MAC 338 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação
Primeiro semestre de 2001

Lista 3

1. **(Exercício 31.2-1 do CLR)** Use o método de Strassen para calcular o produto das seguintes matrizes:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

   Mostre os seus cálculos.

2. **(Exercício 31.2-3 do CLR)** Qual é o maior k tal que se você multiplicar matrizes 3×3 usando k multiplicações, então você pode multiplicar matrizes $n \times n$ em tempo assintoticamente melhor que $\Theta(n^{\lg 7})$ (mais precisamente, em tempo $o(n^{\lg 7})$)? Qual seria o tempo de execução deste algoritmo (em notação assintótica)?

3. **(Exercício 31.2-6 do CLR)** Mostre como multiplicar números complexos $a + bi$ e $c + di$ usando apenas três multiplicações reais. O seu algoritmo deve ter os números a, b, c e d como entrada, e produzir como saída dois números reais: a parte real, $ac - bd$, e a parte imaginária, $ad + bc$, do produto.

4. **(Exercícios 18.1-2 do CLR)** Mostre que se uma operação **Decrementa** for incluída nas operações de manipulação de um contador binário com k bits, n operações poderiam custar até tempo $\Theta(nk)$.

5. **(Exercício 18.1-3 do CLR)** Uma seqüência de n operações é executada em uma estrutura de dados. A i-ésima operação custa i se i é uma potência de 2, e 1 caso contrário. Determine o tempo amortizado por operação.

6. O algoritmo KMP para busca de padrão pode ser melhorado quando o alfabeto consiste apenas em duas letras. A idéia é, ao construir a função Π, levar em conta o caracter onde ocorreu desencontro. Mais precisamente, buscamos o prefixo de $P[1..i-1]\bar{p}_i$, onde $\bar{b_i}$ é o "complemento" do caracter b_i. Desta forma, conseguimos comparar apenas uma vez cada caracter do texto com o padrão.

   (a) Dê uma definição precisa de $\Pi(i)$ e mostre os valores de $\Pi(i)$ de acordo com a definição original e com a nova, para a seqüência $xyxyyxyxyxx$.

   (b) Modifique o algoritmo que calcula Π para calcular Π de acordo com a nova definição. Modifique o KMP para que ele fique de acordo com esta nova versão da função Π.

7. Modifique o algoritmo KMP para que ele encontre o maior prefixo do padrão P que aparece em T. Em outras palavras, você não precisa encontrar uma aparição completa do P, mas apenas a aparição de um maior pedaço inicial de P que aparece em T.

8. **(Exercício 16.3-1 do CLR)** Determine uma subseqüência comum de comprimento máximo de

$$\langle 1,0,0,1,0,1,0,1 \rangle \text{ e } \langle 0,1,0,1,1,0,1,1,0 \rangle.$$

9. **(Exercício 16.3-2 do CLR)** Mostre como reconstruir uma subseqüência comum de comprimento máximo a partir da tabela principal gerada pelo algoritmo de programação dinâmica visto em aula e das seqüências originais, sem usar a tabela auxiliar.

10. **(Exercício 16.3-4 do CLR)** Mostre como calcular o comprimento de uma subseqüência comum de comprimento máximo usando apenas $2\min(m, n)$ entradas da tabela c, mais $O(1)$ de espaço adicional. E então mostre como fazer isso usando $\min(m, n)$ mais $O(1)$ de espaço adicional.

11. **(Exercício 16.3-5 do CLR)** Dê um algoritmo $O(n^2)$ para encontrar uma subseqüência monotonicamente crescente de comprimento máximo de uma seqüência de n números.