

AULA 12

Filas

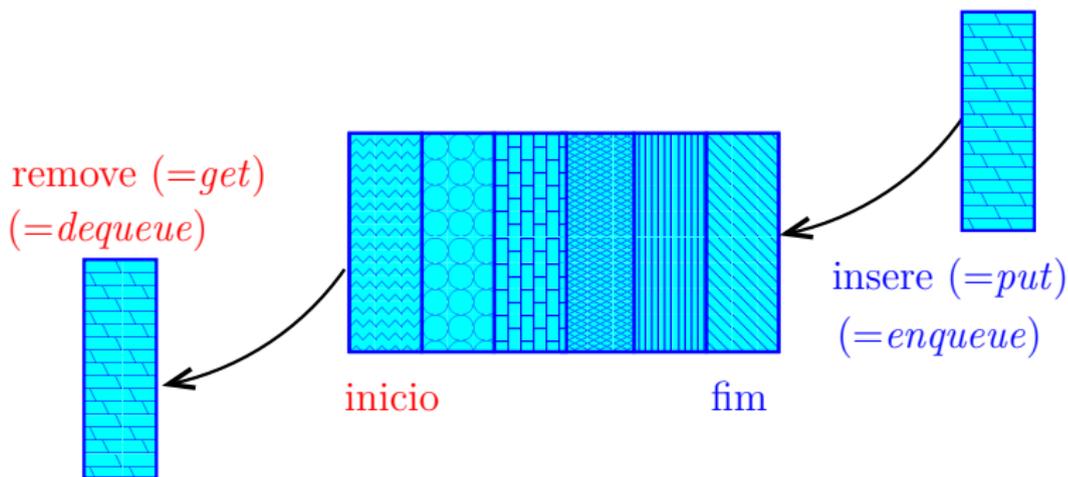


Fonte: <http://www.boreme.com/>
PF 5.1

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

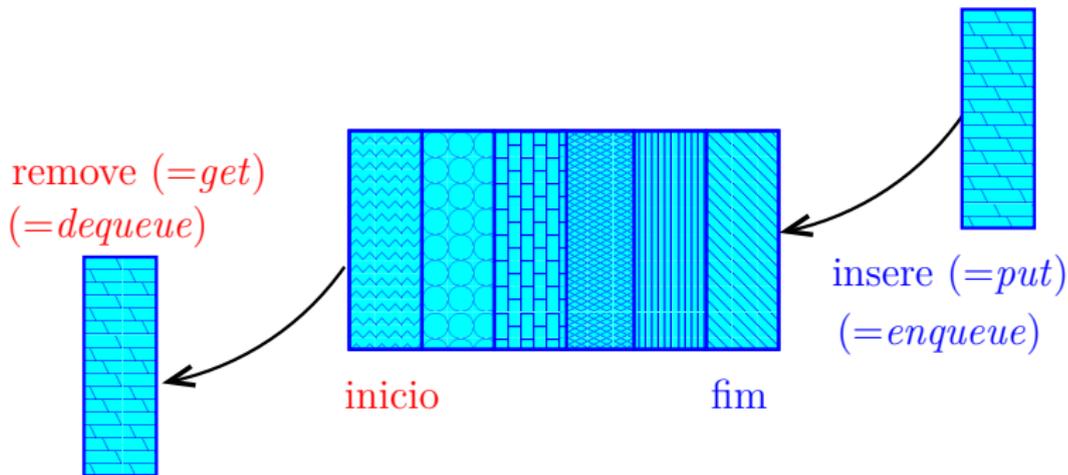
Filas

Uma **fila** (= *queue*) é uma lista dinâmica em que todas as **inserções** são feitas em uma extremidade chamada de **fim** e todas as **remoções** são feitas na outra extremidade chamada de **início**.



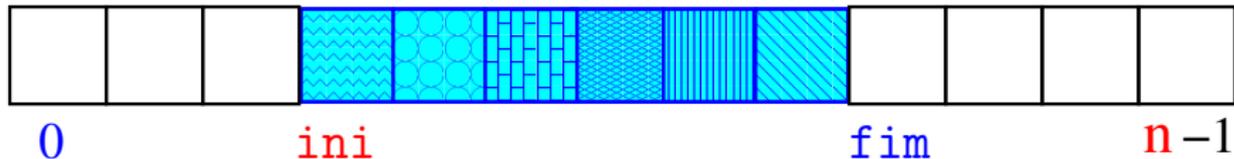
Filas

Assim, o **primeiro** objeto a ser **removido** de uma fila é o **primeiro** que foi **inserido**. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **FIFO** (= *First In First Out*)



Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



O índice ini indica o primeiro da fila.

O índice $fim-1$ indica o último da fila.

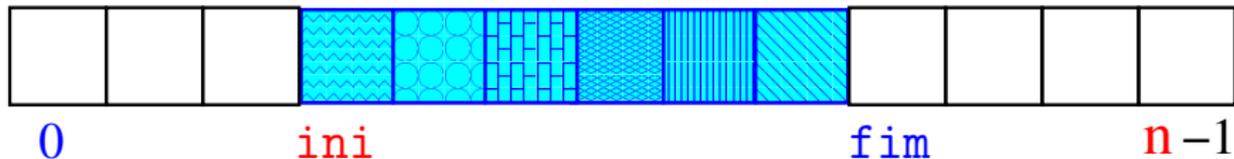
fim é a primeira posição vaga da fila.

A fila está vazia se " $ini == fim$ ".

A fila está cheia se " $fim == n$ ".

Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para `remover` (= *dequeue* = *get*) um elemento faça

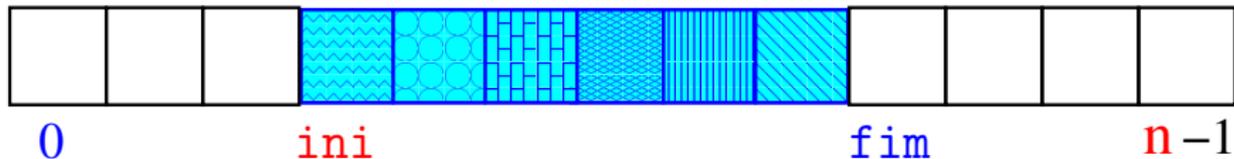
```
x = q[ini++];
```

que é equivalente a

```
x = q[ini];  
ini += 1;
```

Implementação em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para *inserir* (= *queue* = *put*) um elemento faça

```
q[fim++] = x;
```

que é equivalente a

```
q[fim] = x;  
fim += 1;
```

Distâncias

page4angels.blogspot.com



**“Dear Andy: How have you been?
Your mother and I are fine. We miss you.
Please sign off your computer and come
downstairs for something to eat. Love, Dad.”**

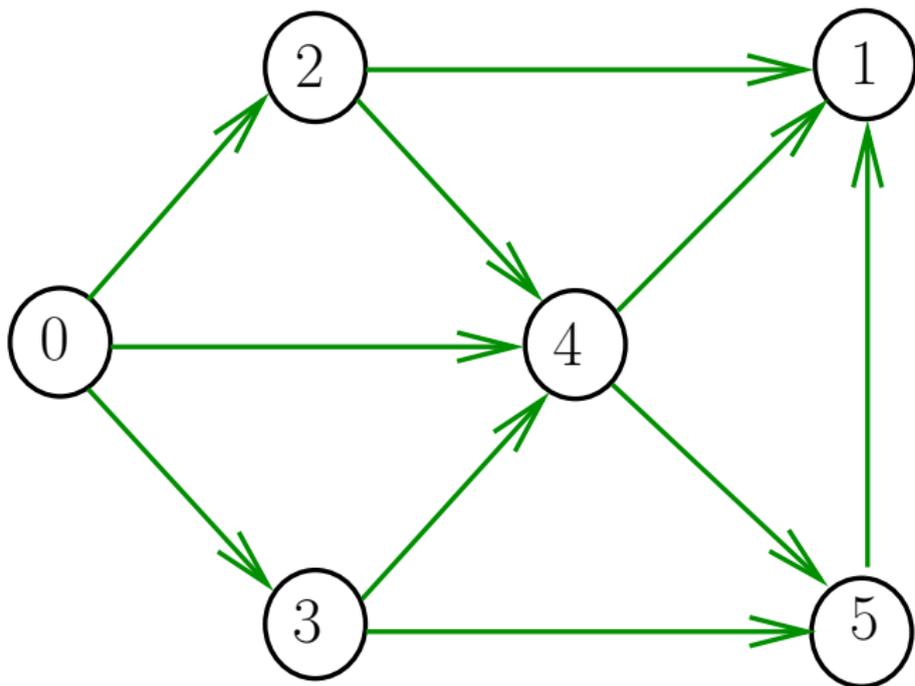
Fonte: <http://vandanasanju.blogspot.com.br/>

PF 5.2

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

Rede de estradas

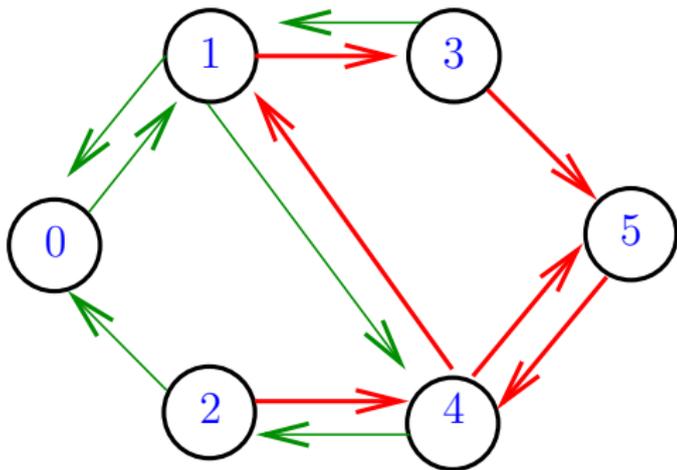
Considere n cidades numeradas de 0 a $n-1$ interligadas por estradas de mão única.



Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contando-se as repetições.

