Tópicos de Análise de Algoritmos

Teoria dos Jogos Algorítmica

Casamentos estáveis

Sec 1.1 do KT. Por curiosidade, leia também
o verbete sobre *Stable marriage problem* da wiki.

Casamentos

Atribuição de médicos a programas de residência,
usuários a servidores em grandes redes distribuídas de Internet,
estudantes a universidades, etc.

Casamentos

Atribuição de médicos a programas de residência,
usuários a servidores em grandes redes distribuídas de Internet,
estudantes a universidades, etc.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Casamentos

Atribuição de médicos a programas de residência,
usuários a servidores em grandes redes distribuídas de Internet,
estudantes a universidades, etc.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Casamentos

Atribuição de médicos a programas de residência,
usuários a servidores em grandes redes distribuídas de Internet,
estudantes a universidades, etc.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Casamentos

Atribuição de médicos a programas de residência,
usuários a servidores em grandes redes distribuídas de Internet,
estudantes a universidades, etc.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Adicione homem/mulher fictício para
representar a possibilidade de ficar solteiro/solteira.

Assim $|H| = |M|$.

Casamentos

Atribuição de médicos a programas de residência,
usuários a servidores em grandes redes distribuídas de Internet,
estudantes a universidades, etc.

H - conjunto de homens

M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.

Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Adicione homem/mulher fictício para
representar a possibilidade de ficar solteiro/solteira.

Assim $|H| = |M|$.

Emparelhamento de H em M: alocação de homens a mulheres.

Casamentos estáveis e pares bloqueadores

H - conjunto de homens $\qquad$ M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.
Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Emparelhamento de H em M: alocação de homens a mulheres.

Casamentos estáveis e pares bloqueadores

H - conjunto de homens $\qquad$ M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.
Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Emparelhamento de H em M: alocação de homens a mulheres.

Um emparelhamento é instável se
existem homens h e h' e mulheres m e m' tq
m é emparelhada com h, m' com h', mas $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Casamentos estáveis e pares bloqueadores

H - conjunto de homens $\qquad$ M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.
Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Emparelhamento de H em M: alocação de homens a mulheres.

Um emparelhamento é instável se
existem homens h e h' e mulheres m e m' tq
m é emparelhada com h, m' com h', mas $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Neste caso, h e m' preferiam se casar um com o outro.

Casamentos estáveis e pares bloqueadores

H - conjunto de homens $\quad$ M - conjunto de mulheres

Cada homem tem ordem estrita de preferência sobre M.
Cada mulher tem ordem estrita de preferência sobre H.

Emparelhamento de H em M: alocação de homens a mulheres.

Um emparelhamento é instável se
existem homens h e h' e mulheres m e m' tq
m é emparelhada com h, m' com h', mas $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Neste caso, h e m' prefeririam se casar um com o outro.

O par (h, m') é um par bloqueador,
e emparelhamento é estável se não tem par bloqueador.

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

O emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_2), (h_3, m_3)\}$ é instável, pois (h_1, m_2) é um par bloqueador.

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

O emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_2), (h_3, m_3)\}$ é instável, pois (h_1, m_2) é um par bloqueador.

Já o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$ é estável.

Casamentos estáveis: exemplo

Ordens de preferências para $n = 3$:

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

O emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_2), (h_3, m_3)\}$ é instável, pois (h_1, m_2) é um par bloqueador.

Já o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$ é estável.

Dadas as listas de preferências de todos, existe emparelhamento estável?

Como encontrar um, se existe?

Algoritmo da aceitação postergada (Gale e Shapley)

Versão com proposta masculina:

Algoritmo da aceitação postergada (Gale e Shapley)

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Algoritmo da aceitação postergada (Gale e Shapley)

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta
recusa todas, exceto a do homem mais alto em sua lista.
Para esse, posterga a sua resposta.

Algoritmo da aceitação postergada (Gale e Shapley)

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta
recusa todas, exceto a do homem mais alto em sua lista.
Para esse, posterga a sua resposta.

Nova rodada:

Cada homem que teve sua proposta recusada
propõe à próxima mulher de sua lista.

Algoritmo da aceitação postergada (Gale e Shapley)

Versão com proposta masculina:

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta
recusa todas, exceto a do homem mais alto em sua lista.
Para esse, posterga a sua resposta.

Nova rodada:

Cada homem que teve sua proposta recusada
propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas,
exceto a do homem mais alto em sua lista.

