Leilões combinatórios

n participantes $\qquad$ m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,

um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Leilões combinatórios

n participantes m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Restrições:

- *free-disposal*
  $v_i(S) \leq v_i(T)$ para todo $S \subseteq T$ e todo i.
- normalização
  $v_i(\emptyset) = 0$ para todo i.

Leilões combinatórios

n participantes $\qquad m$ itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Restrições:

- *free-disposal*
  $v_i(S) \leq v_i(T)$ para todo $S \subseteq T$ e todo i.
- normalização
  $v_i(\emptyset) = 0$ para todo i.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Leilões combinatórios

n participantes m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Restrições:

- *free-disposal*
  $v_i(S) \leq v_i(T)$ para todo $S \subseteq T$ e todo i.
- normalização
  $v_i(\emptyset) = 0$ para todo i.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Bem-estar social: $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

Leilões combinatórios

n participantes $\qquad$ m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Bem-estar social: $\sum_{i=1}^n v_i(S_i)$.

Leilões combinatórios

n participantes $\qquad m$ itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Bem-estar social: $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

Alocação socialmente eficiente:
maximiza o bem-estar social.

Leilões combinatórios

n participantes $\quad\quad m$ itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Bem-estar social: $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

Alocação socialmente eficiente:
maximiza o bem-estar social.

Valorações são informação privada.

Queremos métodos eficientes e à prova de estratégia para maximizar o bem-estar social.

Caso de objetivo único

Caso particular: *single-minded*

Cada participante está interessado em um único conjunto.

Caso de objetivo único

Caso particular: *single-minded*

Cada participante está interessado em um único conjunto.

Cada valoração é dada por um par (S_i, v_i), representando $v_i(S) = v_i$ se $S \supseteq S_i$ e 0 caso contrário.

Caso de objetivo único

Caso particular: *single-minded*

Cada participante está interessado em um único conjunto.

Cada valoração é dada por um par (S_i, v_i), representando $v_i(S) = v_i$ se $S \supseteq S_i$ e 0 caso contrário.

Teorema: Para todo $\epsilon > 0$, não existe $m^{1/2-\epsilon}$-aproximação para a alocação ótima a menos que P $=$ NP, onde m é o número de itens.

Caso de objetivo único

Caso particular: *single-minded*

Cada participante está interessado em um único conjunto.

Cada valoração é dada por um par (S_i, v_i),
representando $v_i(S) = v_i$ se $S \supseteq S_i$ e 0 caso contrário.

Teorema: Para todo $\epsilon > 0$, não existe $m^{1/2-\epsilon}$-aproximação para a alocação ótima a menos que P $=$ NP, onde m é o número de itens.

Existe uma $m^{1/2}$-aproximação para a alocação ótima.

Aproximação à prova de estratégia

GULOSO (S, v, n)

ordene v e S de modo que $\frac{v_1}{\sqrt{|S_1|}} \geq \cdots \geq \frac{v_n}{\sqrt{|S_n|}}$.

$W \leftarrow \emptyset$

para $i \leftarrow 1$ **até** n **faça**

  se $S_i \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$

    então $p_i \leftarrow$ PREÇOCRÍTICO(S, v, n, i, W)

      $W \leftarrow W \cup \{i\}$

    senão $p_i \leftarrow 0$

devolva W, p

Aproximação à prova de estratégia

GULOSO (S, v, n)

ordene v e S de modo que $\frac{v_1}{\sqrt{|S_1|}} \geq \cdots \geq \frac{v_n}{\sqrt{|S_n|}}$.
$W \leftarrow \emptyset$
para $i \leftarrow 1$ **até** n **faça**
  se $S_i \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$
    então $p_i \leftarrow$ PREÇOCRÍTICO(S, v, n, i, W)
      $W \leftarrow W \cup \{i\}$
    senão $p_i \leftarrow 0$
devolva W, p

PREÇOCRÍTICO (S, v, n, i, W)

para $j \leftarrow i + 1$ **até** n **faça**
  se $S_j \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$
    então se $S_j \cap S_i \neq \emptyset$
      então devolva $\frac{v_j}{\sqrt{|S_j|}} \sqrt{|S_i|}$
      $W \leftarrow W \cup \{j\}$
devolva 0