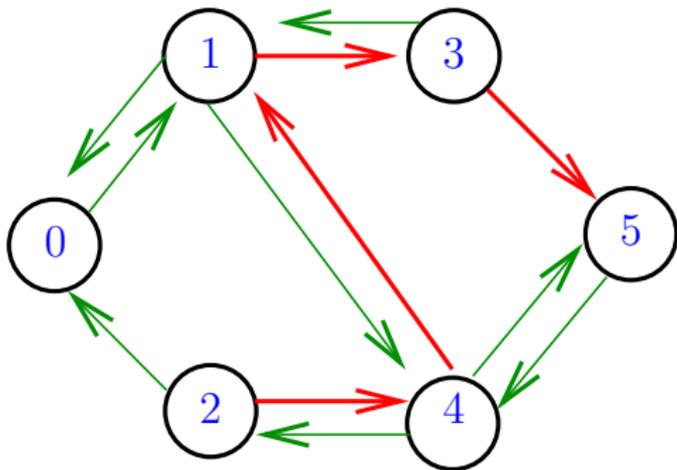
Exemplo: 2-4-1-3-5-4-5 tem comprimento **6**



Comprimento

O **comprimento** de um caminho é o número de estradas no caminho, contando-se as repetições.

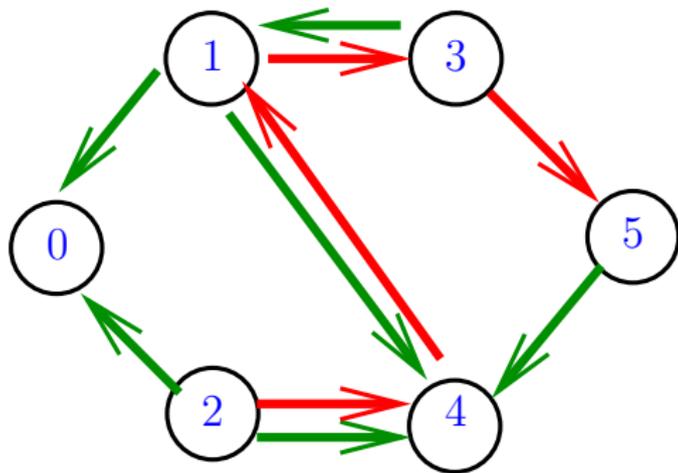
Exemplo: 2-4-1-3-5 tem comprimento 4



Distância

A **distância** de uma cidade c a uma cidade i é o menor comprimento de um caminho de c a i . Se não existe caminho de c a i , a distância é “**infinita**”.

Exemplo: a distância de 2 a 5 é 4

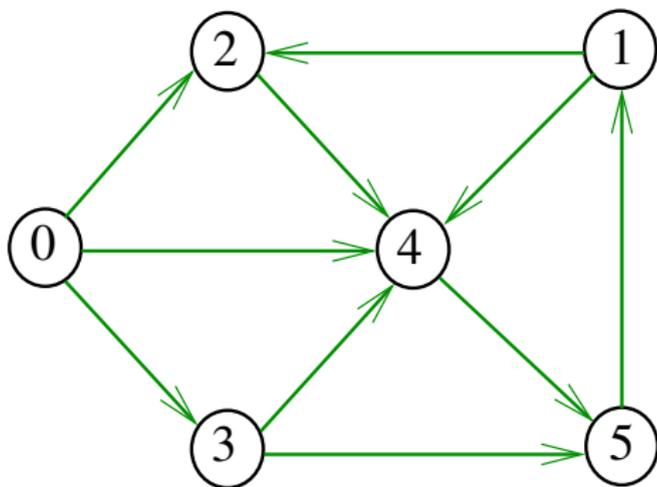


Calculando distâncias

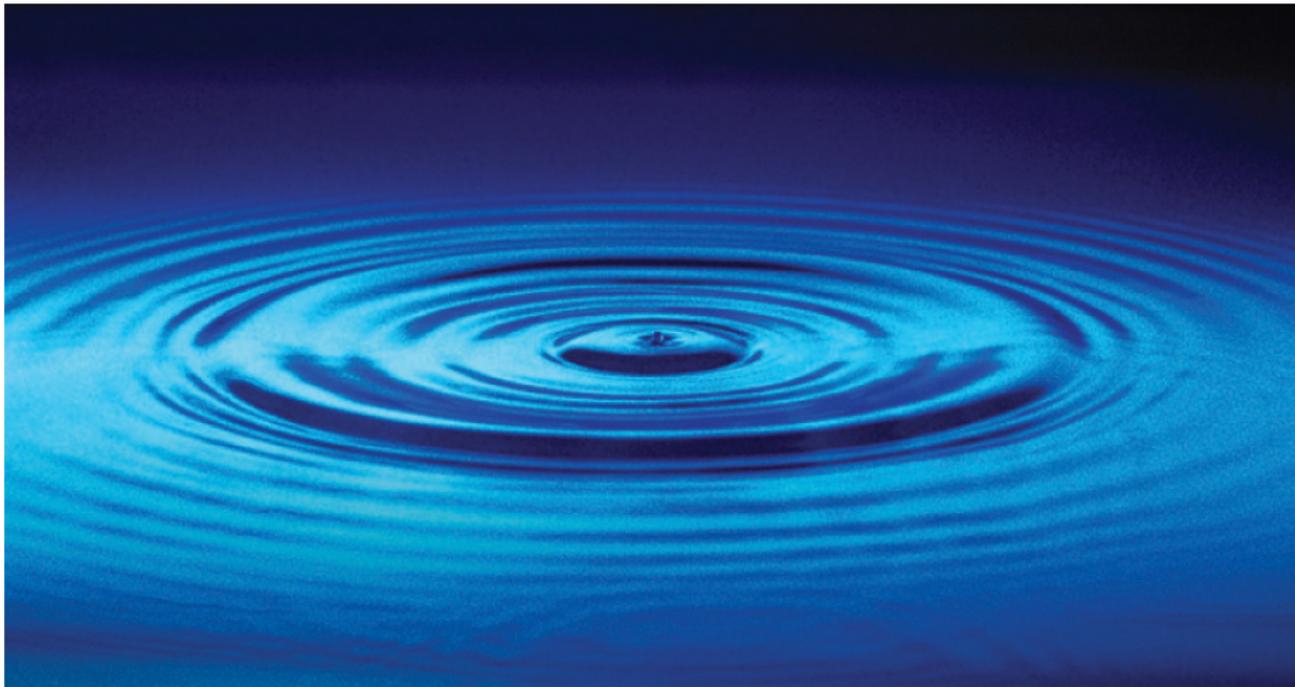
Problema: dada uma rede de estradas e uma cidade c , determinar a distância de c a cada uma das demais cidades.

Exemplo: para $c = 0$

i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	3	1	1	1	2



Calculando distâncias

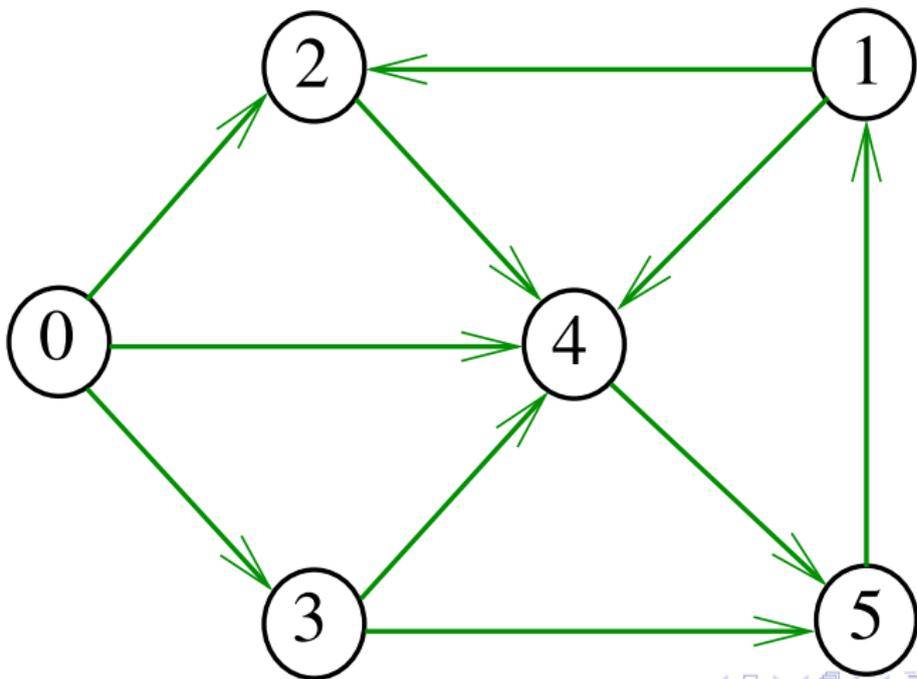


Fonte: <http://catalog.flatworldknowledge.com/bookhub/>

Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$						

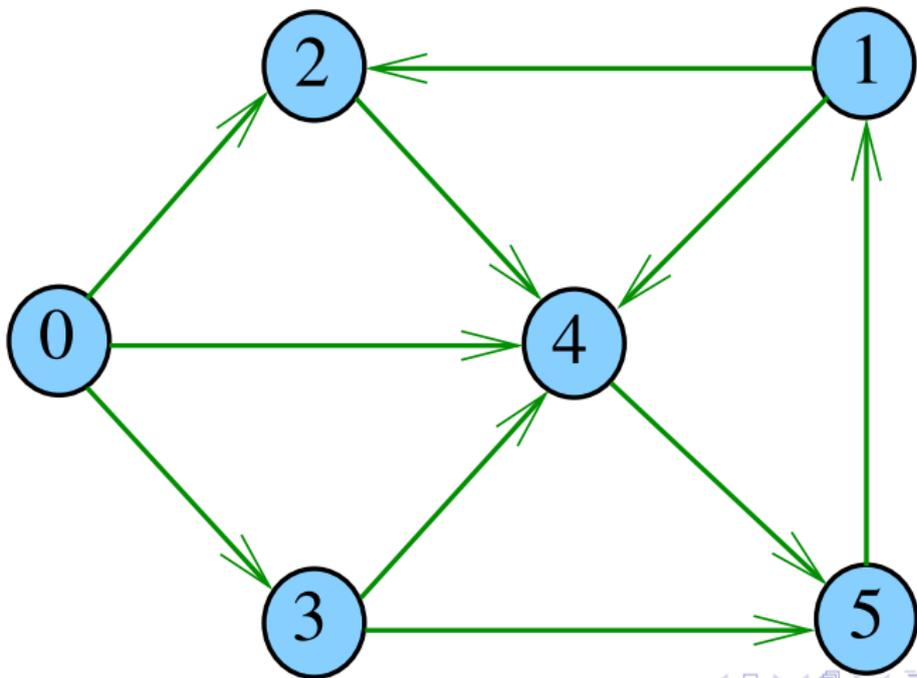
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$						



