Alocação de casas

n agentes, cada um com uma única casa

para cada i, permutação $\succ_i$ de todas as casas

Alocação de casas

n agentes, cada um com uma única casa

para cada i, permutação $\succ_i$ de todas as casas

Hipótese: Qualquer alocação que deixa
o agente com uma mesma casa é equivalente.

Alocação de casas

n agentes, cada um com uma única casa

para cada i, permutação $\succ_i$ de todas as casas

Hipótese: Qualquer alocação que deixa
o agente com uma mesma casa é equivalente.

A: conjunto de todas as alocações

Para $S \subseteq [n]$, seja $A(S) \; = \; \{z \in A : z_i \in S, \forall i \in S\}$.

$A(S)$: alocações onde agentes de S trocam casas entre si.

Alocação de casas

n agentes, cada um com uma única casa

para cada i, permutação $\succ_i$ de todas as casas

Hipótese: Qualquer alocação que deixa
o agente com uma mesma casa é equivalente.

A: conjunto de todas as alocações

Para $S \subseteq [n]$, seja $A(S) = \{z \in A : z_i \in S, \forall i \in S\}$.

$A(S)$: alocações onde agentes de S trocam casas entre si.

Coalisão bloqueadora: S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ ou
$z_i = a_i$ para todo $i \in S$ e $z_j \succ_j a_j$ para pelo menos um $j \in S$.

Alocação de casas

n agentes, cada um com uma única casa

para cada i, permutação $\succ_i$ de todas as casas

Hipótese: Qualquer alocação que deixa
o agente com uma mesma casa é equivalente.

A: conjunto de todas as alocações

Para $S \subseteq [n]$, seja $A(S) \; = \; \{z \in A : z_i \in S, \forall i \in S\}$.

$A(S)$: alocações onde agentes de S trocam casas entre si.

Coalisão bloqueadora: S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ ou
$z_i = a_i$ para todo $i \in S$ e $z_j \succ_j a_j$ para pelo menos um $j \in S$.

Core: conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora.

Aula passada

Coalisão bloqueadora: S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ ou $z_i = a_i$ para todo $i \in S$ e $z_j \succ_j a_j$ para pelo menos um $j \in S$.

Core: conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora.

Aula passada

Coalisão bloqueadora: S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ ou $z_i = a_i$ para todo $i \in S$ e $z_j \succ_j a_j$ para pelo menos um $j \in S$.

Core: conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora.

Algoritmo TTC (top trading cycle)

Aula passada

Coalisão bloqueadora: S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ ou $z_i = a_i$ para todo $i \in S$ e $z_j \succ_j a_j$ para pelo menos um $j \in S$.

Core: conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora.

Algoritmo TTC (top trading cycle)

Teorema: A alocação produzida pelo algoritmo TTC é a única do core.

Aula passada

Coalisão bloqueadora: S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ ou $z_i = a_i$ para todo $i \in S$ e $z_j \succ_j a_j$ para pelo menos um $j \in S$.

Core: conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora.

Algoritmo TTC (top trading cycle)

Teorema: A alocação produzida pelo algoritmo TTC é a única do core.

Teorema: O mecanismo TTC é à prova de estratégia.

Definição alternativa

Coalisão bloqueadora estrita:

S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ para todo $i \in S$.

Definição alternativa

Coalisão bloqueadora estrita:

S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ para todo $i \in S$.

Core ampliado:

conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora estrita.

Definição alternativa

Coalisão bloqueadora estrita:

S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ para todo $i \in S$.

Core ampliado:
conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora estrita.

Por que ampliado?

Porque toda coalisão bloqueadora estrita é bloqueadora, ou seja, toda alocação do core é do core ampliado, em particular a do algoritmo TTC.

Definição alternativa

Coalisão bloqueadora estrita:

S tq existe $z \in A(S)$ com $z_i \succ_i a_i$ para todo $i \in S$.

Core ampliado:

conjunto de alocações sem coalisão bloqueadora estrita.

Por que ampliado?

