Lista 18 de MAT 0111

Prof. Jean Cerqueira Berni*

"Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo."

(1) Decompor as seguintes expressões como somas de frações parciais:

(a) $\dfrac{5x-4}{(x-2)\cdot(x+1)}$

(b) $\dfrac{4x^2-22x+7}{(2x+3)\cdot(x-2)^2}$

(c) $\dfrac{6x^2+20x+18}{(x+1)^2\cdot(x+3)}$

(d) $\dfrac{6x^2+22x+18}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}$

(e) $\dfrac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}$

(f) $\dfrac{3x^2-21x+31}{(x-2)\cdot(x-3)^2}$

(g) $\dfrac{x^2+4x+10}{(x+1)\cdot(x^2+2x+8)}$

(h) $\dfrac{2x+3}{(x-2)^2\cdot(2x^2+4x+19)}$

Solução:

(a) Temos:

$$\frac{5x-4}{(x-2)\cdot(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1} = \frac{A\cdot(x+1)+B\cdot(x-2)}{(x+1)\cdot(x-2)}$$

donde segue:

$$5x-4 = A\cdot(x+1)+B\cdot(x-2) \tag{1}$$

Como a igualdade acima deve valer *para todo* x, deve valer, em particular, para $x=-1$ e para $x=2$.
Fazendo $x=-1$ nos dois membros de (1), tem-se:

$$5\cdot(-1)-4 = A\cdot(-1+1)+B\cdot(-1-2) = -3\cdot B$$

*jeancb@ime.usp.br

$$-9 = -3 \cdot B \Rightarrow B = 3$$

Fazendo $x = 2$ em (1), tem-se:

$$5 \cdot 2 - 4 = A \cdot (2+1) + B \cdot (2-2) = 3 \cdot A$$

$$6 = 3 \cdot A \Rightarrow A = 2$$

Portanto:

$$\frac{5x-4}{(x-2)\cdot(x+1)} = \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1}$$

(b) Temos:

$$\begin{aligned}\frac{4x^2-22x+7}{(2x+3)\cdot(x-2)^2} &= \frac{A}{2x+3} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2} = \\ &= \frac{A\cdot(x-2)^2 + B\cdot(2x+3)\cdot(x-2) + C\cdot(2x+3)}{(2x+3)\cdot(x-2)^2}\end{aligned}$$

de modo que devemos ter:

$$4x^2 - 22x + 7 = A\cdot(x-2)^2 + B\cdot(2x+3)\cdot(x-2) + C\cdot(2x+3) \tag{2}$$

Como a igualdade acima deve valer para todo x, em particular deve valer para $x = -\frac{3}{2}$ e para $x = 2$.
Fazendo $x = -\frac{3}{2}$ em (2), temos:

$$4\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 22\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 7 = A\cdot\left(-\frac{3}{2} - 2\right)^2$$

$$49 = \frac{49}{4}\cdot A \Rightarrow A = 4$$

Fazendo $x = 2$ nos dois membros de (2) obtemos, por outro lado:

$$4 \cdot 2^2 - 22 \cdot 2 + 7 = C \cdot (2 \cdot 2 + 3)$$

$$-21 = 7 \cdot C \Rightarrow C = -3.$$

Resta determinar o valor de B. Para tanto, escolhemos um valor arbitrário para x, por exemplo, $x = 0$, e usamos que $A = 4$ e $C = -3$. Fazendo $A = 4, C = -3$ e $x = 0$ em (2), temos:

$$4 \cdot 0^2 - 22 \cdot 0 + 7 = 4 \cdot (0 - 2)^2 + B \cdot (2 \cdot 0 + 3) \cdot (0 - 2) - 3 \cdot (2 \cdot 0 + 3)$$

$$\cancel{7} = 16 - 6 \cdot B - 9 = \cancel{7} - 6 \cdot B$$

$$\therefore B = 0$$

Assim, tem-se $A = 4, B = 0$ e $C = -3$, de modo que a decomposição em frações parciais fica:

$$\frac{4x^2 - 22x + 7}{(2x + 3) \cdot (x - 2)^2} = \frac{4}{2x + 3} - \frac{3}{(x - 2)^2}$$