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$						

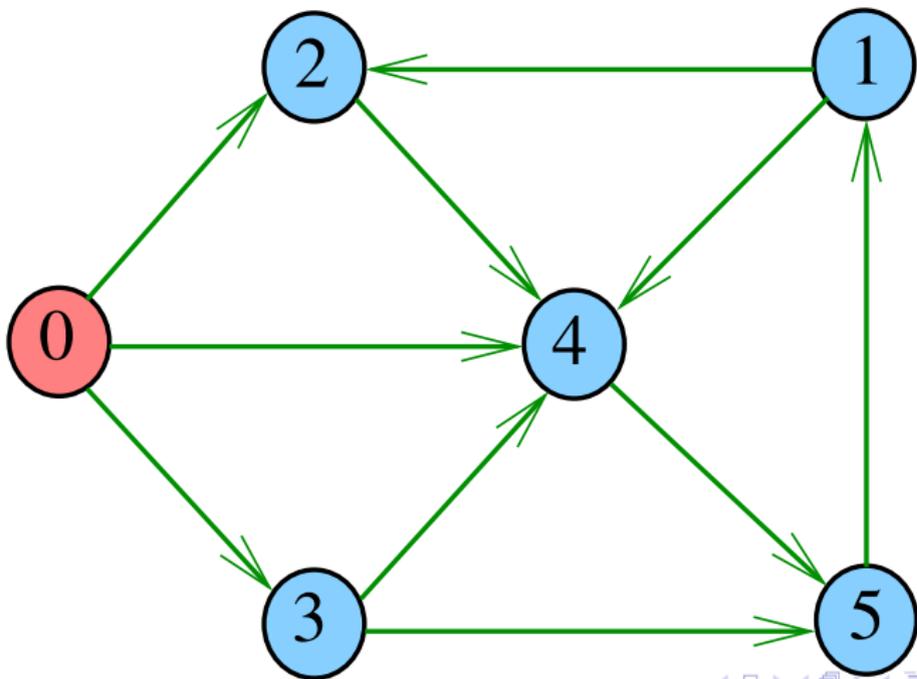
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	6	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0					

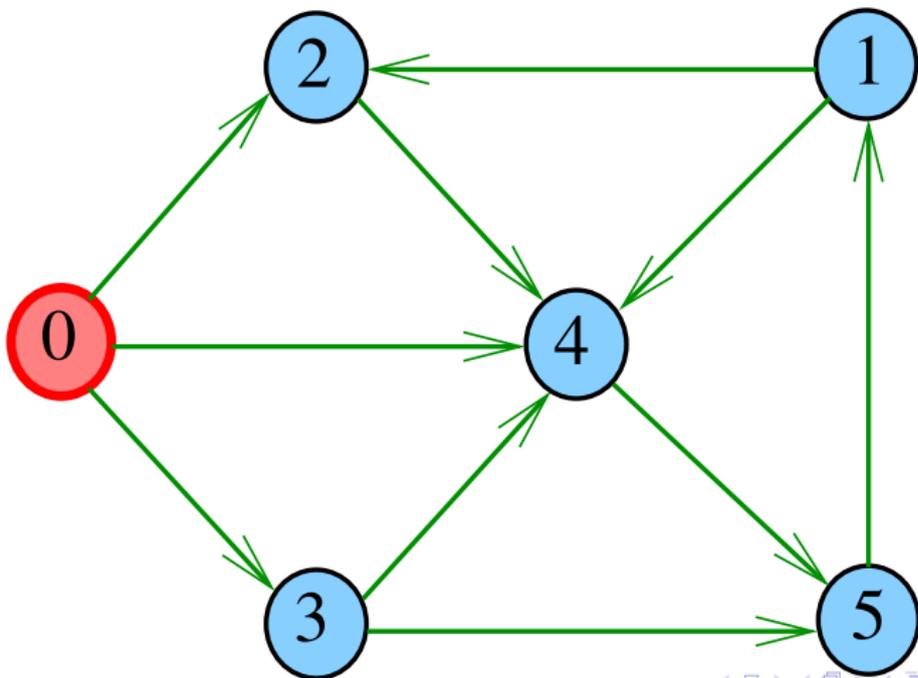
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	6	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0					

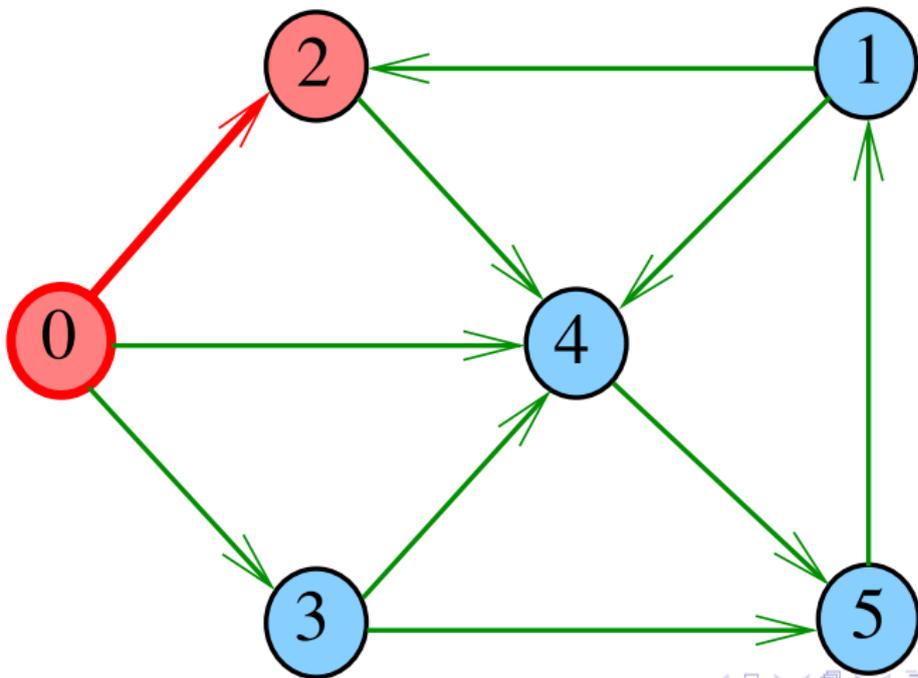
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	6	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2				

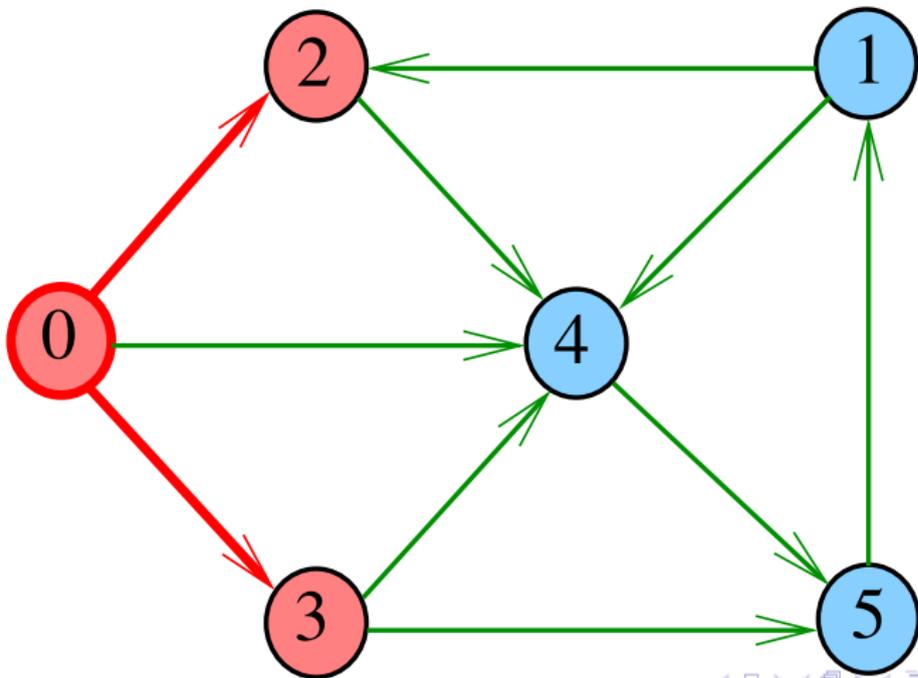
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	6	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3			

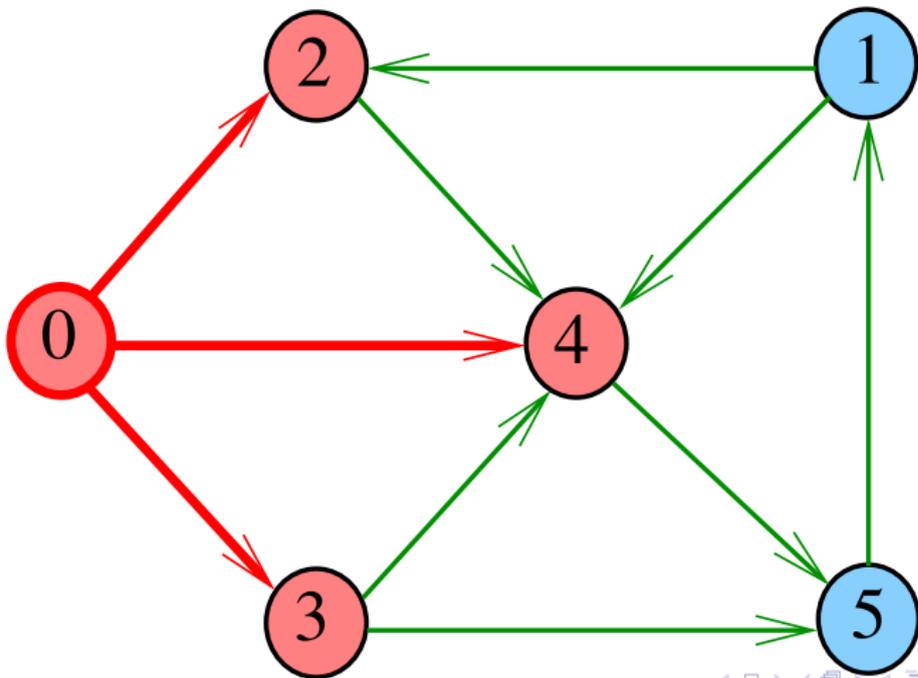
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	6	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