Aproximação à prova de estratégia

PREÇOCRÍTICO (S, v, n, i, W)

para $j \leftarrow i+1$ **até** n **faça**

  se $S_j \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$

    então se $S_j \cap S_i \neq \emptyset$

      então devolva $\frac{v_j}{\sqrt{|S_j|}}\sqrt{|S_i|}$

      $W \leftarrow W \cup \{j\}$

devolva 0

Aproximação à prova de estratégia

PREÇOCRÍTICO (S, v, n, i, W)

para $j \leftarrow i + 1$ **até** n **faça**
    se $S_j \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$
        então se $S_j \cap S_i \neq \emptyset$
            então devolva $\frac{v_j}{\sqrt{|S_j|}} \sqrt{|S_i|}$
        $W \leftarrow W \cup \{j\}$
devolva 0

Preço p_i: valor limite que faz i deixar de ganhar o leilão.

Aproximação à prova de estratégia

PREÇOCRÍTICO (S, v, n, i, W)

para $j \leftarrow i + 1$ **até** n **faça**

  se $S_j \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$

    então se $S_j \cap S_i \neq \emptyset$

      então devolva $\frac{v_j}{\sqrt{|S_j|}} \sqrt{|S_i|}$

    $W \leftarrow W \cup \{j\}$

devolva 0

Preço p_i: valor limite que faz i deixar de ganhar o leilão.

Algoritmo obviamente polinomial.

Aproximação à prova de estratégia

GULOSO (S, v, n)

ordene v e S de modo que $\frac{v_1}{\sqrt{|S_1|}} \geq \cdots \geq \frac{v_n}{\sqrt{|S_n|}}$.

$W \leftarrow \emptyset$

para $i \leftarrow 1$ **até** n **faça**

  se $S_i \cap \cup_{k \in W} S_k = \emptyset$

    então $p_i \leftarrow$ PREÇOCRÍTICO(S, v, n, i, W)

      $W \leftarrow W \cup \{i\}$

    senão $p_i \leftarrow 0$

devolva W, p

Algoritmo obviamente polinomial.

Análise

Na aula passada: GULOSO é uma $\sqrt{m}$-aproximação.

Análise

Na aula passada: GULOSO é uma $\sqrt{m}$-aproximação.

Resta mostrar que

- é a prova de estratégia.

Análise

Na aula passada: GULOSO é uma $\sqrt{m}$-aproximação.

Resta mostrar que

- é a prova de estratégia.

Isso é consequência do seguinte lema:

Lema: Um mecanismo para o leilão de objetivo único no qual perdedores pagam 0 é à prova de estratégia sse satisfaz as seguintes condições:

(a) Monotonicidade: um participante que ganha ao declarar (S_i, v_i) continua ganhando se declarar (S'_i, v'_i) para todo $v'_i > v_i$ e todo $S'_i \subseteq S_i$.

(b) Preço crítico: p_i é o valor devolvido por PREÇOCRÍTICO.

Análise

Lema: Um mecanismo para o leilão de objetivo único no qual perdedores pagam 0 é à prova de estratégia sse satisfaz as seguintes condições:

(a) Monotonicidade: um participante que ganha ao declarar (S_i, v_i) continua ganhando se declarar (S_i', v_i') para todo $v_i' > v_i$ e todo $S_i' \subseteq S_i$.

(b) Preço crítico: p_i é o valor devolvido por PREÇOCRÍTICO.

Análise

Lema: Um mecanismo para o leilão de objetivo único no qual perdedores pagam 0 é à prova de estratégia sse satisfaz as seguintes condições:

(a) Monotonicidade: um participante que ganha ao declarar (S_i, v_i) continua ganhando se declarar (S'_i, v'_i) para todo $v'_i > v_i$ e todo $S'_i \subseteq S_i$.

(b) Preço crítico: p_i é o valor devolvido por PREÇOCRÍTICO.

Prova feita na aula.

