

Algoritmos Probabilísticos

Segundo semestre de 2006

Aquecimento

Considere o seguinte algoritmo de busca, que determina se x está ou não no vetor $v[1..n]$. O vetor $b[1..n]$, usado no algoritmo, indica se um índice i já foi ou não examinado na busca e a variável c indica quantos índices diferentes de v já foram examinados. A função $\text{RAND}(n)$ devolve um inteiro entre 1 e n , escolhido com probabilidade uniforme.

```
BUSCA_ALEATÓRIA( $v, n, x$ )
1  para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
2       $b[i] \leftarrow 0$ 
3   $c \leftarrow 0$ 
4   $i \leftarrow \text{RAND}(n)$ 
5  enquanto  $c < n$  e  $v[i] \neq x$  faça
6      se  $b[i] = 0$ 
7          então  $b[i] \leftarrow 1$ 
8               $c \leftarrow c + 1$ 
9       $i \leftarrow \text{RAND}(n)$ 
10 se  $v[i] = x$ 
11     então devolva VERDADEIRO
12     senão devolva FALSO
```

1. Qual é o número esperado de iterações desse algoritmo caso o elemento x apareça exatamente uma vez no vetor?
2. Qual é o número esperado de iterações desse algoritmo caso o elemento x não apareça nenhuma vez no vetor?
3. Qual é o número esperado de iterações desse algoritmo caso o elemento x apareça exatamente k vezes no vetor?
4. Considere a variante do algoritmo que, a cada iteração em que x não é encontrado, remove a posição visitada do vetor. Qual é o número esperado de iterações desse algoritmo caso o elemento x apareça exatamente uma vez no vetor? Qual é o número esperado de iterações desse algoritmo caso o elemento x não apareça nenhuma vez no vetor?