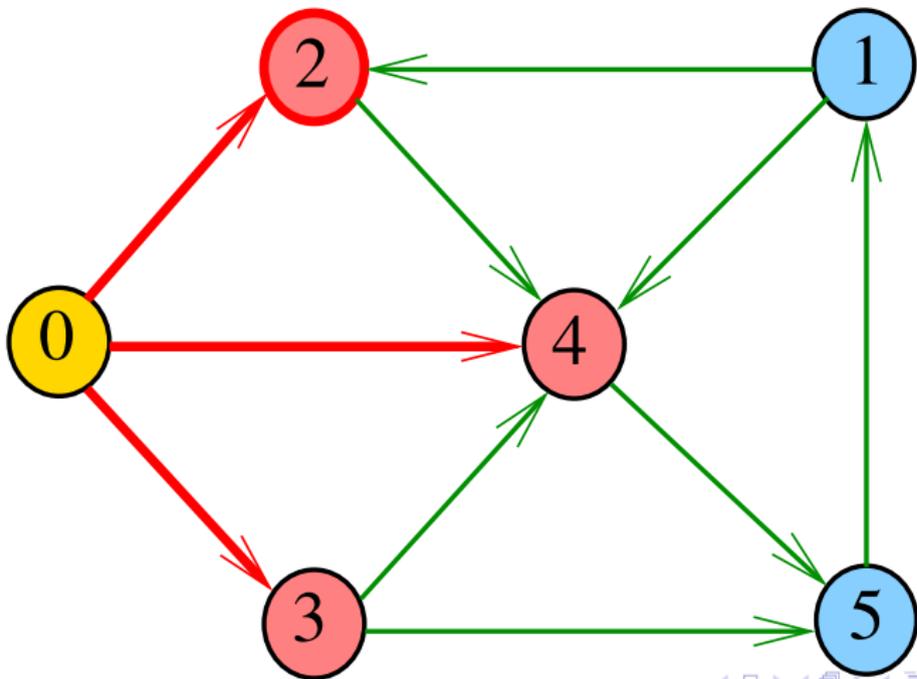
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

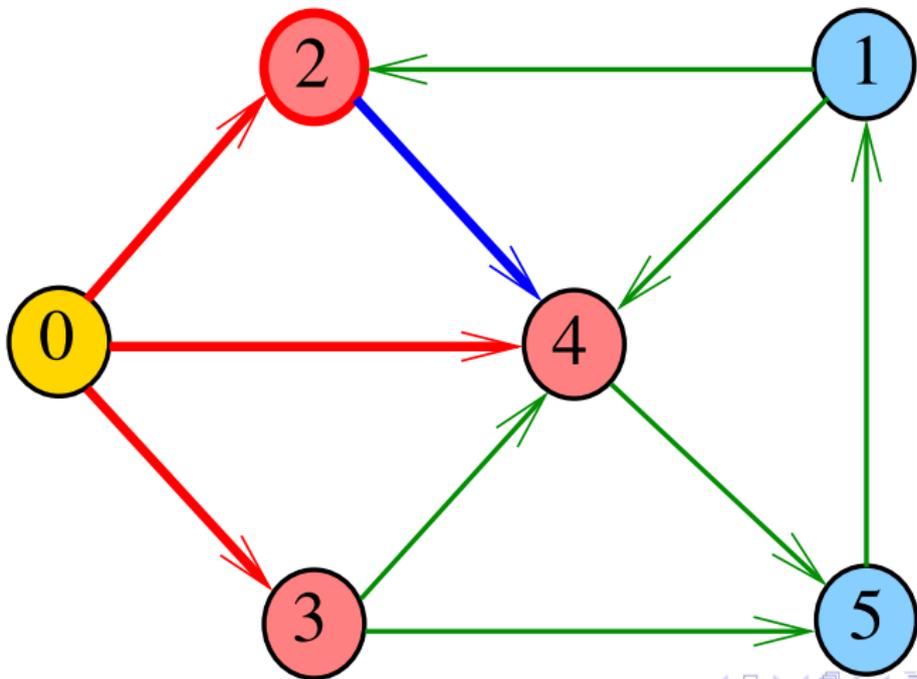
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

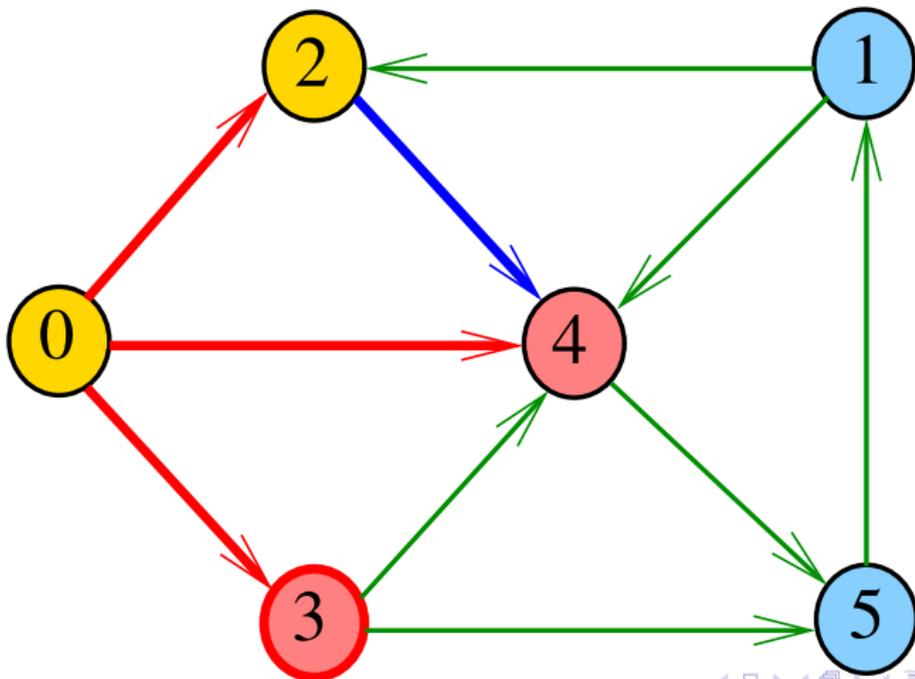
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

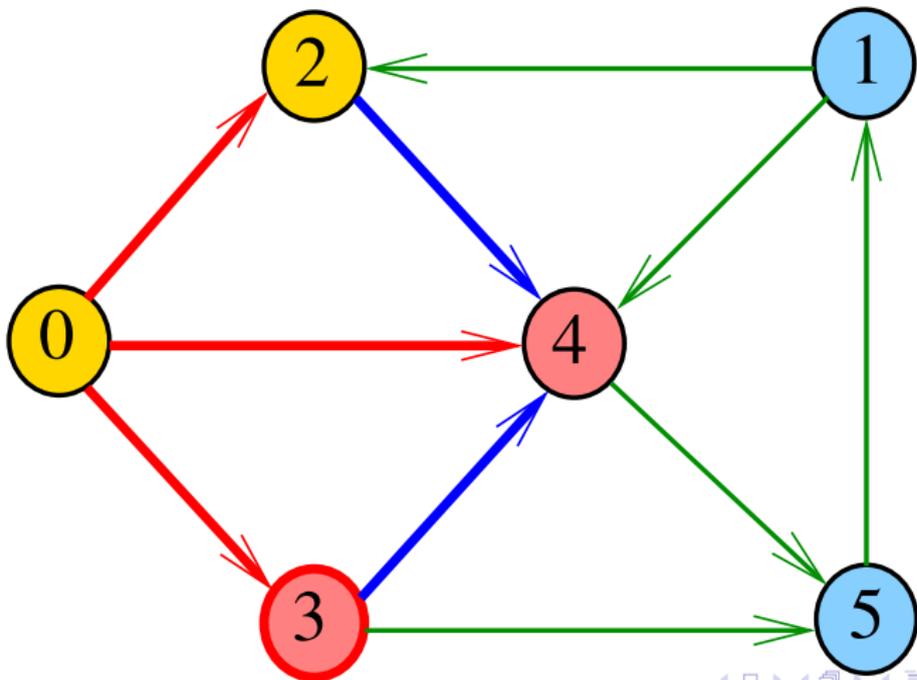
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4		

