# Lista 04 de Cálculo no $\mathbb{R}^n$

Prof. Jean Cerqueira Berni*

*"Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo."*

(1) Encontrar as equações do plano tangente e da reta normal às superfícies dadas a seguir nos pontos indicados:

 (a) $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ em $(1, 1, 1)$;
 (b) $x^2 + y^2 - z^2 = 18$ em $P_0 = (3, 5, -4)$;
 (c) $\cos(\pi \cdot x) - x^2 y + e^{xz} + yz = 4$ em $(0, 1, 2)$.

(2) Encontrar as direções nas quais $f(x, y) = \left(\frac{x^2}{2}\right) + \left(\frac{y^2}{2}\right)$:

 (a) Cresce mais rapidamente no ponto $(1, 1)$;
 (b) Decresce mais rapidamente no ponto $(1, 1)$
 (c) Tem variação nula em $(1, 1)$.

(3) Usar a **Fórmula de Taylor** para encontrar uma aproximação quadrática de $f(x, y) = \cos(x) \cdot \cos(y)$ na origem. Estimar o erro na aproximação se $|x| \leq 0.1$ e $|y| \leq 0.1$.

(4) Usar a **Fórmula de Taylor** para encontrar uma aproximação quadrática de $f(x, y) = e^x \cdot \sin(y)$ na origem. Estimar o erro na aproximação se $|x| \leq 0.1$ e $|y| \leq 0.1$.

(5) Encontrar o máximo e mínimo (globais) da função:

$$\begin{array}{rccc} f: & D \subseteq \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \mapsto & (x-2)^2 \cdot y + y^2 + y \end{array}$$

onde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x \geq 0) \& (y \geq 0) \& (x + y \leq 4)\}$

*jeancb@ime.usp.br

(6) Uma placa metálica circular com um metro de raio está colocada com centro na origem do plano $Oxy$ e é aquecida de modo que a temperatura em um ponto de coordenadas $(x, y)$ é dada por:

$$T(x, y) = 64 \cdot (3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2y + 5) \text{ graus}$$

onde $x$ e $y$ são dados em metros. Encontrar a maior e a menor temperatura na placa.

(7) Analisar, usando o **Teste da Derivada Segunda**, os pontos críticos das seguintes funções:

(a) $f(x, y) = 4xy^2 - 2x^2y - x$;

(b) $g(x, y) = x \cdot \sin(y)$;

(c) $h(x, y) = xy - x^3 - y^2$;

(d) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$;

(e) $g(x, y) = 4y^2 e^{-(x^2+y^2)}$

(f) $h(x, y) = x^3 + 3y - y^3 - 3x$.