

LISTA 10 DE MAT 0111

Prof. Jean Cerqueira Berni*

“Eu ouço eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo.”

- (1) Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções contínuas com $f(3) = 7$ e $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - g(x)] = 4$.
Calcular $g(3)$.
- (2) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que:

$$\left(\forall x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[\right) (x^2 \cdot \cos(x) \leq f(x) \leq x \cdot \sin(x))$$

Mostrar que f é contínua em $x_0 = 0$.

- (3) Argumentar que a função $f(x) = x^3 + x - 1$ tem pelo menos uma raiz no intervalo $[0, 1]$.
- (4) Provar que a equação $x^3 - 4x + 2 = 0$ admite três raízes reais distintas.
- (5) A equação $\cos(x) = x$ admite solução? Justifique.
- (6) Pode-se demonstrar que existe $\delta > 0$ tal que, para qualquer $x \in] -\delta, \delta[$ tem-se:

$$1 - \frac{x^2}{6} < \frac{x \cdot \sin(x)}{2 - 2 \cdot \cos(x)} < 1$$

O que se pode dizer a respeito do limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(x)}{2 - 2 \cdot \cos(x)} ?$$

Justifique.

- (7) Considere a função dada por:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} x, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

*jeancb@ime.usp.br

Esboce o gráfico desta função. Observe que $f(-1) = -1 < 0$ e que $f(1) = 1 > 0$ – e no entanto, não existe nenhum $\bar{x} \in]-1, 1[$ tal que $f(\bar{x}) = 0$. Isto é uma contradição com o **Teorema do Valor Intermediário**? Justifique.