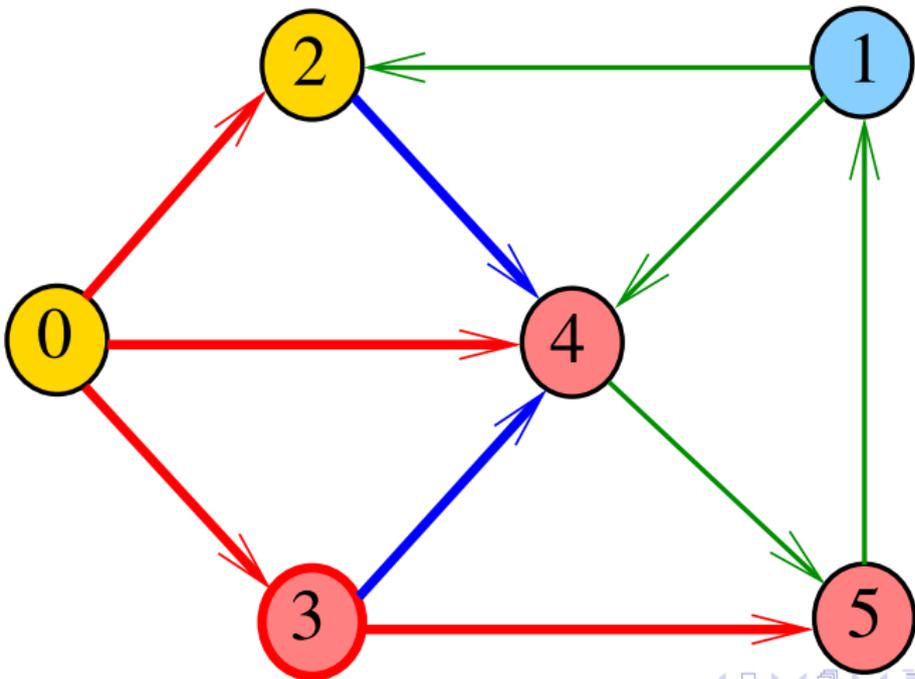
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	6



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
q[i]	0	2	3	4	5	

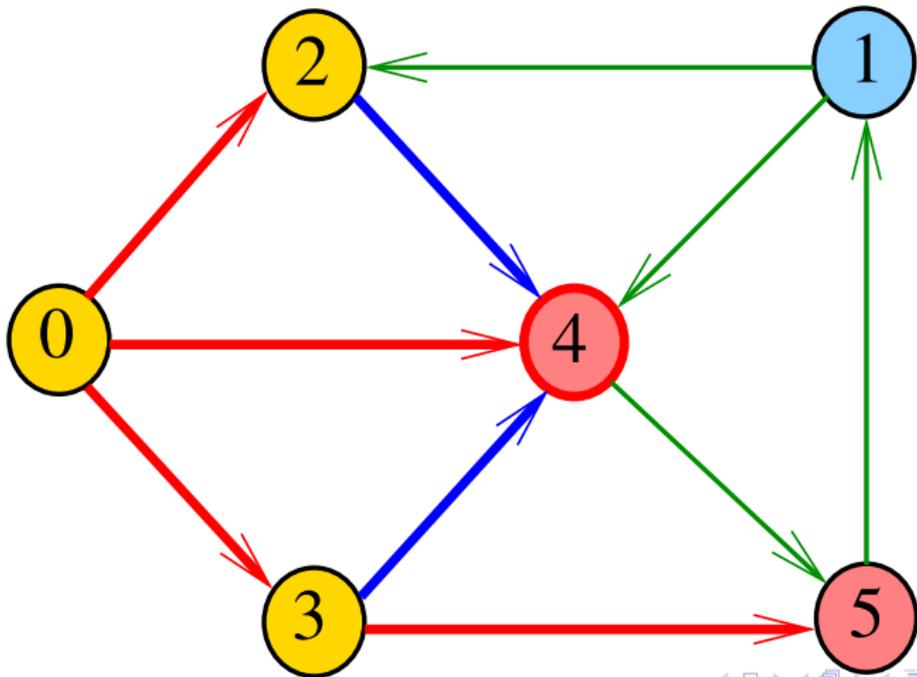
i	0	1	2	3	4	5
d[i]	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	

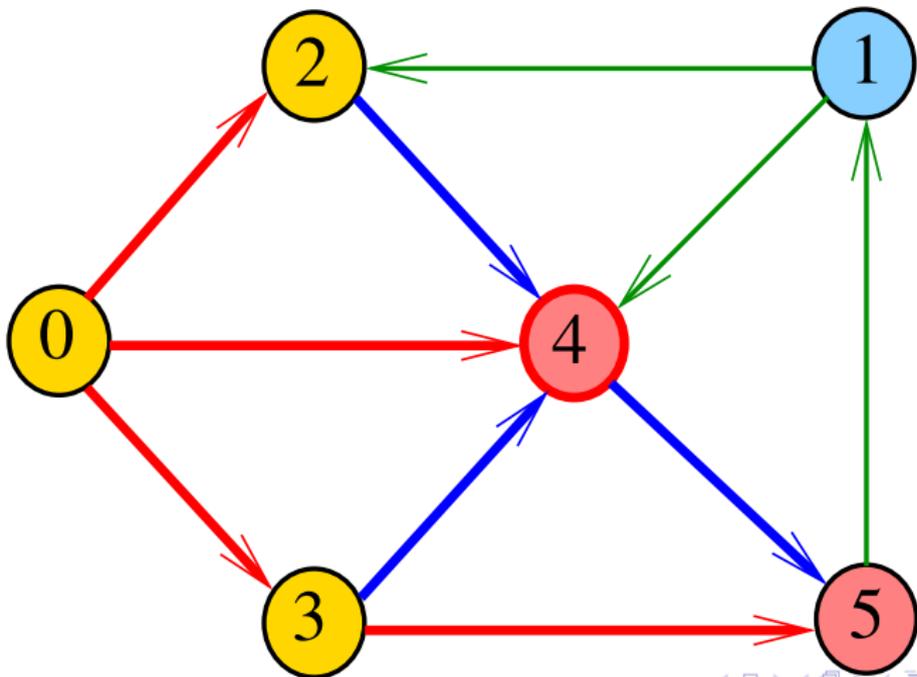
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	

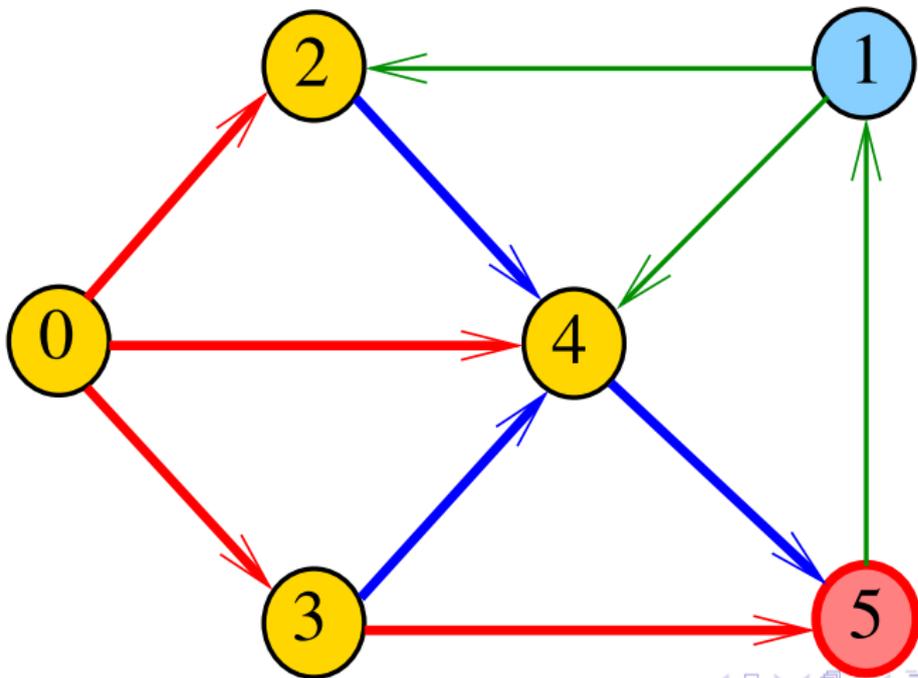
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	

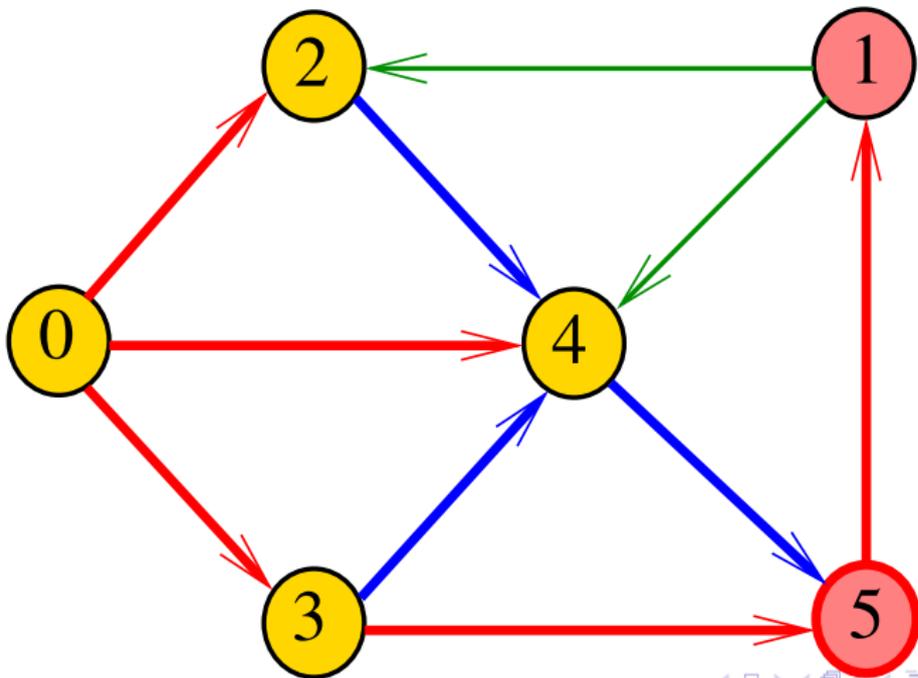
i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	6	1	1	1	2