(c) Temos:

$$\frac{6x^2 + 20x + 18}{(x + 1)^2 \cdot (x + 3)} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{C}{(x + 3)} =$$

$$= \frac{A \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) + B \cdot (x + 3) + C \cdot (x + 1)^2}{(x + 1)^2 \cdot (x + 3)}$$

de modo que deve valer:

$$6x^2 + 20x + 18 = A \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) + B \cdot (x + 3) + C \cdot (x + 1)^2 \qquad (3)$$

Em particular, (3) deve valer para $x = -1$ e para $x = -3$.
Fazendo $x = -1$ em (3), temos:

$$4 = 2 \cdot B \Rightarrow B = 2$$

Fazendo $x = -3$ nos dois membros de (3), temos:

$$6 \cdot (-3)^2 + 20 \cdot (-3) + 18 = C \cdot (-3 + 1)^2 = 4 \cdot C$$

$$12 = 4 \cdot C$$

$$C = 3.$$

Resta descobrirmos o valor de B. Para tanto, tomamos um valor arbitrário para x, como $x = 0$, e usamos que $B = 2$ e $C = 3$:

$$18 = 3 \cdot A + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 3 \cdot A + 9$$

$$9 = 3 \cdot A \Rightarrow A = 3.$$

Assim, a decomposição em frações parciais é:

$$\frac{6x^2 + 20x + 18}{(x+1)^2 \cdot (x+3)} = \frac{3}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{3}{(x+3)}$$

(d) Temos:

$$\frac{6x^2 + 22x + 18}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3}$$

ou seja,

$$\frac{6x^2 + 22x + 18}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)} =$$

$$= \frac{A \cdot (x+2) \cdot (x+3) + B \cdot (x+1) \cdot (x+3) + C \cdot (x+1) \cdot (x+2)}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)}$$

de modo que vale:

$$6x^2 + 22x + 18 = A \cdot (x+2) \cdot (x+3) + B \cdot (x+1) \cdot (x+3) + C \cdot (x+1) \cdot (x+2) \quad (4)$$

Em particular, (4) deve valer para $x = -1$ e para $x = -2$.
Fazendo $x = -1$ nos dois membros de (4), obtemos:

$$6 \cdot (-1)^2 + 22 \cdot (-1) + 18 = A \cdot (-1+2) \cdot (-1+3)$$

$$2 = 2 \cdot A \Rightarrow A = 1$$

Fazendo $x = -2$ nos dois membros de (4), obtemos:

$$6 \cdot (-2)^2 + 22 \cdot (-2) + 18 = A \cdot (-1+2) \cdot (-1+3)$$

$$-2 = B \cdot (-2+1) \cdot (-2+3)$$

$$-2 = -B \Rightarrow B = 2$$

Fazendo $x = -3$ nos dois membros de (4), obtemos:

$$6 \cdot (-3)^2 + 22 \cdot (-3) + 18 = C \cdot (-3+1) \cdot (-3+2)$$

$$6 = 2 \cdot C$$

$$C = 3$$

Assim, a decomposição em frações parciais fica:

$$\frac{6x^2+22x+18}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+2}+\frac{3}{x+3}$$

(e) Temos:

$$\frac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$$

ou seja,

$$\frac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}=\frac{A\cdot(x+1)+B\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot(x+1)}$$

de modo que vale:

$$2x+1=A\cdot(x+1)+B\cdot(x-1) \tag{5}$$

que vale para *todo* x. Em particular, para $x=-1$ e $x=1$.
Fazendo $x=-1$ em ambos os membros de (5), obtemos:

$$2\cdot(-1)+1=B\cdot(-1-1)=-2\cdot B$$

$$-1=-2\cdot B\Rightarrow B=\frac{1}{2}$$

Fazendo $x=1$ em ambos os membros de (5), obtemos:

$$2\cdot 1+1=A\cdot(1+1)=2\cdot A$$

$$3=2\cdot A\Rightarrow A=\frac{3}{2}$$

Desta forma, a decomposição em frações parciais é:

$$\frac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}=\frac{3}{2\cdot(x-1)}+\frac{1}{2\cdot(x+1)}$$