Análise

Lema: Um mecanismo para o leilão de objetivo único no qual perdedores pagam 0 é à prova de estratégia sse satisfaz as seguintes condições:

(a) Monotonicidade: um participante que ganha ao declarar (S_i, v_i) continua ganhando se declarar (S_i', v_i') para todo $v_i' > v_i$ e todo $S_i' \subseteq S_i$.

(b) Preço crítico: p_i é o valor devolvido por PREÇOCRÍTICO.

Prova feita na aula.

Teorema: GULOSO é à prova de estratégia.

É fácil ver que o GULOSO satisfaz as duas condições.

De volta ao caso geral

n participantes m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Objetivo: maximizar o bem-estar social $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

De volta ao caso geral

n participantes $\qquad$ m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Objetivo: maximizar o bem-estar social $\sum_{i=1}^n v_i(S_i)$.

Vamos descrever esse problema como um MIP.

De volta ao caso geral

n participantes $\quad\quad$ m itens

Valorações: para cada $i \in [n]$,
um valor $v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Objetivo: maximizar o bem-estar social $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

Vamos descrever esse problema como um MIP.

MIP: programa linear inteiro.

Formulação linear inteira

n participantes $\qquad$ m itens

Valorações: valor $v_i(S)$ para cada $i \in [n]$ e $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Objetivo: maximizar o bem-estar social $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

Formulação linear inteira

n participantes m itens

Valorações: valor $v_i(S)$ para cada $i \in [n]$ e $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Objetivo: maximizar o bem-estar social $\sum_{i=1}^{n} v_i(S_i)$.

Variáveis binárias: $x_{i,S} = 1$ sse i recebe S.

Formulação linear inteira

n participantes $\qquad$ m itens

Valorações: valor $v_i(S)$ para cada $i \in [n]$ e $S \subseteq [m]$.

Alocação: conjuntos $S_1, \ldots, S_n$ de itens tq
$S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.

Objetivo: maximizar o bem-estar social $\sum_{i=1}^n v_i(S_i)$.

Variáveis binárias: $x_{i,S} = 1$ sse i recebe S.

MIP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq [m] : j \in S} x_{i,S} \leq 1$ $\quad$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ $\quad$ para cada $i \in [n]$

$x_{i,S} \in \{0, 1\}$ $\quad$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Formulação linear inteira

Variáveis binárias: $x_{i,S} = 1$ sse i recebe S.

MIP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m] : j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$x_{i,S} \in \{0, 1\}$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Formulação linear inteira

Variáveis binárias: $x_{i,S} = 1$ sse i recebe S.

MIP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m] : j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$x_{i,S} \in \{0, 1\}$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

- Primeira desigualdade garante que cada item vai para no máximo um participante.

Formulação linear inteira

Variáveis binárias: $x_{i,S} = 1$ sse i recebe S.

MIP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]: j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$x_{i,S} \in \{0, 1\}$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

- Primeira desigualdade garante que cada item vai para no máximo um participante.
- Segunda desigualdade garante que cada participante recebe no máximo um subconjunto.

Formulação linear inteira

Variáveis binárias: $x_{i,S} = 1$ sse i recebe S.

MIP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]: j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$x_{i,S} \in \{0, 1\}$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

- Primeira desigualdade garante que cada item vai para no máximo um participante.
- Segunda desigualdade garante que cada participante recebe no máximo um subconjunto.
- Função objetivo calcula o bem-estar social máximo.

Relaxação linear inteira

Relaxamos a restrição de integralidade em $x_{i,S}$.

LP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]: j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$0 \leq x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Relaxação linear inteira

Relaxamos a restrição de integralidade em $x_{i,S}$.

LP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m] : j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$0 \leq x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Como é o dual deste LP?

Relaxação linear inteira

Relaxamos a restrição de integralidade em $x_{i,S}$.

LP: encontrar x que

maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$

sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m] : j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$

$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$

$0 \leq x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Como é o dual deste LP?