Simulação

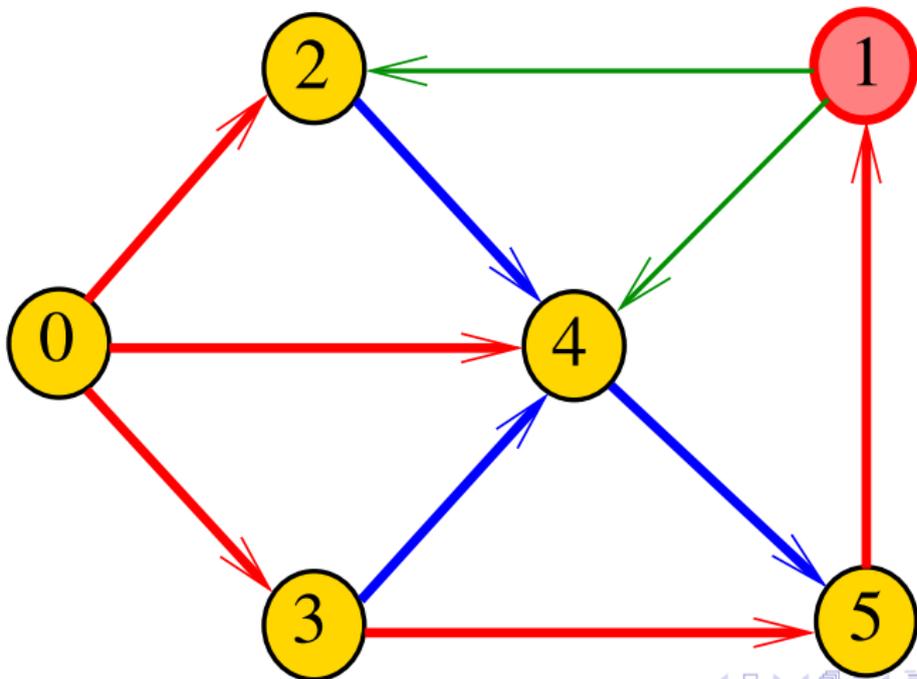
i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1

i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	3	1	1	1	2



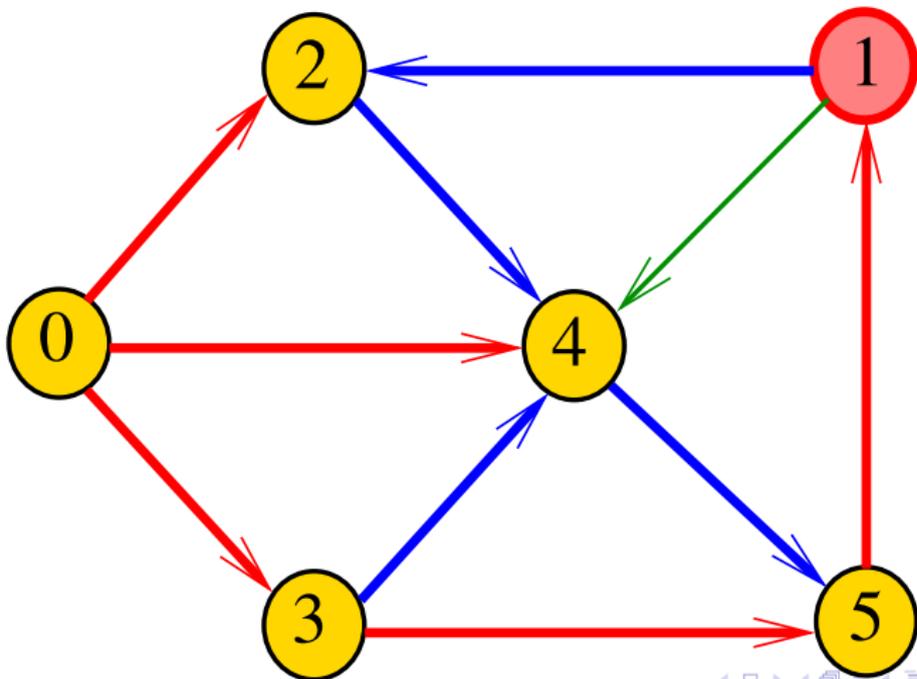
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



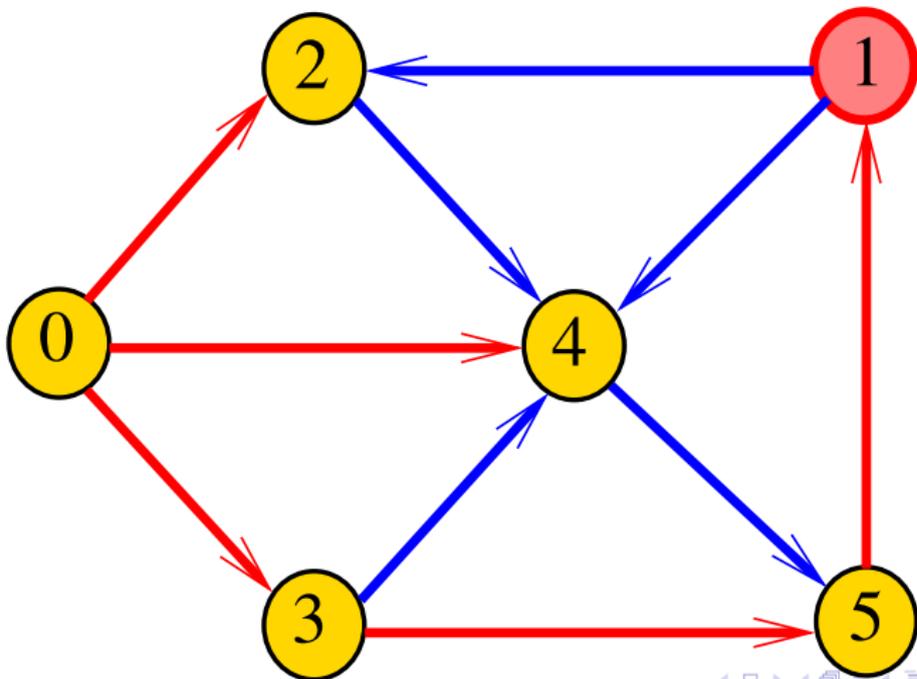
Simulação

i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



Simulação

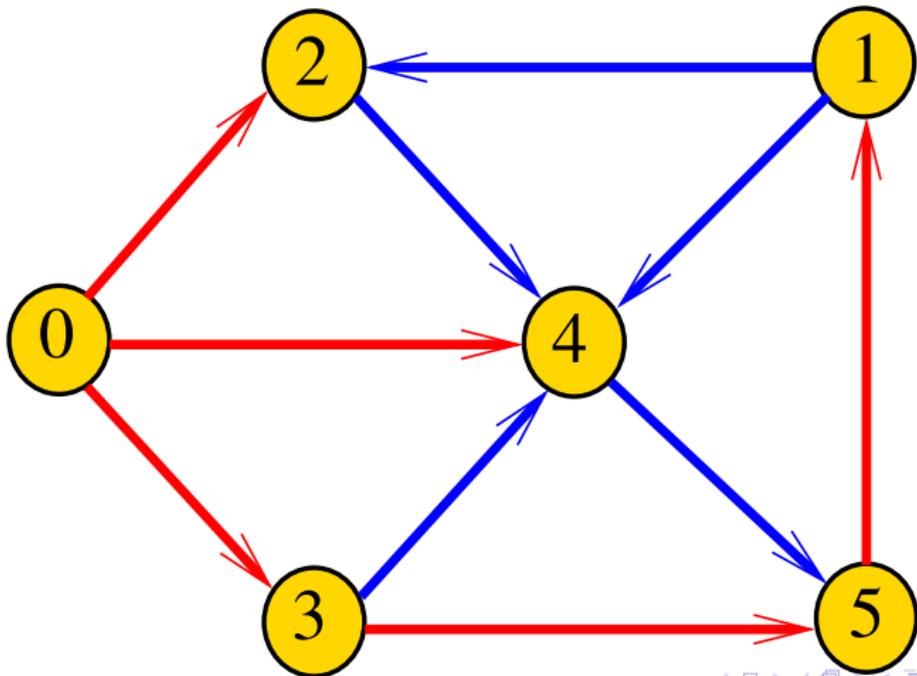
i	0	1	2	3	4	5	i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1	$d[i]$	0	3	1	1	1	2



Simulação

i	0	1	2	3	4	5
$q[i]$	0	2	3	4	5	1

i	0	1	2	3	4	5
$d[i]$	0	3	1	1	1	2



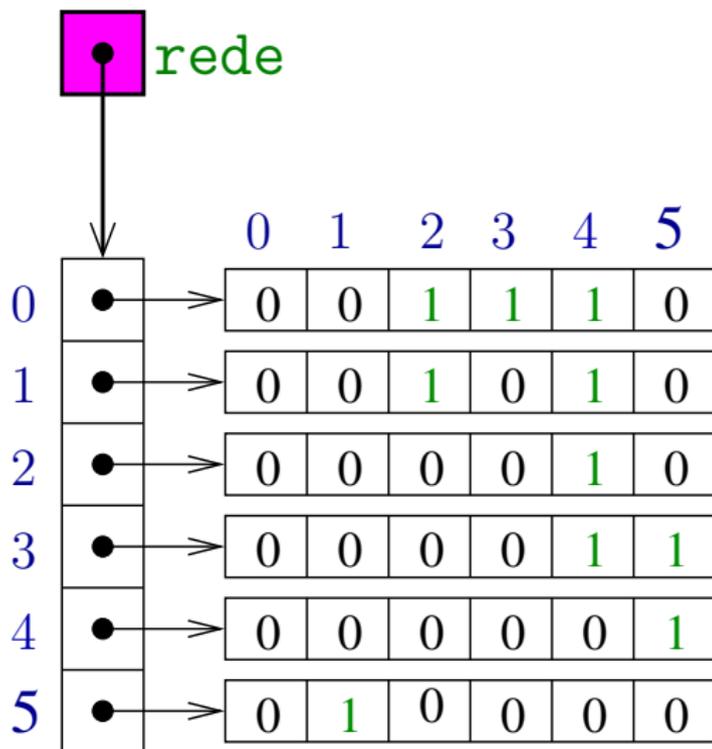
Representação da rede

As ligações entre as cidades são representadas por uma matriz rede.

