Lista 12 de MAT 0111

Prof. Jean Cerqueira Berni*

"Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu aprendo."

(1) Calcular, aplicando quando possível, as Regras de L'Hospital:

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$;

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}$

(c) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sin\left(\frac{k}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$

(d) $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x}$.

(e) $\lim_{x\to\infty} \frac{ax^2+b}{cx^2-d}$

(f) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^n}{e^x}$

(g) $\lim_{x\to 0_+} x^n \cdot \ln(x)$

(h) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-} \frac{\ln(\sin(x))}{(\pi-2x)^2}$

(i) $\lim_{x\to 0} \frac{a^x - b^x}{x}$

(j) $\lim_{x\to 0} \frac{x - \arcsin(x)}{\sin^3(x)}$

(k) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x^n}, n > 0$

(ℓ) $\lim_{x\to 0} x^2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$

(m) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}{\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)}$

(n) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-1}{\cos(x)-1}$

(2) Observe a resolução do seguinte limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x+1} \overset{\overset{\textbf{L.H.}}{\uparrow}}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)}{1} = \cos(0) = 1.$$

Este limite está correto? O que há de errado?

(3) Considere as funções:

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 1$

*jeancb@ime.usp.br

(b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 2$

(c) Os itens (a) e (b) contradizem a **Regra de L'Hospital**? Por quê?