MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 1999

Lista 6

1. **(Exercício 16.1-1 do CLR)** Encontre uma forma ótima de fazer o produto de matrizes cujas dimensões são dadas pela seqüência $\langle 5, 10, 3, 12, 5, 50, 6\rangle$, ou seja, a primeira matriz tem dimensões 5×10, a segunda matriz tem dimensões 10×3, e assim por diante, até a última matriz, com dimensões 50×6.

2. **(Exercício 16.1-2 do CLR)** Dê um algoritmo eficiente para **imprimir** uma expressão com parênteses ótima de uma cadeia de matrizes, dada a matriz s computada pelo algoritmo visto em aula. (O seu algoritmo pode ter uma saída do tipo $(A_1(((A_2)(A_3))A_4))$, por exemplo). Analise o seu algoritmo.

3. **(Exercício 16.3-1 do CLR)** Determine uma subseqüência comum de comprimento máximo de $\langle 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1\rangle$ e $\langle 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0\rangle$.

4. **(Exercício 16.3-2 do CLR)** Mostre como reconstruir uma subseqüência comum de comprimento máximo a partir da tabela c completa (gerada pelo algoritmo) e das seqüências originais, sem usar a tabela b (não me lembro como chamei estas tabelas na aula... Essa é notação do livro).

5. **(Exercício 16.3-4 do CLR)** Mostre como calcular o comprimento de uma subseqüência comum de comprimento máximo usando apenas $2\min(m, n)$ entradas da tabela c, mais $O(1)$ de espaço adicional. E então mostre como fazer isso usando $\min(m, n)$ mais $O(1)$ de espaço adicional.

6. **(Exercício 16.3-5 do CLR)** Dê um algoritmo $O(n^2)$ para encontrar uma subseqüência monotonicamente crescente de comprimento máximo de uma seqüência de n números.

7. **(Exercício 31.2-1 do CLR)** Use o método de Strassen para calcular o produto das seguintes matrizes:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

   Mostre os seus cálculos.

8. **(Exercício 31.2-3 do CLR)** Qual é o maior k tal que se você multiplicar matrizes 3×3 usando k multiplicações, então você pode multiplicar matrizes $n \times n$ em tempo assintoticamente melhor que $\Theta(n^{\lg 7})$ (mais precisamente, em tempo $o(n^{\lg 7})$)? Qual seria o tempo de execução deste algoritmo (em notação assintótica)?

9. **(Exercício 31.2-6 do CLR)** Mostre como multiplicar números complexos $a + bi$ e $c + di$ usando apenas três multiplicações reais. O seu algoritmo deve ter os números a, b, c e d como entrada, e produzir como saída dois números reais: a parte real, $ac - bd$, e a parte imaginária, $ad + bc$, do produto.