$rede[i][j] = 1$ se existe estrada da cidade i
para a cidade j

$rede[i][j] = 0$ em caso contrário

Representação da rede



distancias

A função `distancias` recebe um inteiro `n`, uma matriz `rede` representando uma rede de estradas entre `n` cidades e uma cidade `c` e devolve um vetor `d` que registra a distância da cidade `c` a cada uma das outras: `d[i]` é a distância de `c` a `i`.

```
int *distancias (int n, int **rede, int c) {
    int *q; /* guarda a fila */
    int ini; /* q[ini] = 1o. */
    int fim; /* q[fim-1] = ultimo */
    int *d; /* d[i] = distancia de c a i */
    int j;
```

distancias

```
/* queueInit(n):  inicialize a fila */
q = mallocSafe(n*sizeof(int));

ini = 0; fim = 0; /* fila vazia */

/* aloque vetor de distancias */
d = mallocSafe(n*sizeof(int));

/* inicialize o vetor de distancias */
for (j = 0; j < n; j++)
    d[j] = n; /* distancia n = infinito */
d[c] = 0;

/* queuePut(c):  coloque c na fila */
q[fim++] = c;
```

distancias

```
while (ini != fim) { /*!queueEmpty()*/
    int i = q[ini++]; /* i = queueGet() */
    int di = d[i];
    for (j = 0; j < n; j++)
        if (rede[i][j] == 1 && d[j] > di+1){
            d[j] = di + 1;
            q[fim++] = j; /* queuePut(j) */
        }
    }
free(q); /* queueFree() */
return d;
}
```

Relações invariantes

No início de cada iteração do `while`, a fila consiste em *zero ou mais cidades à distância k de c , seguidas de zero ou mais cidades à distância $k+1$ de c ,*

para algum k .

Isto permite concluir que, no início de cada iteração, para toda cidade i , se $d[i] \neq n$ então $d[i]$ é a distância de c a i .

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função `distancias` é proporcional a n^2

O consumo de tempo da função `distancias` é $O(n^2)$

Condição de inexistência

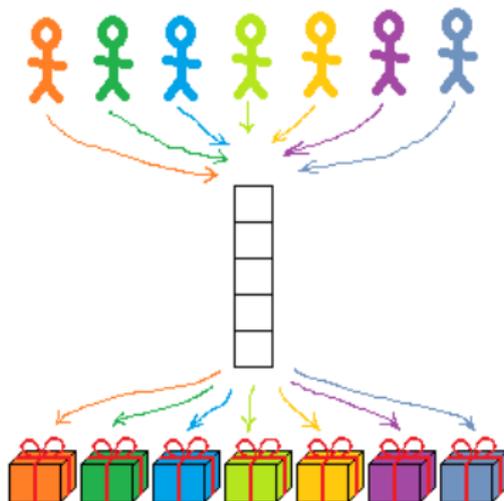
Se $d[i] == n$ para alguma cidade i , então

$$S = \{v : \text{dist}[v] < n\}$$

$$T = \{v : \text{dist}[v] == n\}$$

são tais que toda estrada entre cidades em S e cidades em T tem seu início em T e fim em S .

Interface para filas



Fonte: <http://yosefk.com/blog>

S 4.6, 4.8

Interface item.h

```
/*  
 * item.h  
 */  
typedef int Item;
```

Interface queue.h

```
/*  
 * queue.h  
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma  
 * fila  
 */  
void queueInit(int);  
int queueEmpty();  
void queuePut(Item);  
Item queueGet();  
void queueFree();
```

distancias

A função `distancias` recebe um inteiro `n`, uma matriz `rede` representando uma rede de estradas entre `n` cidades e uma cidade `c` e devolve um vetor `d` que registra a distancia da cidade `c` a cada uma das outras: `d[i]` é a distância de `c` a `i`.

```
int *distancias (int n, int **rede, int c) {  
    int *d; /* d[i] = distancia de c a i*/  
    int j;
```

distancias

```
queueInit(n); /* inicialize a fila */

/* aloque vetor de distancias */
d = mallocSafe(n*sizeof(int));

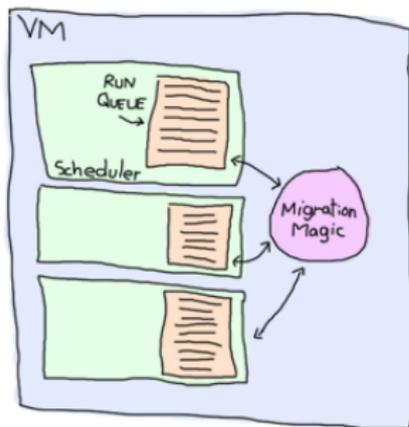
/* inicialize o vetor de distancias */
for (j = 0; j < n; j++)
    d[j] = n; /* distancia n = infinito */
d[c] = 0;

queuePut(c); /* coloque c na fila */
```

distancias

```
while (!queueEmpty()) {  
    int i = queueGet();  
    int di = d[i];  
    for (j = 0; j < n; j++)  
        if (rede[i][j] == 1 && d[j] > di+1) {  
            d[j] = di + 1;  
            queuePut(j);  
        }  
}  
queueFree();  
return d;  
}
```

Implementações de filas



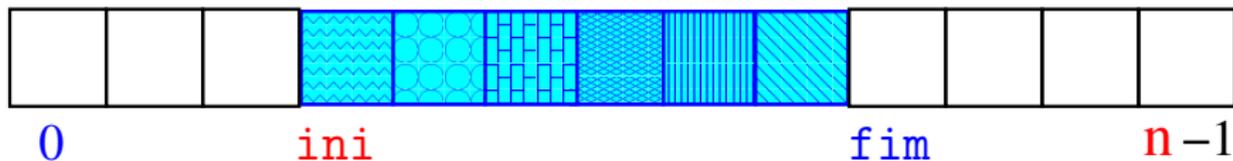
Fonte: <http://learnyousomeerlang.com/>

PF 5.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

Filas em vetores

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



O índice ini indica o **primeiro** da fila.

O índice $fim-1$ indica o **último** da fila.

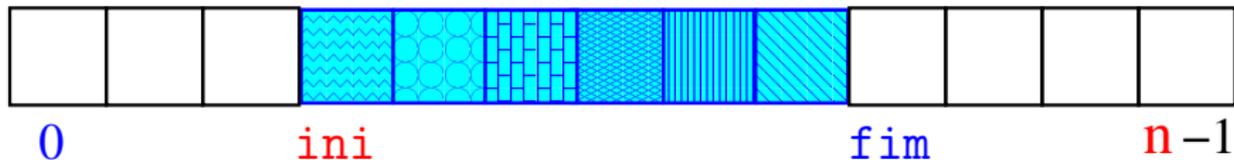
fim é a **primeira posição vaga** da fila.

A fila está **vazia** se “ $ini == fim$ ”

A fila está **cheia** se “ $fim == n$ ”.

Filas em vetores

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para *remove* (= *dequeue* = *get*) um elemento faça

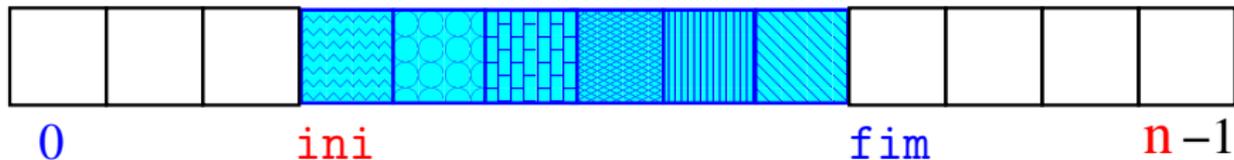
```
x = q[ini++];
```

que é equivalente a

```
x = q[ini];  
ini += 1;
```

Filas em vetores

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para *inserir* (= *enqueue* = *put*) um elemento faça

```
q[fim++] = x;
```

que é equivalente a

```
q[fim] = x;  
fim += 1;
```

Interface item.h

```
/*  
 * item.h  
 */  
typedef int Item;
```

Interface queue.h

```
/*  
 * queue.h  
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma  
 * fila  
 */  
void queueInit(int);  
int queueEmpty();  
void queuePut(Item);  
Item queueGet();  
void queueFree();
```

Implementação queue.c

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include "item.h"
/*
 * FILA: implementacao em vetor
 */
static Item *q;
static int ini;
static int fim;
```

Implementação queue.c

```
void queueInit(int n) {  
    q = mallocSafe(n * sizeof(Item));  
    ini = fim = 0;  
}
```

```
int queueEmpty() {  
    return ini == fim;  
}
```

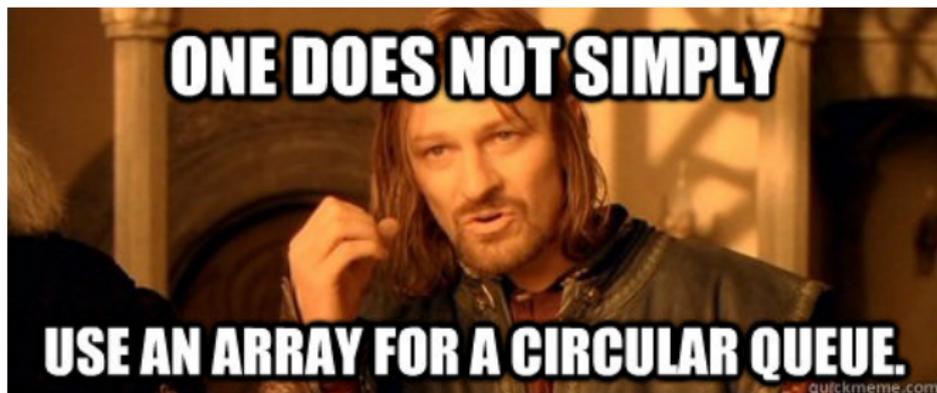
Implementação queue.c

