frac{\langle a-b, u \rangle}{\|a-b\|^2} (a-b) \right)$$