(f) Temos:

$$\frac{3x^2-21x+31}{(x-2)\cdot(x-3)^2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{A\cdot(x-3)^2 + B\cdot(x-2)\cdot(x-3) + C\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x-3)^2}$$

de modo que, em particular, vale:

$$3x^2-21x+31 = A\cdot(x-3)^2 + B\cdot(x-2)\cdot(x-3) + C\cdot(x-2) \tag{6}$$

que deve valer para *todo* x, e em particular para $x=2$ e $x=3$
Fazendo $x=2$ nos dois membros de (6), temos:

$$3\cdot 2^2 - 21\cdot 2 + 31 = A\cdot(2-3)^2 = A$$

$$\therefore A = 1$$

Fazendo $x=3$ nos dois membros de (6), temos:

$$3\cdot 3^2 - 21\cdot 3 + 31 = C\cdot(3-2)$$

$$-5 = C$$

$$\therefore C = -5$$

Resta determinarmos o valor de B. Para tanto, escolhemos um x arbitrário, digamos $x=0$, e usamos que $A=1$ e $C=-5$:

$$3\cdot 0^2 - 21\cdot 0 + 31 = 1\cdot(-3)^2 + B\cdot(0-2)\cdot(0-3) - 5\cdot(0-2)$$

$$31 = 9 + 6 \cdot B + 10$$

$$12 = 6 \cdot B$$

$$\therefore B = 2$$

A decomposição em frações parciais fica, portanto:

$$\frac{3x^2 - 21x + 31}{(x-2) \cdot (x-3)^2} = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3} - \frac{5}{(x-3)^2}$$

(g) Como temos um fator de grau 2 irredutível no denominador, $x^2 + 2x + 8$ (pois $\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4 - 32 = -28 < 0$), a decomposição em frações parciais terá o aspecto:

$$\frac{x^2 + 4x + 10}{(x+1) \cdot (x^2 + 2x + 8)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B \cdot x + C}{x^2 + 2x + 8}$$

Como:

$$\frac{A}{x+1} + \frac{B \cdot x + C}{x^2 + 2x + 8} = \frac{A \cdot (x^2 + 2x + 8) + (B \cdot x + C) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x^2 + 2x + 8)}$$

Deveremos ter a seguinte igualdade:

$$x^2 + 4x + 10 = A \cdot (x^2 + 2x + 8) + (B \cdot x + C) \cdot (x+1)$$

Agrupamos os termos que multiplicam x^2, x e o termo constante no membro direito da igualdade acima:

$$(A + B) \cdot x^2 + (2A + B + C) \cdot x + (8A + C)$$

$$x^2 + 4x + 10 = (A + B) \cdot x^2 + (2A + B + C) \cdot x + (8A + C)$$

Para que a igualdade acima seja válida, devemos ter:

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ 2A + B + C = 4 \\ 8A + C = 10 \end{cases}$$

Donde concluímos que $A = 1, B = 0$ e $C = 2$. Assim, temos:

$$\frac{x^2 + 4x + 10}{(x+1) \cdot (x^2 + 2x + 8)} = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2 + 2x + 8}$$

(h) Observamos que consta no denominador um polinômio quadrático irredutível, $2x^2 + 4x + 19$ (pois $\Delta = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 19 = 16 - 152 = -136 < 0$), a decomposição como soma de frações parciais é:

$$\frac{2x+3}{(x-2)^2 \cdot (2x^2 + 4x + 19)} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C \cdot x + D}{2x^2 + 4x + 19}$$