Porque toda coalisão bloqueadora estrita é bloqueadora, ou seja, toda alocação do core é do core ampliado, em particular a do algoritmo TTC.

O core ampliado pode ter mais alocações:

$n = 3$ e para $\pi_1 = (2, 3, 1)$, $\pi_2 = (1, 3, 2)$, e $\pi_1 = (1, 2, 3)$, a alocação do TTC é $a = (2, 1, 3)$ e a alocação $a' = (2, 3, 1)$ não tem coalisões bloqueadoras estritas.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Se as preferências são estritas,
toda coalisão bloqueadora fraca minimal é bloqueadora.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Se as preferências são estritas,
toda coalisão bloqueadora fraca minimal é bloqueadora.
Falso!
No exemplo dado, $S = \{1, 2\}$ é uma coalisão bloqueadora fraca para a', mas não há coalisão bloqueadora neste caso.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Se as preferências são estritas,
toda coalisão bloqueadora fraca minimal é bloqueadora.
Falso!

Do livro: Se as preferências são estritas,
então o core e o core estrito coincidem.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Se as preferências são estritas,
toda coalisão bloqueadora fraca minimal é bloqueadora.
Falso!

Do livro: Se as preferências são estritas,
então o core e o core estrito coincidem.
Falso!

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Se as preferências são estritas,
toda coalisão bloqueadora fraca minimal é bloqueadora.
Falso!

Do livro: Se as preferências são estritas,
então o core e o core estrito coincidem.
Falso!

Do livro: Para preferências não estritas,
há exemplos com core estrito vazio?

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Para preferências não estritas,
há exemplos com core estrito vazio?

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Para preferências não estritas,
há exemplos com core estrito vazio?

Exemplo: $\pi_1 = \pi_2 = (3, 4, 1, 2) \quad \pi_3 = \pi_4 = (1/2, 3, 4)$

Preferências não estritas

Coalisão bloqueadora chama-se bloqueadora fraca.

Core antigo é chamado de core estrito.

Coalisão bloqueadora estrita chama-se bloqueadora.

Core é o core ampliado.

Do livro: Para preferências não estritas,
há exemplos com core estrito vazio?

Exemplo: $\pi_1 = \pi_2 = (3, 4, 1, 2) \quad \pi_3 = \pi_4 = (1/2, 3, 4)$

Para $a = (3, 4, 1, 2)$, tome $S = \{2, 3\}$.
Para $a = (4, 3, 1, 2)$, tome $S = \{1, 3\}$.
Para $a = (3, 4, 2, 1)$, tome $S = \{2, 3\}$.
Para $a = (3, 4, 2, 1)$, tome $S = \{1, 3\}$.

Casamentos estáveis

Atribuição de estudantes à universidades,
médicos a programas de residências.

Casamentos estáveis

Atribuição de estudantes à universidades,
médicos a programas de residências.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Casamentos estáveis

Atribuição de estudantes à universidades,
médicos a programas de residências.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Casamentos estáveis

Atribuição de estudantes à universidades,
médicos a programas de residências.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Adicione homem/mulher fictício para
representar a possibilidade de ficar solteiro.

Assim $|H| = |M|$.

Casamentos estáveis

Atribuição de estudantes à universidades,
médicos a programas de residências.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Adicione homem/mulher fictício para
representar a possibilidade de ficar solteiro.

Assim $|H| = |M|$.

Emparelhamento de H em M:
alocação de homens a mulheres.

Casamentos estáveis

H - conjunto de homens M - conjunto de mulheres

Casamentos estáveis

H - conjunto de homens M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Casamentos estáveis

H - conjunto de homens M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Emparelhamento de H em M:
alocação de homens a mulheres.

Casamentos estáveis

H - conjunto de homens   M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Emparelhamento de H em M:
alocação de homens a mulheres.

Um emparelhamento é instável se
existem homens h e h' e mulheres m e m' tq
m é emparelhada com h, m' com h', mas $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Casamentos estáveis

H - conjunto de homens M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Emparelhamento de H em M:
alocação de homens a mulheres.

