## Lista 01 de Cálculo no $\mathbb{R}^n$

## Prof. Jean Cerqueira Berni\*

"Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo."

(1) Nos itens a seguir, calcular as derivadas parciais indicadas:

(a) 
$$f(x,y) = 3xy + 6x - y^2$$
,  $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ ;

(b) 
$$f(x,y) = \frac{x+y}{\sqrt{y^2 - x^2}}, \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$$

(c) 
$$f(x,y) = e^{\frac{y}{x}} \cdot \ln\left(\frac{x^2}{y}\right), \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$$

(d) 
$$f(x,y,z) = x^2y - 3xy^2 + 2yz, \frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)$$

(2) Calcular as derivadas parciais de ordem dois das seguintes funções:

(a) 
$$f(x,y) = x + y + xy$$
;

(b) 
$$g(x,y) = x^2y + \cos(y) + y\sin(x);$$

(c) 
$$h(x,y) = xe^y + y + 1$$
;

(d) 
$$s(x,y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$
.

(3) Nos itens seguintes, verificar se as funções são diferenciáveis em (0,0):

(a) 
$$f(x,y) = \left\{ \frac{x^2y^2}{x^2 + y^2}, (x,y) \neq (0,0) \right\}$$
;

(b) 
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \end{cases}$$
;

(c) 
$$f(x,y) = \left\{ \frac{x^3}{x^2 + y^2}, (x,y) \neq (0,0) \right\};$$

(d) 
$$f(x,y) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(y)$$

<sup>\*</sup>jeancb@ime.usp.br

(4) Considere a superfície do paraboloide de equação:

$$z = f(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25}.$$

- (a) Encontrar uma equação para o plano tangente ao paraboloide no ponto  $P_0 = (6,10,8);$
- (b) Este paraboloide deve ser apoiado sobre uma viga presa ao eixo Oz, de tal modo que esta fique tangente à superfície em  $P_0$ . Calcular o comprimento da viga.