Eventualmente recusa proposta recebida em rodada anterior.

Algoritmo com proposta masculina

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta
recusa todas, exceto a do homem mais alto em sua lista.
Para esse, posterga a sua resposta.

Cada homem que teve sua proposta recusada
propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas,
exceto a do homem mais alto em sua lista.

Algoritmo com proposta masculina

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta
recusa todas, exceto a do homem mais alto em sua lista.
Para esse, posterga a sua resposta.

Cada homem que teve sua proposta recusada
propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas,
exceto a do homem mais alto em sua lista.

Repete esse processo,
sempre progredindo nas listas dos homens.

Algoritmo com proposta masculina

Cada homem propõe à primeira mulher de sua lista.

Cada mulher que recebeu mais de uma proposta
recusa todas, exceto a do homem mais alto em sua lista.
Para esse, posterga a sua resposta.

Cada homem que teve sua proposta recusada
propõe à próxima mulher de sua lista.

Cada mulher com mais de uma proposta recusa todas,
exceto a do homem mais alto em sua lista.

Repete esse processo,
sempre progredindo nas listas dos homens.

O processo então termina (em não mais que n^2 rodadas).

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$		$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1		h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2		h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3		h_2	h_2	h_2

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Primeira rodada:

h_1 propõe para m_2 $\quad$ h_2 propõe para m_1 $\quad$ h_3 propõe para m_1

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Primeira rodada:

h_1 propõe para m_2 h_2 propõe para m_1 h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Primeira rodada:

h_1 propõe para m_2 h_2 propõe para m_1 h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

Segunda rodada:

h_2 propõe para m_3, e o algoritmo termina.

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$		$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1		h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2		h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3		h_2	h_2	h_2

Primeira rodada:

h_1 propõe para m_2 h_2 propõe para m_1 h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

Segunda rodada:

h_2 propõe para m_3, e o algoritmo termina.

Emparelhamento produzido: $\{(h_1, m_2), (h_2, m_3), (h_3, m_1)\}$

Algoritmo no exemplo

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Primeira rodada:

h_1 propõe para m_2 h_2 propõe para m_1 h_3 propõe para m_1

m_1 rejeita a proposta de h_2.

Segunda rodada:

h_2 propõe para m_3, e o algoritmo termina.

Emparelhamento produzido: $\{(h_1, m_2), (h_2, m_3), (h_3, m_1)\}$

Note que tal emparelhamento é estável!

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido
pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Esboço da prova:

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido
pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Esboço da prova:

Suponha, por contradição, que o emparelhamento não é estável e sejam (h, m) e (h', m') casais tais que (h, m') é um par bloqueador.

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Esboço da prova:

Suponha, por contradição, que o emparelhamento não é estável e sejam (h, m) e (h', m') casais tais que (h, m') é um par bloqueador.

Ou seja, $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido
pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Esboço da prova:

Suponha, por contradição, que o emparelhamento não é estável e sejam (h, m) e (h', m') casais tais que (h, m') é um par bloqueador.

Ou seja, $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Como $m' \succ_h m$, pelo algoritmo,
h propôs para m' antes de propor a m e foi rejeitado.

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

Esboço da prova:

Suponha, por contradição, que o emparelhamento não é estável e sejam (h, m) e (h', m') casais tais que (h, m') é um par bloqueador.

Ou seja, $m' \succ_h m$ e $h \succ_{m'} h'$.

Como $m' \succ_h m$, pelo algoritmo, h propôs para m' antes de propor a m e foi rejeitado.

Então m' estava com um homem mais bem colocado que h na sua lista de preferências, e teria terminado com um homem mais bem colocado que h, e não com h' que é tal que $h \succ_{m'} h'$. $\square$

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido
pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

No exemplo, aplicando a versão da proposta feminina,
obtemos o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$.

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

No exemplo, aplicando a versão da proposta feminina, obtemos o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$.

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Diferente do obtido pela proposta masculina!

Estabilidade do emparelhamento

Teorema: O emparelhamento produzido
pelo algoritmo da aceitação postergada é estável.

No exemplo, aplicando a versão da proposta feminina,
obtemos o emparelhamento $\{(h_1, m_1), (h_2, m_3), (h_3, m_2)\}$.

