

LISTA SOBRE LIMITES E CONTINUIDADE

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

1. Calcule os limites, se existirem:

(a) $\lim_{z \rightarrow i} \frac{iz^3 - 1}{z + 1}$

(e) $\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{z^2 - iz + 10i}{z + 2}$

(b) $\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{z^2 + 4}{z - 2i}$

(f) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z^2}$

(c) $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z(z^2 + (2 - i)z - 2i)}{z - i}$

(g) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2 - \bar{z}^2}{|z|}$

(d) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$

(g) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2 - \bar{z}^2}{|z|^2}$

2. Sejam $f, g : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ tais que $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = 0$ e g é limitada em Ω . Mostre que $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)g(z) = 0$.

3. Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + x^2(\cos \frac{1}{x^2} + i \sin \frac{1}{x^2})} = 1$.

4. Discuta a continuidade das funções:

(a) $f(z) = \frac{z^2 + 1}{z - i}$

(b) $g(z) = \frac{z^2 - z - 2}{z^2 - 2z}$

5. Considere as funções:

$$f(z) = \frac{\Re(z)}{|z|}, \quad g(z) = \frac{\Im(z^2)}{|z|^2}, \quad z \neq 0.$$

Essas funções possuem limite no ponto $z = 0$? Justifique.

6. Verifique se $f(z) = \frac{1}{1 - z}$ é contínua em $B(0; 1)$

7. Calcule os limites, se existirem:

*jeancb@ime.usp.br

(a) $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2 + iz - 2}{(1 + 2i)z^2}$

(b) $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{iz + 1}{2z - i}$

(c) $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2 - (2 + 3i)z + 1}{iz - 3}$

(d) $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^2 + z + 1 - i}$