Uma vez que:

$$\frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C \cdot x + D}{2x^2 + 4x + 19} =$$

$$= \frac{A \cdot (x-2) \cdot (2x^2 + 4x + 19) + B \cdot (2x^2 + 4x + 19) + (C \cdot x + D) \cdot (x-2)^2}{(x-2)^2 \cdot (2x^2 + 4x + 19)} =$$

$$= \frac{2Ax^3 + 11Ax - 38A + 2Bx^2 + 4Bx + 19B + Cx^3 - 4Cx^2 + 4Cx + Dx^2 - 4Dx + 4D}{(x-2)^2 \cdot (2x^2 + 4x + 19)} =$$

$$= \frac{(2A + C) \cdot x^3 + (2B - 4C + D) \cdot x^2 + (11A + 4B + 4C - 4D) \cdot x + (-38A + 19B + 4D)}{(x-2)^2 \cdot (2x^2 + 4x + 19)}$$

Assim, devemos ter:

$$\begin{cases} 2A + C = 0, \\ 2B - 4C + D = 0, \\ 11A + 4B + 4C - 4D = 2, \\ -38A + 19B + 4D = 3 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema acima, obtemos $A = -\frac{2}{175}$, $B = \frac{1}{5}$, $C = \frac{4}{175}$, $D = -\frac{54}{175}$. Desta forma, temos:

$$\frac{2x+3}{(x-2)^2 \cdot (2x^2+4x+19)} = -\frac{2}{75 \cdot (x-2)} + \frac{1}{5 \cdot (x-2)^2} + \frac{4x-54}{175 \cdot (2x^2+4x+19)}$$

(2) Resolver as seguintes integrais:

(a) $\displaystyle\int \frac{5x-4}{(x-2)\cdot(x+1)}dx$

(b) $\displaystyle\int \frac{4x^2-22x+7}{(2x+3)\cdot(x-2)^2}dx$

(c) $\displaystyle\int \frac{6x^2+20x+18}{(x+1)^2\cdot(x+3)}dx$

(d) $\displaystyle\int \frac{6x^2+22x+18}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}dx$

(e) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}dx$

(f) $\displaystyle\int \frac{3x^2-21x+31}{(x-2)\cdot(x-3)^2}dx$

(g) $\displaystyle\int \frac{x^2+4x+10}{(x+1)\cdot(x^2+2x+8)}dx$

(h) $\displaystyle\int \frac{2x+3}{(x-2)^2\cdot(2x^2+4x+19)}dx$

Solução:

(a) Sabemos, pelo item (a) do exercício 1 que:

$$\frac{5x-4}{(x-2)\cdot(x+1)} = \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1}$$

Logo, temos:

$$\int \frac{5x-4}{(x-2)\cdot(x+1)}dx = \int \frac{2}{x-2}dx + \int \frac{3}{x+1}dx =$$

$$= 2 \cdot \int \frac{1}{x-2}dx + 3 \cdot \int \frac{1}{x+1}dx = 2 \cdot \ln|x-2| + 3 \cdot \ln|x+1| + C$$

(b) Sabemos, pelo item (b) do exercício 1 que:

$$\frac{4x^2-22x+7}{(2x+3)\cdot(x-2)^2}=\frac{4}{2x+3}-\frac{3}{(x-2)^2}$$

Logo, temos:

$$\int\frac{4x^2-22x+7}{(2x+3)\cdot(x-2)^2}dx=\int\frac{4}{2x+3}dx-\int\frac{3}{(x-2)^2}dx=$$

$$=4\cdot\int\frac{1}{2x+3}dx-3\cdot\int\frac{1}{(x-2)^2}dx=2\ln|2x+3|+\frac{3}{x-2}+C$$

(c) Sabemos, pelo item (c) do exercício 1 que:

$$\frac{6x^2+20x+18}{(x+1)^2\cdot(x+3)}=\frac{3}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{3}{(x+3)}$$