$\succ_{h_1}$	$\succ_{h_2}$	$\succ_{h_3}$	$\succ_{m_1}$	$\succ_{m_2}$	$\succ_{m_3}$
m_2	m_1	m_1	h_1	h_3	h_1
m_1	m_3	m_2	h_3	h_1	h_3
m_3	m_2	m_3	h_2	h_2	h_2

Diferente do obtido pela proposta masculina!

Há alguma diferença significativa entre estes emparelhamentos?

Emparelhamentos ótimos

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Emparelhamentos ótimos

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Emparelhamentos ótimos

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Emparelhamentos ótimos

Emparelhamento ν é ótimo-masculino se não há emparelhamento estável μ tq $\mu(h) \succ_h \nu(h)$ ou $\mu(h) = \nu(h)$ para todo h em H e $\mu(j) \succ_j \nu(j)$ para algum j em H.

Definição de emparelhamento ótimo-feminino é análoga.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Provaremos algo mais forte!

Dica para a prova anterior

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Dica para a prova anterior

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.
(Pense que as propostas podem estar sendo feitas assincronamente.)

Dica para a prova anterior

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.
(Pense que as propostas podem estar sendo feitas assincronamente.)

Em particular, S é um emparelhamento!

Dica para a prova anterior

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.
(Pense que as propostas podem estar sendo feitas assincronamente.)

Em particular, S é um emparelhamento!

Se provarmos o acima, provamos o teorema anterior:

Dica para a prova anterior

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.
(Pense que as propostas podem estar sendo feitas assincronamente.)

Em particular, S é um emparelhamento!

Se provarmos o acima, provamos o teorema anterior:

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Afirmação mais forte

$S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$, onde $\mathrm{best}(h)$ é mulher melhor posicionada na lista de h que é esposa de h num emparelhamento estável.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Afirmação mais forte

$S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$, onde $\mathrm{best}(h)$ é mulher melhor posicionada na lista de h que é esposa de h num emparelhamento estável.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Esboço da prova: Seja E execução do algoritmo que não devolve S. Então existe um h que terminou com mulher distinta de $m = \mathrm{best}(h)$. Note que h fez uma proposta para m e foi rejeitado. Suponha que foi o primeiro h que foi rejeitado em E por $\mathrm{best}(h)$. Seja h' o homem com quem m estava quando rejeitou h. Então $h' \succ_m h$.

Seja S' um emparelhamento estável em que h está casado com m e seja m' a esposa de h' em S'. Como, em E, h' não tinha sido rejeitado por $\mathrm{best}(h')$ quando estava com m, temos que $m \succeq_{h'} \mathrm{best}(h')$. Por outro lado, $\mathrm{best}(h') \succeq_{h'} m'$, pois h' terminou com m' em S'. Logo $m \succ_{h'} m'$, e portanto (h', m) é um par bloqueador para S'. $\square$

Resumo e exercício

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Resumo e exercício

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) produz um escalonamento ótimo-masculino (ótimo-feminino).

Exercício: Defina $\mathrm{worst}(m)$ analogamente e mostre que, no algoritmo da proposta masculina, cada mulher m fica casada com $\mathrm{worst}(m)$.

Algoritmo à prova de estratégia

Não há incentivo para alguém mentir sua ordem de preferência.

Algoritmo à prova de estratégia

Não há incentivo para alguém mentir sua ordem de preferência.

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Algoritmo à prova de estratégia

Não há incentivo para alguém mentir sua ordem de preferência.

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) é um mecanismo à prova de estratégia para os homens (mulheres) .

Algoritmo à prova de estratégia

Não há incentivo para alguém mentir sua ordem de preferência.

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) é um mecanismo à prova de estratégia para os homens (mulheres) .

Óbvio da afirmação acima.

Algoritmo à prova de estratégia

Não há incentivo para alguém mentir sua ordem de preferência.

Seja $\mathrm{best}(h)$ a mulher mais bem posicionada na lista de h tq existe emparelhamento estável com h casado com $\mathrm{best}(h)$.

Considere $S = \{(h, \mathrm{best}(h)) : h \in H\}$.

Qualquer que seja a ordem em que os homens proponham no algoritmo da proposta masculina, o emparelhamento produzido é exatamente S.

Teorema: O algoritmo da aceitação postergada com proposta masculina (feminina) é um mecanismo à prova de estratégia para os homens (mulheres) .

Óbvio da afirmação acima.

Vimos na aula que é possível, em alguns casos, uma mulher pode terminar com um marido melhor mentindo a sua ordem de preferência.