

LISTA 04 DE MAT 2453

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

- (1) Mostrar que dado $\varepsilon > 0$, existe um número natural $n_0(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ tal que $n \geq n_0(\varepsilon) \Rightarrow \left| \frac{1}{n^2} - 0 \right| < \varepsilon$. O que você conclui, em termos de limites, do que acabou de demonstrar?
- (2) Usando o fato de que $(\forall n \in \mathbb{N})(|\sin(n)| \leq 1)$, argumentar que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n)}{n} = 0$$

- (3) Mostrar que se $a \in \mathbb{R}$ for tal que $0 < a < 1$, então $a^n \rightarrow 0$. **Dica:** use que $0 < |a^n - 0| = a^n$ e aplique o logaritmo na base a , que é uma função decrecente.
- (4) Argumentar, usando subsequências, que a sequência $((-1)^n)_{n \in \mathbb{N}}$ diverge.
- (5) Exibir três subsequências da sequência:

$$(1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots)$$

- (6) Com o auxílio de uma calculadora (ou algum software), determinar um valor de $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que, para todo $n \geq n_0$ as desigualdades abaixo sejam válidas e calcular a diferença em n_0 :

(a) $\left| \sqrt[n]{\frac{1}{2}} - 1 \right| < 10^{-3};$

(b) $|3^{\frac{1}{n}} - 1| < 10^{-6}$

(c) $\left| \frac{1}{n!} - 0 \right| < 10^{-9}$

(d) $\left| \frac{1}{2^n} - 0 \right| < 0.001.$

*jeancb@ime.usp.br