Dual: encontrar u e p que

minimizem $\sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j \in [m]} p_j$

sujeitos a $u_i + \sum_{j \in S} p_j \geq v_i(S)$ para cada $i \in [n]$ e $S \subseteq [m]$

$u_i \geq 0,\quad p_j \geq 0$ para cada $i \in [n]$ e $j \in [m]$.

Relaxação linear inteira

LP: encontrar x que
maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} v_i(S)$
sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq [m]: j \in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$
$\sum_{S \subseteq [m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$
$0 \leq x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Dual: encontrar u e p que
minimizem $\sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j \in [m]} p_j$
sujeitos a $u_i + \sum_{j \in S} p_j \geq v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$
$u_i \geq 0, \quad p_j \geq 0$ para cada $i \in [n]$ e $j \in [m]$.

Relaxação linear inteira

LP: encontrar x que
maximizem $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S\subseteq[m]} x_{i,S} v_i(S)$
sujeitos a $\sum_{i=1}^{n} \sum_{S\subseteq[m]:j\in S} x_{i,S} \leq 1$ para cada $j \in [m]$
$\sum_{S\subseteq[m]} x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$
$0 \leq x_{i,S} \leq 1$ para cada $i \in [n]$ e cada $S \subseteq [m]$.

Dual: encontrar u e p que
minimizem $\sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j\in[m]} p_j$
sujeitos a $u_i + \sum_{j\in S} p_j \geq v_i(S)$ para cada $S \subseteq [m]$
$u_i \geq 0$, $p_j \geq 0$ para cada $i \in [n]$ e $j \in [m]$.

Os nomes u_i e p_j são propositais, pois,
quando há solução ótima inteira,
estes valores têm exatamente estas interpretações.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

A utilidade de i para S é $u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

A utilidade de i para S é $u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Ou seja, uma demanda é um conjunto S tal que

$$u_i(S) \; = \; v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j \; \geq \; v_i(S') - \sum_{j \in S'} p_j ,$$

para qualquer $S' \subseteq [m]$.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

A utilidade de i para S é $u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Ou seja, uma demanda é um conjunto S tal que

$$u_i(S) \;=\; v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j \;\geq\; v_i(S') - \sum_{j \in S'} p_j,$$

para qualquer $S' \subseteq [m]$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante
recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

A utilidade de i para S é $u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

A utilidade de i para S é $u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Primeiro Teorema do Bem-Estar Social: Se existe equilíbrio Walrasiano então ele é economicamente eficiente.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade.

A utilidade de i para S é $u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Primeiro Teorema do Bem-Estar Social: Se existe equilíbrio Walrasiano então ele é economicamente eficiente.

Ou seja, ele é um ótimo do LP!

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade
$u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Primeiro Teorema do Bem-Estar Social: Se existe equilíbrio Walrasiano então ele é economicamente eficiente.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade
$u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Primeiro Teorema do Bem-Estar Social: Se existe equilíbrio Walrasiano então ele é economicamente eficiente.

Segundo Teorema do Bem-Estar Social:
Se existe solução inteira ótima para o LP,
então ela corresponde a um equilíbrio Walrasiano.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade
$u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Primeiro Teorema do Bem-Estar Social: Se existe equilíbrio Walrasiano então ele é economicamente eficiente.

Segundo Teorema do Bem-Estar Social:
Se existe solução inteira ótima para o LP,
então ela corresponde a um equilíbrio Walrasiano.

Equilíbrio Walrasiano

Dado preços $p_1, \ldots, p_m$ para os itens,
uma demanda para o participante i é
um conjunto $S \subseteq [m]$ que maximize sua utilidade
$u_i(S) = v_i(S) - \sum_{j \in S} p_j$.

Equilíbrio Walrasiano: preços em que todo participante recebe uma demanda e itens não vendidos têm preço nulo.

Primeiro Teorema do Bem-Estar Social: Se existe equilíbrio Walrasiano então ele é economicamente eficiente.

Segundo Teorema do Bem-Estar Social:
Se existe solução inteira ótima para o LP,
então ela corresponde a um equilíbrio Walrasiano.

Corolário: Um equilíbrio Walrasiano existe
sse o LP tem solução inteira.