

LISTA 02 DE MAT 2453

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

(1) Esboçar os gráficos das seguintes funções:

(a) $f(x) = \sin(2x)$

(b) $y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

(c) $g(x) = \frac{1}{x} \cdot \sin(x)$

(d) $f(x) = |\sin(x)|$

(e) $h(x) = 3 \cdot \sin(x)$

(2) Mostre que, para todo $x \in \mathbb{R}$ tal que $\cos(x/2) \neq 0$ valem:

(a) $\sin(x) = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$

(b) $\cos(x) = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$

(3) Nas tabelas abaixo, extraídas de <https://www.timeanddate.com/moon/brazil/sao-paulo?month=1&year=2021>, você encontrará a “fração visível” da face da Lua voltada para a cidade de São Paulo ao longo do mês de janeiro de 2021, em pontos percentuais, conforme indicado:

Dia do ano:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fração iluminada:	95.4%	89.8%	82.1%	72.7%	61.9%	50.4%	38.6%	27.4%	17.4%

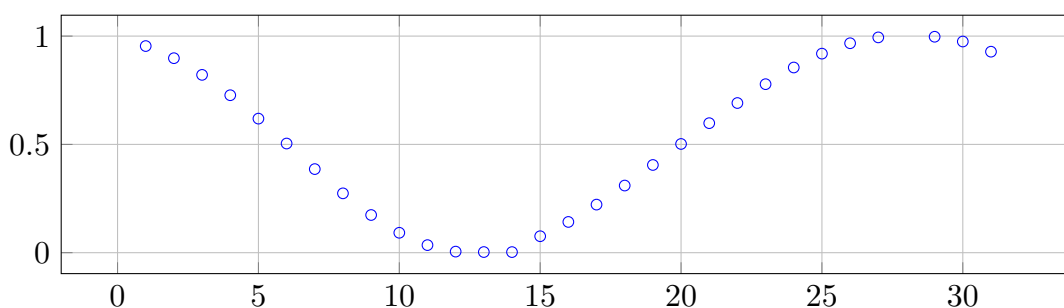
Dia do ano:	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Fração iluminada:	9.2%	3.5%	0.5%	0.3%	2.8%	7.6%	14.2%	22.2%	31%

*jeancb@ime.usp.br

Dia do ano:	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Fração iluminada:	40.5%	50.2%	59.8%	69.1%	77.8%	85.5%	91.9%	96.7%	99.4%

Dia do ano:	29	30	31
Fração iluminada:	99.7%	97.5%	92.8%

Os dados destas tabelas estão representados abaixo, no que chamamos de “gráfico de dispersão”:



Sabemos que este é um fenômeno periódico, de modo que pode ser ajustado de forma muito boa por uma função senoidal.

Na tabela abaixo, consideraremos cinco dias do mês de janeiro, com as frações visíveis arredondadas:

Dia do ano	1	6	13	20	29
Fração visível	1	0.5	0	0.5	1

Encontre a função senoidal (ou seja, os parâmetros $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ para a função da forma $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$) que melhor se ajuste aos dados da tabela.

- (4) Qual é o período da função cotangente? Justifique.
- (6) É bom saber que, quando x é medido em radianos, e para valores pequenos de x , $\sin(x) \approx x$. Mais adiante veremos por que esta aproximação é verdadeira. O erro de aproximação é menor que $\frac{1}{500}$ se $|x| < 0.1$. Acesse o applet <https://www.geogebra.org/m/emwsfadc>, e procure visualizar os comportamentos de $\sin(x) = y$ e de $y = x$ perto da origem. Clique na tela e utilize o “scroll” do mouse para dar “zoom” na imagem nas proximidades da origem. O que acontece conforme x se aproxima da origem?