

LISTA 2 DE CÁLCULO NO \mathbb{R}^n

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

(1) Nos itens a seguir, calcular as derivadas parciais indicadas:

(a) $f(x, y) = 3xy + 6x - y^2, \frac{\partial f}{\partial x}(x, y);$

(b) $f(x, y) = \frac{x + y}{\sqrt{y^2 - x^2}}, \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$

(c) $f(x, y) = e^{\frac{y}{x}} \cdot \ln\left(\frac{x^2}{y}\right), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$

(d) $f(x, y, z) = x^2y - 3xy^2 + 2yz, \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z)$

(2) Calcular as derivadas parciais de ordem dois das seguintes funções:

(a) $f(x, y) = x + y + xy;$

(b) $g(x, y) = x^2y + \cos(y) + y \sin(x);$

(c) $h(x, y) = xe^y + y + 1;$

(d) $s(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right).$

(3) Nos itens seguintes, verificar se as funções são diferenciáveis em $(0, 0)$:

(a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} ;$

(b) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} ;$

(c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} ;$

(d) $f(x, y) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(y)$

*jeancb@ime.usp.br

(4) Considere a superfície do parabolóide de equação:

$$z = f(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25}.$$

- (a) Encontrar uma equação para o plano tangente ao parabolóide no ponto $P_0 = (6, 10, 8)$;
- (b) Este parabolóide deve ser apoiado sobre uma viga presa ao eixo Oz , de tal modo que esta fique tangente à superfície em P_0 . Calcular o comprimento da viga.