Logo, temos:

$$\int\frac{6x^2+20x+18}{(x+1)^2\cdot(x+3)}dx=\int\frac{3}{x+1}dx+\int\frac{2}{(x+1)^2}dx+\int\frac{3}{x+3}dx=$$

$$=\ln\left(|x+1|^3\,|x+3|^3\right)-\frac{2}{x+1}+C$$

(d) Sabemos, pelo item (d) do exercício 1 que:

$$\frac{6x^2+22x+18}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+2}+\frac{3}{x+3}$$

Logo, temos:

$$\int\frac{6x^2+22x+18}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}dx=\int\frac{1}{x+1}dx+\int\frac{2}{x+2}dx+\int\frac{3}{x+3}dx$$

$$\int\frac{6x^2+22x+18}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}dx=\int\frac{1}{x+1}dx+2\cdot\int\frac{1}{x+2}dx+3\cdot\int\frac{1}{x+3}dx=$$

$$= \ln|x+1| + \ln|x+2|^2 + \ln|x+3|^3 + C$$

(d) Sabemos, pelo item (d) do exercício 1 que:

$$\frac{6x^2+20x+18}{(x+1)^2\cdot(x+3)} = \frac{3}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{3}{(x+3)}$$

Logo, temos:

$$\int \frac{6x^2+20x+18}{(x+1)^2\cdot(x+3)}dx = \int \frac{3}{x+1}dx + \int \frac{2}{(x+1)^2}dx + \int \frac{3}{x+3}dx =$$

$$= \ln\left(|x+1|^3\,|x+3|^3\right) - \frac{2}{x+1} + C$$

(e) Sabemos, pelo item (e) do exercício 1 que:

$$\frac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)} = \frac{3}{2\cdot(x+1)} + \frac{1}{2\cdot(x+1)}$$

Logo, temos:

$$\int \frac{2x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}dx = \int \frac{3}{2\cdot(x-1)}dx + \int \frac{1}{2\cdot(x+1)}dx =$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\int \frac{1}{(x-1)}dx + \frac{1}{2}\cdot\int \frac{1}{(x+1)}dx =$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\ln|x-1| + \frac{1}{2}\cdot\ln|x+1| + C$$

(f) Sabemos, pelo item (f) do exercício 1 que:

$$\frac{3x^2-21x+31}{(x-2)\cdot(x-3)^2} = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3} - \frac{5}{(x-3)^2}$$

Logo, temos:

$$\int \frac{3x^2-21x+31}{(x-2)\cdot(x-3)^2}dx = \int \frac{1}{x-2}dx + \int \frac{2}{x-3}dx - \int \frac{5}{(x-3)^2}dx =$$

$$= \int \frac{1}{x-2}dx + 2\cdot\int \frac{1}{x-3}dx - 5\cdot\int \frac{1}{(x-3)^2}dx =$$

$$= \ln|x-2| + 2\cdot\ln|x-3| - \frac{1}{x-3} + C.$$

(g) Temos, pelo item (g) do exercício 1:

$$\frac{x^2+4x+10}{(x+1)\cdot(x^2+2x+8)} = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2+2x+8}$$

de modo que:

$$\int \frac{x^2+4x+10}{(x+1)\cdot(x^2+2x+8)}dx = \int \frac{1}{x+1}dx + 2\cdot\int \frac{1}{x^2+2x+8}dx$$

Resolvemos por substituição:

$$\int \frac{1}{x+1}dx = \ln|x+1| + C_1$$

e como no denominador de:

$$\frac{1}{x^2+2x+8}$$

temos um polinômio irredutível de grau 2, completamos quadrados:

$$x^2+2x+8 = \overbrace{x^2+2x+1}^{=(x+1)^2} + 7$$

Desta forma, temos:

$$\int \frac{1}{x^2+2x+8}dx = \int \frac{1}{(x+1)^2+7}dx = \int \frac{1}{7\cdot\left[\frac{1}{7}\cdot(x+1)^2+1\right]}dx =$$

$$= \frac{1}{7} \cdot \int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{7}}{7} \cdot (x+1)\right)^2 + 1} dx$$

