

MAC5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Primeiro semestre de 2022

Lista 1

1. Lembre-se que $\lg n$ denota o logaritmo na base 2 de n . Usando a definição de notação O , prove que

(a) 3^n não é $O(2^n)$

(b) $\log_{10} n$ é $O(\lg n)$

(c) $\lg n$ é $O(\log_{10} n)$

2. Usando a definição de notação O , prove que

(a) $n^2 + 10n + 20 = O(n^2)$

(b) $\lceil n/3 \rceil = O(n)$

(c) $n = O(2^n)$

(d) $n/1000$ não é $O(1)$

(e) $n^2/2$ não é $O(n)$

3. Prove ou dê um contra-exemplo para as afirmações abaixo:

(a) $\lg \sqrt{n} = O(\lg n)$

(b) Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$ então $f(n) = O(h(n))$.

(c) Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = \Theta(h(n))$ então $f(n) = \Theta(h(n))$.

(d) Suponha que $\lg(g(n)) \geq 1$ e que $f(n) \geq 1$ para todo n suficientemente grande. Neste caso, se $f(n) = O(g(n))$ então $\lg(f(n)) = O(\lg(g(n)))$.

(e) Se $f(n) = O(g(n))$ então $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$.

4. Prove que

(a) $\sum_{i=1}^n i^k$ é $\Theta(n^{k+1})$

(b) $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} \leq 2$.