

LISTA SOBRE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA A VALORES COMPLEXOS

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

1. Determine a imagem de S pelas funções indicadas:

(a) $f(z) = 2z$, com $S = \{z \in \mathbb{C}; 1 < \text{Im}(z) < 2\}$

(b) $f(z) = z + 1$, com $S = \{z \in \mathbb{C}; 0 < \text{Re}(z) < 2\}$

(c) $f(z) = z + i$, com $S = \{z \in \mathbb{C}; -1 < \text{Re}(z) < 1\}$

(d) $f(z) = 2z + i$, com $S = \{z \in \mathbb{C}; -2 < \text{Re}(z) < 2\}$

(e) $f(z) = (1 + i)z + 2$, com (i) $S_1 = \{z \in \mathbb{C}; -1 < \text{Re}(z) < 1\}$,
(ii) $S_2 = \{z \in \mathbb{C}; 1 < \text{Im}(z) < 2\}$

(f) $f(z) = z^2 - (2 + 2i)z$, com $S = \{z = (0, y) \in \mathbb{C}; y = -2\}$

2. Resolva a equação quadrática $z^2 + (1 - i)z - 3i = 0$. Determine a imagem de S pela função quadrática acima, $f(z) = z^2 + (1 - i)z - 3i$, onde (i) $S = \{z = (x, y) \in \mathbb{C}; y = y_0\}$ e (ii) $S = \{z = (x, y) \in \mathbb{C}; x = x_0\}$.

3. Determine o domínio da função complexa e descreva as funções u e v :

a) $f(z) = 2\text{Re}(z) - iz^2$ b) $f(z) = \frac{3z + 2i}{z^3 + 4z^2 + z}$ c) $f(z) = \frac{iz}{|z - 1|}$

4. Se $f(z)$ é uma função definida no disco $B(0;1)$ determine o domínio de cada uma das seguintes funções:

a) $w = f(z - 2)$ b) $w = f(2z + i)$ c) $w = f(z^2)$

d) $w = f\left(\frac{1}{z}\right)$ e) $w = f(z^2 - 1)$

*jeancb@ime.usp.br

5. Em algumas situações, dado z , a imagem $f(z)$ pode ser mais de um valor (chamamos de função multivalente). Por exemplo, a função raiz quadrada $f(z) = \sqrt{z}$. Determine o domínio da função raiz quadrada e descreva $w = u + iv$ em função de x e y .
6. Seja $f(z) = \frac{1}{z}$. Determine o domínio de f e descreva $f(S)$ em cada caso: (a) $S = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = x_0\}$ e (b) $S = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : y = 2x + 1\}$.