```
void queuePut(Item item) {  
    q[fim++] = item;  
}
```

```
Item queueGet() {  
    return q[ini++];  
}
```

```
void queueFree() {  
    free(q);  
}
```

Filas em vetores circulares



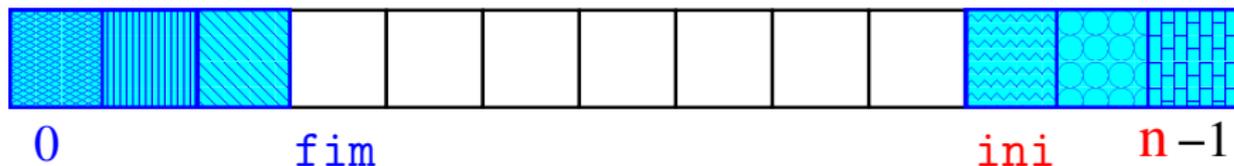
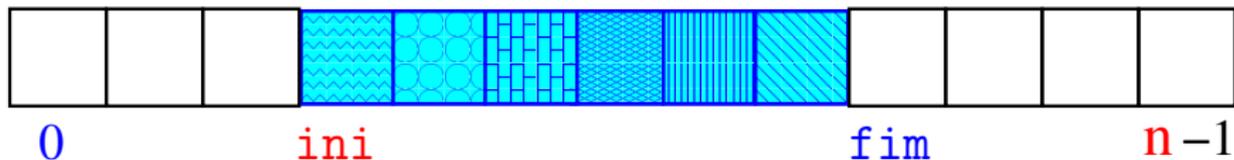
Fonte: <http://www.quickmeme.com/>

PF 5.1

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/fila.html>

Fila implementada circularmente em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Temos que $0 \leq ini < n$ e $0 \leq fim < n$.

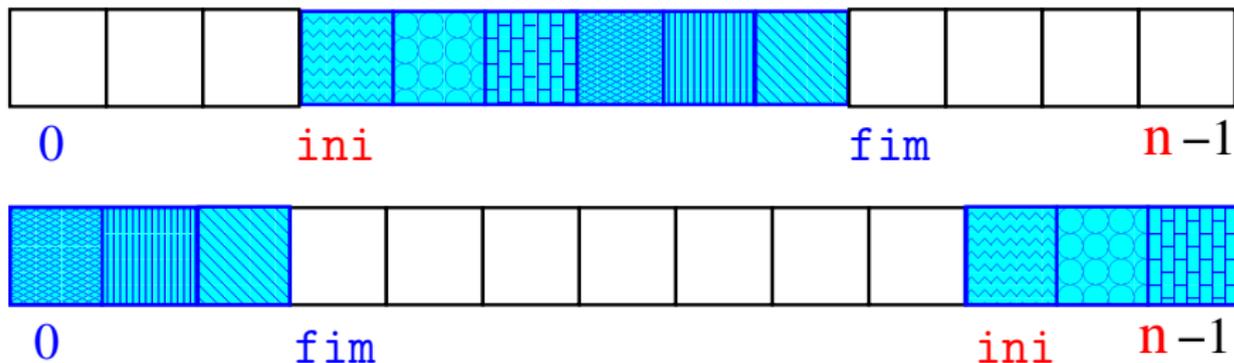
Não supomos $ini \leq fim$.

O índice ini indica o primeiro da fila.

fim é a primeira posição vaga da fila.

Fila implementada circularmente em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



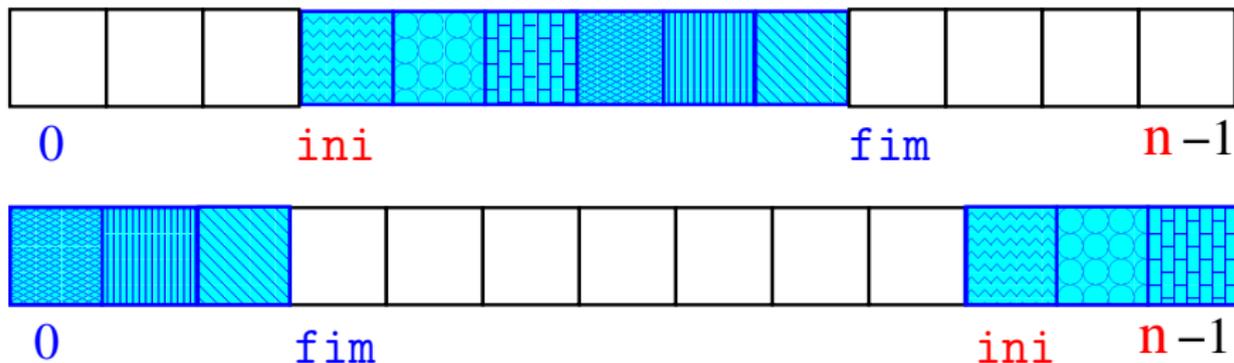
A fila está **vazia** se “ $ini == fim$ ”.

A fila está **cheia** se “ $fim+1 == ini$ ” ou

“ $fim+1 == n$ e $ini == 0$ ”.

Fila implementada circularmente em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.

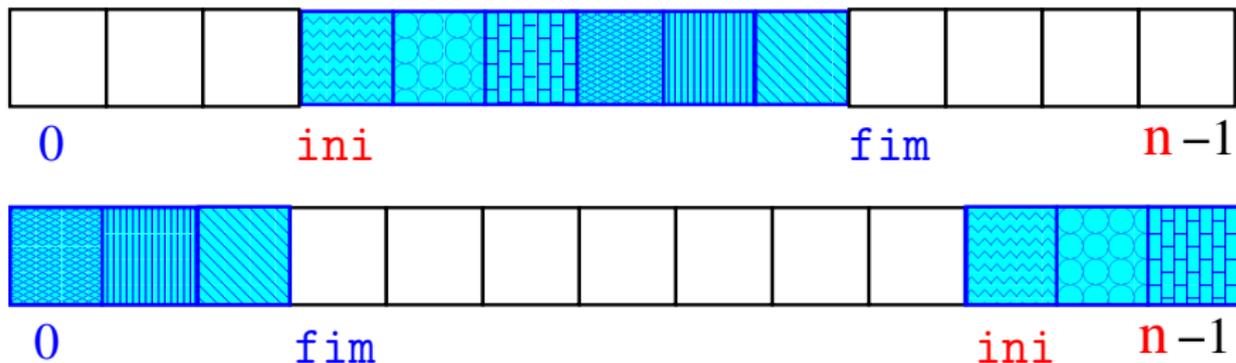


A fila está **vazia** se “ $ini == fim$ ”.

A fila está **cheia** se “ $(fim+1) \% n == ini$ ”.

Fila implementada circularmente em um vetor

A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.

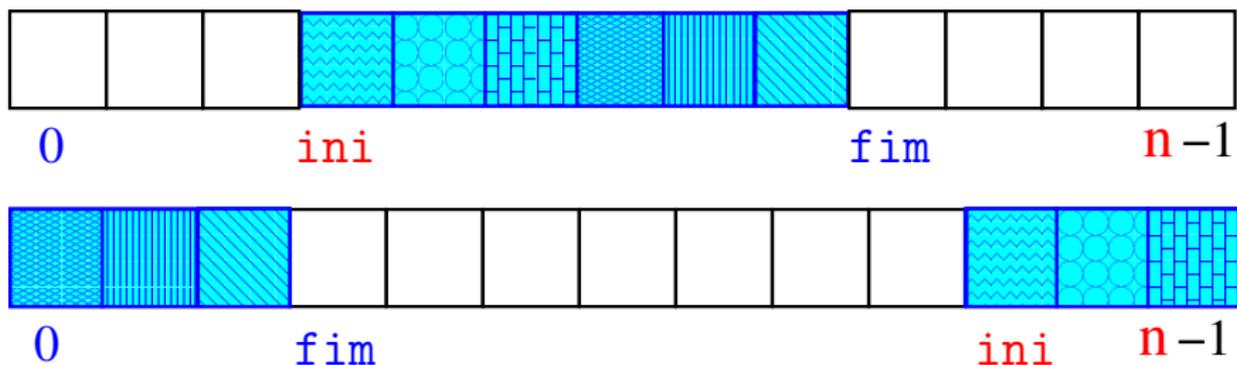


A posição fim **sempre está desocupada**.

Isto é importante para distinguir fila **vazia** de **cheia**.

Fila implementada circularmente em um vetor

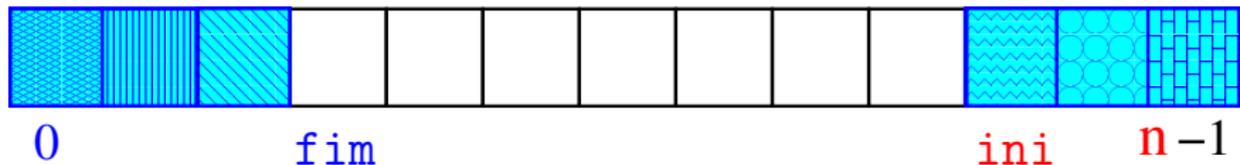
A fila será armazenada em um vetor $q[0 \dots n-1]$.



Para **remover** (= *dequeue* = *get*) um elemento faça

```
x = q[ini++];  
if (ini == n) ini = 0;
```

Uma implementação circular em um vetor



Para *inserir* (= *enqueue* = *put*) um elemento faça

```
if((fim+1)%n == ini) {  
    printf("Fila cheia!\n");  
    exit(EXIT_FAILURE);  
}  
q[fim++] = x;  
if(fim == n) fim = 0;
```

Interface item.h

```
/*  
 * item.h  
 */  
typedef int Item;
```

Interface queue.h

```
/*  
 * queue.h  
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma  
 * fila  
 */  
void queueInit(int);  
int queueEmpty();  
void queuePut(Item);  
Item queueGet();  
void queueFree();
```

Implementação queue.c

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include "item.h"
/*
 * FILA: implementacao em vetor
 */
static Item *q;
static int n; /* tamanho do vetor */
static int ini;
static int fim;
```

Implementação queue.c

```
void queueInit(int N) {  
    n = N + 1;  
    q = mallocSafe(n * sizeof(Item));  
    ini = fim = 0;  
}  
  
int queueEmpty() {  
    return ini == fim;  
}
```

Implementação queue.c

```
void queuePut(Item item) {
    if ((fim+1)%n == ini) {
        printf("Fila vai transbordar!\n");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }
    q[fim++] = item;
    if (fim == n) fim = 0;
}
```

Implementação queue.c

```
Item queueGet() {  
    int i = ini;  
    ini = (ini + 1) % n;  
    return q[i];  
}
```

```
void queueFree() {  
    free(q);  
}
```