MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2016

Lista 7

1. **(CRLS Ex. 22.2-1)** Simule o funcionamento da BFS no grafo da Figura 22.2(a) do CLRS (terceira edição) a partir do vértice 3, determinando os valores de d e π para cada vértice.

2. **(CRLS Ex. 22.2-2)** Simule o funcionamento da BFS no grafo da Figura 22.3 do CLRS (terceira edição) a partir do vértice u, determinando os valores de d e π para cada vértice.

3. **(CRLS Ex. 22.2-5)** Argumente que o valor de $d[u]$ atribuído ao vértice u na BFS é independente da ordem em que os vértices das listas de adjacências são dados. Por outro lado, mostre, usando o exemplo da Figura 22.3 do CLRS, que a árvore BFS depende da ordem dos vértices nas listas de adjacências.

4. **(CRLS Ex. 22.2-6)** Dê um exemplo de um grafo dirigido $D = (N, A)$, um vértice s em D, e um conjunto $A_\pi \subseteq A$ de arcos em D que formam uma árvore tal que, para todo vértice u em D, o único caminho entre s e u em A_π é um caminho mínimo em D entre u e v, porém A_π jamais seria produzida por uma execução da BFS em D, independente da ordem dos nós nas listas de adjacências de D.

5. Escreva uma versão não recursiva da busca em profundidade.

6. Execute uma busca em profundidade a partir do vértice 0 no grafo dirigido dado pelas listas de adjacência a seguir. Exiba o rastreamento da busca.

```
 0: 1 4
 1: 2 5
 2: 3
 3: 7
 4: 8
 5: 4
 6: 5 10 2
 7: 11 6
 8: 9
 9: 5 8
10: 9
11: 10
```

7. **(CRLS Ex. 22.3-1)** Desenhe uma tabela 3×3, com as linhas e colunas indexadas pelas cores branco, cinza e preto. Em cada entrada (i, j), indique se, em qualquer ponto durante uma DFS de um grafo dirigido, pode existir um arco de um nó de cor i para um nó de cor j. Para cada arco possível, indique as classificações que ele pode ter (de árvore, de retorno, para frente, cruzado). Faça um segundo quadro considerando um grafo não dirigido.

8. **(CRLS Ex. 22.3-2)** Mostre como a DFS funciona no grafo da Figura 22.6 do CLRS (segunda edição). Assuma que o laço das linhas 5-7 da DFS visitam os vértices em ordem alfabética, e que os vértices se encontram em ordem alfabética nas listas de adjacências. Mostre os valores de d e f para cada vértice ao final da DFS.

9. **(CRLS Ex. 22.3-7)** Mostre um contra-exemplo para a conjectura que se existe um caminho de u a v em um grafo dirigido G, e se $d[u] < d[v]$ numa DFS de G, então v é descendente de u na floresta DFS produzida.

10. **(CRLS Ex. 22.3-8)** Mostre um contra-exemplo para a conjectura que se existe um caminho de u a v em um grafo dirigido G, então qualquer DFS deve resultar em $d[v] \leq f[u]$.

11. **(CRLS Ex. 22.3-10)** Mostre como um vértice u num grafo dirigido pode terminar sozinho numa árvore de uma floresta DFS mesmo tendo arcos saindo e entrando dele em G.

12. **(CRLS Ex. 22.3-12)** Um grafo dirigido G é *unicamente conexo* se existe no máximo um caminho (dirigido) de u para v para todo par de vértices u e v de G. Dê um algoritmo eficiente para determinar se G é unicamente conexo.

13. Escreva uma generalização comum das buscas em largura e em profundidade. Sua função deve usar uma estrutura de dados auxiliar que pode operar como fila ou como pilha. Se a estrutura operar como fila, a função executa busca em largura, e se operar como pilha, a função executa busca em profundidade.

14. Escreva um algoritmo que decida se um grafo é conexo. Analise o seu consumo de tempo.

15. Escreva um algoritmo que determine o número de componentes conexas de um grafo. Analise o seu consumo de tempo.

16. Um grafo $G = (V, E)$ é *bipartido* se seu conjunto de vértices V pode ser bipartido em dois conjuntos disjuntos de vértices A e B e toda aresta de E tem uma ponta em A e outra em B. Escreva um algoritmo que, dado um grafo, determine se o grafo é ou não bipartido. Analise o seu consumo de tempo.

17. Dada uma árvore $T = (V, E)$, o *diâmetro* de T é o número $\max\{d(u, v) : u, v \in V\}$, onde $d(u, v)$ é a distância entre u e v em T. Escreva um algoritmo que, dado T, determine o diâmetro de T. Analise o seu consumo de tempo.