Lista 01 de MAT 0121

Prof. Jean Cerqueira Berni*

"Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo."

(1) Em cada um dos itens a seguir, esboçar o gráfico da função no intervalo dado. Dividir o intervalo em quatro subintervalos de comprimentos iguais. Em seguida, acrescentar ao esboço os retângulos associados com a soma de Riemann:

$$\sum_{i=1}^{4} f(\xi_i) \cdot \Delta x$$

tomando ξ_i:

(i) extremidade esquerda do subintervalo;

(ii) extremidade direita do subintervalo;

(iii) ponto médio do $i-$ésimo subintervalo.

(a) $f(x) = x^2 - 1, [0, 2]$

(b) $f(x) = -x^2, [0, 1]$

(c) $f(x) = \sin(x), [-\pi, \pi]$;

(d) $f(x) = \sin(x) + 1, [-\pi, \pi]$

(2) Expressar os limites propostos nos itens a seguir como integrais definidas:

(a) $\lim_{\|\mathcal{P}\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2 \cdot \Delta x_i$, onde $\mathcal{P}$ é uma partição do intervalo $[0, 2]$;

(b) $\lim_{\|\mathcal{P}\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot \xi_i^3 \cdot \Delta x_i$,onde $\mathcal{P}$ é uma partição do intervalo $[-1, 0]$;

(c) $\lim_{\|\mathcal{P}\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} (\xi_i^2 - 3\xi_i) \cdot \Delta x_i$,onde $\mathcal{P}$ é uma partição do intervalo $[-7, 5]$;

(d) $\lim_{\|\mathcal{P}\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{1 - \xi_i} \cdot \Delta x_i$,onde $\mathcal{P}$ é uma partição do intervalo $[2, 3]$;

(e) $\lim_{\|\mathcal{P}\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} \sec(\xi_i) \cdot \Delta x_i$,onde $\mathcal{P}$ é uma partição do intervalo $[-\pi/4, 0]$;

(3) Calcular as áreas delimitadas pelas curvas dadas a seguir:

*jeancb@ime.usp.br

(a) $f(x) = 2x$ e $g(x) = x^2 + x$;

(b) $f(x) = x^2$ e $g(x) = -2x^3$;

(c) $f(x) = -2x^4$ e $g(x) = 2x^2 - 4x$;

(d) $f(x) = x + 1$ e $g(x) = 4 + 3x - x^2$.

(4) Nos itens a seguir, calcular o comprimento de arco dos trechos dos gráficos das seguintes funções:

(a) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, de $(0, 1)$ a $\left(1, \dfrac{e + e^{-1}}{2}\right)$;

(b) $y = 1 - \ln(\sin(x))$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$;

(c) $y = \ln(x)$, $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$;

(d) $y = \sqrt{x^3}$, de $(0, 0)$ a $(4, 8)$.

(5) Nos itens a seguir, calcular o comprimento de arco das curvas dadas parametricamente:

(a) $\begin{cases} x(t) = t^3 \\ y(t) = t^2 \end{cases}, 1 \leq t \leq 3$

(b) $\begin{cases} x(t) = 2 \cdot (t - \sin(t)) \\ y(t) = 2 \cdot (1 - \cos(t)) \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$

(c) $\begin{cases} x(t) = -\sin(t) \\ y(t) = \cos(t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

(d) $\begin{cases} x(t) = e^t \cdot \cos(t) \\ y(t) = e^t \cdot \sin(t) \end{cases}, 1 \leq t \leq 2$

(6) Determinar o volume do sólido de revolução gerado pela rotação, em torno do eixo Ox, da região R delimitada pelos gráficos das equações dadas:

(a) $y = x + 1, x = 0, x = 2$ e $y = 0$;

(b) $y = x^2$ e $y = x^3$ entre $x = 0$ e $x = 1$;

(c) $y = x^3$ entre $x = -1$ e $x = 1$;

(d) $y = \cos(x)$, entre $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{4}$.

(7) Em cada problema, calcule a área da superfície obtida por revolução em torno do eixo Ox, conforme descrito:

(a) O arco de senóide $y = \sin(x), 0 \leq x \leq \pi$, girando em torno do eixo Ox;

(b) O arco de parábola $y = x^2$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$;

(c) $y = \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4$;

(d) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, -1 \leq x \leq 1$.