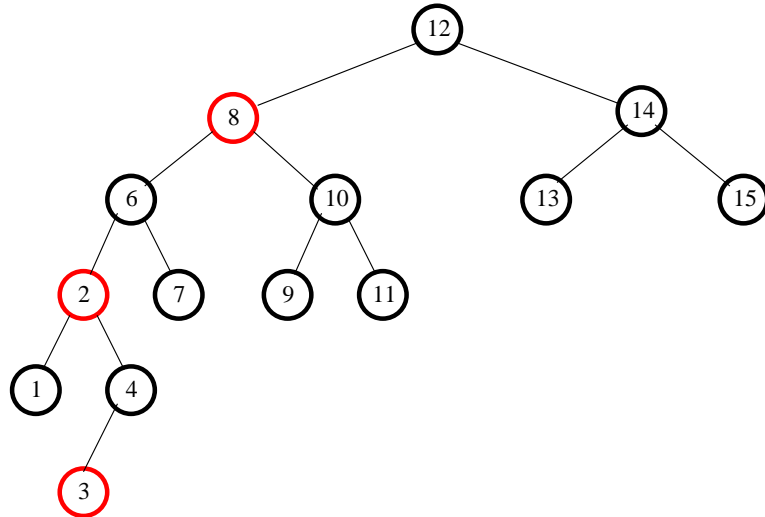


MAC5710 - Estrutura de Dados e suas Aplicações
Primeiro semestre de 2009

Lista 5

1. A operação de remoção de uma árvore de busca binária, como vista em aula, é “comutativa” no sentido de que deletar x e depois y resulta na mesma árvore que deletar y e depois x ? Explique porque ou dê um contra-exemplo.
2. Escreva a definição de árvore 2-3. Seja h a altura de uma árvore 2-3 T . Mostre, por indução em h , que o número de nós em T está entre $2^{h+1} - 1$ e $(3^{h+1} - 1)/2$, e que o número de folhas de T está entre 2^h e 3^h .
3. Considere uma árvore rubro-negra inicialmente vazia. Mostre o resultado da inserção nesta árvore das chaves $1, 2, \dots, 10$ nesta ordem. Mostre como fica a árvore após cada inserção.
4. Modifique as rotinas de remoção vistas em aula para ABBs e ABBs rubro-negras para que funcionem mesmo que x não esteja presente na árvore.
5. Considere a árvore rubro-negra abaixo (os nós mais escuros são pretos e não desenhamos as folhas (nós NULL)).



Mostre a árvore rubro-negra resultante da remoção da árvore acima dos valores 1, 7, 13. Faça sempre a remoção da árvore acima, não do resultado da remoção anterior para facilitar a correção (evitando acúmulo de erros...).

6. Suponha que inserimos um valor x em uma árvore rubro-negra e logo em seguida o removemos. A árvore resultante é igual à árvore rubro-negra final? E no caso de árvores AVL: se inserimos um valor x em uma árvore AVL e logo em seguida o removemos, a árvore AVL resultante é igual à inicial? Justifique as suas respostas.
7. Mostre a árvore AVL formada ao inserirmos os números 1 a 20 em ordem.
8. Mostre uma árvore AVL com um nó cuja remoção a transforma em uma árvore não AVL tal que a árvore resultante não pode ser transformada em uma árvore AVL por uma única rotação, simples ou dupla. Desenhe a árvore, especifique o nó e explique porque a árvore não pode ser balanceada por uma única rotação.
9. Mostre que uma árvore AVL de altura h tem no máximo $2^{h+1} - 1$ nós e pelo menos

$$\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{5} \right)^h + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{5} \right)^h - 1$$

nós.