MAT0103 — Lista 3

2025, Prof. Kostiantyn Iusenko

1. Determine o domínio maximal em que a função abaixo é inversível e a função inversa.

   a) $f(x) = \frac{1+3x}{5-2x}$;

   b) $f(x) = \sqrt{2+5x}$;

   c) $y = \ln(x+3)$;

   d) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$.

2. Determine a função inversa f^{-1} para uma função dada f

   a) $f(x) = 1 - 3x$;

   b) $f(x) = x^2 + 1$;

   c) $f(x) = \frac{1}{1-x}$;

   d) $f(x) = x^2 - 2x$;

   e) $f(x) = \sqrt[8]{x^2+1}$;

   f) $f(x) = 10^{2x-3}$;

   g) $f(x) = \frac{2^x}{1+2^x}$;

   h) $f(x) = 1 + \ln x + 2$;

   i) $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} + 1$;

   j) $f(x) = 1 + 2\operatorname{sen}\frac{x-1}{x+1}$.

3. Determine uma formula explícita para f^{-1} e esboce os graficos de f e f^{-1}, no mesmo plano.

   a) $f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$, $x > 0$;

   b) $f(x) = \sqrt{x^2+2x}$, $x > 0$;

4. Encontre o valor do limite e justifique:

   a) $\lim\limits_{y\to 2} (y^3 - 2y^2 + 3y - 4)$;

   b) $\lim\limits_{t\to 3} \dfrac{t^2-5}{2t^3+6}$;

   c) $\lim\limits_{s\to 1} \dfrac{s^3-1}{s-1}$;

   d) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3x^2-17x+20}{4x^2-25x+36}$;

   e) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2+5x+6}{x^2-x-12}$;

   f) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$;

   g) $\lim\limits_{y\to -2} \dfrac{y^3+8}{y+2}$;

   h) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$;

   i) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{h+1}-1}{h}$;

   j) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1}$;

   k) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x}{1-x}$;

   l) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$;

   m) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{1-x} - \dfrac{3}{1-x^3}\right)$;

   n) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\dfrac{1}{x(x-2)^2} - \dfrac{1}{x^2-3x+2}\right)$;

   o) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\dfrac{x+2}{x^2-5x+4} - \dfrac{x-4}{3(x^2-3x+2)}\right)$;

   p) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^m-1}{x^n-1}$, $n, m \in \mathbb{Z}$.

5. Se $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x}$, mostre que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \dfrac{1}{6}$, mas $f(0)$ não está definida.

6. Seja $f(x) = \begin{cases} 3x + 4, \text{ se } x \neq 1, \\ 1, \text{ se } x = 1. \end{cases}$

   a) Determine $\lim_{x \to 1} f(x)$ e mostre que $\lim_{x \to 1} f(x) \neq f(1)$.

   b) Esboce o gráfico de f.

7. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, \text{ se } x \neq -2, \\ 1, \text{ se } x = -2. \end{cases}$

   a) Determine $\lim_{x \to -2} f(x)$ e mostre que $\lim_{x \to -2} f(x) \neq f(-2)$.

   b) Esboce o gráfico de f.

8. Esboce o gráfico e determine o limite indicado, se este existir. Se o limite não existir, dê a razão.

   a) $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ se } x < 2, \\ 1, \text{ se } x = 2, \\ 0, \text{ se } x > 2. \end{cases}$

      1) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$, 2) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$, 3) $\lim_{x \to 2} f(x)$.

   b) $f(x) = \begin{cases} 2x - 2, \text{ se } x \leqslant 1, \\ 2 - x, \text{ se } x > 1. \end{cases}$

      1) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$, 2) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$, 3) $\lim_{x \to 1} f(x)$.

   c) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ se } x \leqslant 2, \\ 8 - 2x, \text{ se } x > 2. \end{cases}$

      1) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$, 2) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$, 3) $\lim_{x \to 2} f(x)$.

   d) $f(t) = \begin{cases} 3 + t^2, \text{ se } t < -3, \\ 0, \text{ se } t = -3, \\ 9 - t^2, \text{ se } t > -3. \end{cases}$

      1) $\lim_{t \to -3^+} f(t)$, 2) $\lim_{t \to -3^-} f(t)$, 3) $\lim_{t \to -3} f(t)$.