Um emparelhamento é instável se
existem homens h e h' e mulheres m e m' tq
m é emparelhada com h, m' com h', mas $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Neste caso, h e m' preferiam se casar um com o outro.

Casamentos estáveis

H - conjunto de homens M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Emparelhamento de H em M:
alocação de homens a mulheres.

Um emparelhamento é instável se
existem homens h e h' e mulheres m e m' tq
m é emparelhada com h, m' com h', mas $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Neste caso, h e m' preferiam se casar um com o outro.

O par (h, m') é um par bloqueador,
e emparelhamento é estável se não tem par bloqueador.

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

O emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_2), (h_3, m_3)\}$ é instável, pois (h_1, m_2) é um par bloqueador.

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

O emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_2), (h_3, m_3)\}$ é instável, pois (h_1, m_2) é um par bloqueador.

Já o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$ é estável.

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

O emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_2), (h_3, m_3)\}$ é instável, pois (h_1, m_2) é um par bloqueador.

Já o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$ é estável.

Dada as listas de preferências de todos,
existe emparelhamento estável?

Como encontrá-lo, se existe?

Algoritmo da aceitação postergada

Versão com proposta masculina:

Algoritmo da aceitação postergada

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Algoritmo da aceitação postergada

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista. Para esse, posterga a sua resposta.

Algoritmo da aceitação postergada

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista. Para esse, posterga a sua resposta.

Nova rodada:

Cada homem que teve sua proposta recusada propõe à próxima mulher de sua lista.

Algoritmo da aceitação postergada

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista. Para esse, posterga a sua resposta.

Nova rodada:

Cada homem que teve sua proposta recusada propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista.

Eventualmente recusa proposta recebida em rodada anterior.

Algoritmo com proposta masculina

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista. Para esse, posterga a sua resposta.

Cada homem que teve sua proposta recusada propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista.

Algoritmo com proposta masculina

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista. Para esse, posterga a sua resposta.

Cada homem que teve sua proposta recusada propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista.

Repete esse processo,
sempre progredindo nas listas dos homens.

Algoritmo com proposta masculina

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista. Para esse, posterga a sua resposta.

Cada homem que teve sua proposta recusada propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas, exceto pela do homem mais alto em sua lista.

Repete esse processo,
sempre progredindo nas listas dos homens.

O processo então termina (não mais que n^2 rodadas).

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

h_1 propõe para m_2
h_2 propõe para m_1
h_3 propõe para m_1

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

h_1 propõe para m_2
h_2 propõe para m_1
h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

h_1 propõe para m_2
h_2 propõe para m_1
h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

h_2 propõe para m_3, e o algoritmo termina.

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

h_1 propõe para m_2
h_2 propõe para m_1
h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

h_2 propõe para m_3, e o algoritmo termina.

Emparelhamento produzido: $\{(h_1, m_2), (h_2, m_3), (h_3, m_1)\}$

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

h_1 propõe para m_2
h_2 propõe para m_1
h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

h_2 propõe para m_3, e o algoritmo termina.

Emparelhamento produzido: $\{(h_1, m_2), (h_2, m_3), (h_3, m_1)\}$

Note que tal emparelhamento é estável!

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Prova feita na aula.

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Prova feita na aula.

No exemplo, aplicando a versão da proposta feminina, obtemos o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$.

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Prova feita na aula.

No exemplo, aplicando a versão da proposta feminina, obtemos o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$.

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Diferente do obtido pela proposta masculina!

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Prova feita na aula.

No exemplo, aplicando a versão da proposta feminina, obtemos o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$.

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Diferente do obtido pela proposta masculina!

Há alguma diferença significativa entre estes emparelhamentos?

Emparelhamentos ótimos

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Emparelhamentos ótimos

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Emparelhamentos ótimos

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Emparelhamentos ótimos

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Prova feita na aula.

Prova de estratégia

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Prova de estratégia

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) é um mecanismo à prova de estratégia para os homens (mulheres) .

Prova de estratégia

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) é um mecanismo à prova de estratégia para os homens (mulheres) .

Prova feita na aula.