Fazendo a substituição:

$$u = \frac{\sqrt{7}}{7} \cdot (x+1)$$

$$u'(x) = \frac{\sqrt{7}}{7} \Rightarrow du = \frac{\sqrt{7}}{7} \cdot dx$$

e segue que:

$$\int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{7}}{7} \cdot (x+1)\right)^2 + 1} dx = \sqrt{7} \cdot \int \frac{du}{u^2+1} = \sqrt{7} \cdot \arctan(u) + C =$$

$$= \sqrt{7} \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{7}}{7} \cdot (x+1)\right) + C$$

$$\therefore \int \frac{x^2+4x+10}{(x+1) \cdot (x^2+2x+2)} dx = \ln|x+1| + \frac{2\sqrt{7}}{7} \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{7}}{7} \cdot (x+1)\right) + C$$

(h) Pelo item (h) do exercício 1, podemos escrever:

$$\frac{2x+3}{(x-2)^2 \cdot (2x^2+4x+19)} = -\frac{2}{75 \cdot (x-2)} + \frac{1}{5 \cdot (x-2)^2} + \frac{4x-54}{175 \cdot (2x^2+4x+19)}$$

de modo que temos:

$$\int \frac{2x+3}{(x-2)^2 \cdot (2x^2+4x+19)} dx =$$

$$= -\frac{2}{75} \cdot \int \frac{1}{x-2}dx + \frac{1}{5}\int \frac{1}{(x-2)^2}dx + \frac{2}{175}\int \frac{2x-27}{2x^2+4x+19}dx$$

Temos:

$$\int \frac{1}{x-2}dx = \ln|x-2| + C_1$$

$$\int \frac{1}{(x-2)^2}dx = -\frac{1}{x-2} + C_2$$

Resta resolvermos:

$$\int \frac{2x-27}{2x^2+4x+19}dx$$

Observamos que o polinômio quadrático que consta no denominador é irredutível, uma vez que $\Delta = -136 < 0$. Desta forma, devemos completar quadrados:

$$2x^2+4x+19 = 2\cdot\left(x^2+2x+\frac{19}{2}\right) = 2\cdot\left(\overbrace{x^2+2x+1}^{=(x+1)^2}+\frac{17}{2}\right) =$$

$$= 2\cdot(x+1)^2 + 17$$

Assim, podemos escrever:

$$\frac{2x-27}{2x^2+4x+19} = \frac{2x}{2x^2+4x+19} - \frac{27}{2x^2+4x+19} =$$

$$= \frac{2\cdot x}{2\cdot(x+1)^2+17} - \frac{27}{2\cdot(x+1)^2+17}$$

Desta forma, tem-se:

$$\int \frac{2x-27}{2x^2+4x+19}dx = \int \frac{2x}{2\cdot(x+1)^2+17}dx - \int \frac{27}{2\cdot(x+1)^2+17}dx =$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left| 2x^2 + 4x + 19 \right| - \sqrt{\frac{2}{17}} \arctan \left(\sqrt{\frac{2}{17}} (x+1) \right) - \frac{27}{\sqrt{34}} \arctan \left(\sqrt{\frac{2}{17}} (x+1) \right)$$

Assim,

$$\int \frac{2x+3}{(x-2)^2 \cdot (2x^2+4x+19)} dx =$$
$$-\frac{2}{175} \ln |x-2| - \frac{1}{5(x-2)} + \frac{1}{175} \ln \left| 2x^2 + 4x + 19 \right| - \frac{29\sqrt{2}}{175\sqrt{17}} \arctan \left(\sqrt{\frac{2}{17}} (x+1) \right) + C$$