MAC0338 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2016

Lista 1

1. Lembre-se que $\lg n$ denota o logaritmo na base 2 de n. Usando a definição de notação O, prove que

   (a) 3^n não é $\mathrm{O}(2^n)$

   (b) $\log_{10} n$ é $\mathrm{O}(\lg n)$

   (c) $\lg n$ é $\mathrm{O}(\log_{10} n)$

2. Usando a definição de notação O, prove que

   (a) $n^2 + 10n + 20 \ = \ \mathrm{O}(n^2)$

   (b) $\lceil n/3 \rceil \ = \ \mathrm{O}(n)$

   (c) $\lg n \ = \ \mathrm{O}(\log_{10} n)$

   (d) $n \ = \ \mathrm{O}(2^n)$

   (e) $n/1000$ não é $\mathrm{O}(1)$

   (f) $n^2/2$ não é $\mathrm{O}(n)$

3. Prove ou dê um contra-exemplo para as afirmações abaixo:

   (a) $\lg \sqrt{n} \ = \ \mathrm{O}(\lg n)$

   (b) Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ e $g(n) = \mathrm{O}(h(n))$ então $f(n) = \mathrm{O}(h(n))$.

   (c) Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ e $g(n) = \Theta(h(n))$ então $f(n) = \Theta(h(n))$.

   (d) Suponha que $\lg(g(n)) > 0$ e que $f(n) \geq 1$ para todo n suficientemente grande. Neste caso, se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ então $\lg(f(n)) = \mathrm{O}(\lg(g(n)))$.

   (e) Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ então $2^{f(n)} = \mathrm{O}(2^{g(n)})$.

4. Prove que

   (a) $\sum_{i=1}^{n} i^k$ é $\Theta(n^{k+1})$

   (b) $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{2^i} \leq 2$.