

MAE0229 - Introdução à Probabilidade e à Estatística II

Lista de Exercícios 5 - 1ºsem de 2018

Classe

Profa. Lígia Henriques-Rodrigues

1. Um fabricante de fibra têxtil está investigando um novo fio de cortina, que a empresa alega tem um alongamento médio de 12 kg, com um desvio padrão de 0,5 kg. A empresa pretende testar a hipótese $H_0 : \mu = 12$ contra $H_1 : \mu > 12$ usando uma amostra aleatória de 9 espécimes.
 - (a) Interprete os erros de tipo I e de tipo II.
 - (b) Qual é a probabilidade de erro tipo I, se a região crítica é definida como $\bar{x} \geq 12,5\text{kg}$?
 - (c) Encontre β para o caso em que o verdadeiro alongamento médio é 12,25 kg.

2. Um fabricante de lâmpadas afirma que o tempo de vida do seu produto segue uma distribuição normal com duração média de pelo menos 400 horas. Uma amostra de 25 lâmpadas forneceu vida média amostral igual a 395 horas. Admita que o desvio padrão do tempo de vida das lâmpadas é igual a 30 horas. Existe evidência amostral de que a informação do fabricante esteja errada? Considere as hipóteses $H_0 : \mu \geq 400$ contra $H_1 : \mu < 400$.
 - (a) Interprete os erros de tipo I e de tipo II.
 - (b) Determine a região crítica para um nível de significância de 0,05.
 - (c) Com base nessa região crítica, qual é a conclusão?
 - (d) Determine a probabilidade do erro do tipo II, se o tempo médio de vida for, na realidade, de 385 horas.

3. Uma máquina deve produzir peças com diâmetro de 2 cm. Assumindo que o diâmetro dessas peças segue distribuição normal com variância igual a 0,09 cm², e para testar se a máquina está bem regulada recolheu-se uma amostra de 100 peças. Considere as hipóteses $H_0 : \mu = 2$ contra $H_1 : \mu \neq 2$.
 - (a) Qual seria a região crítica de $\alpha = 0,02$?

- (b) Se a região de não rejeição fosse $\{\bar{x} \in \mathbb{R} : 1,95 < \bar{x} < 2,05\}$, qual seria o nível de significância do teste? Nesse caso, determine a probabilidade do erro tipo II se $\mu = 1,95$.
- (c) Se, para essa amostra, $\bar{x} = 1,94$, qual seria a sua decisão em b) e em c)?
4. O tempo médio, por operário, para executar uma tarefa, tem sido 100 minutos, com um desvio padrão desconhecido. Introduziu-se uma modificação para diminuir esse tempo, e, após certo período, sorteou-se uma amostra de 16 operários, medindo-se o tempo de execução de cada um. O tempo médio da amostra foi 85 minutos, e o desvio padrão foi 12 minutos. Considerando as hipóteses $H_0 : \mu = 100$ contra $H_1 : \mu < 100$, estes resultados trazem evidências estatísticas da melhora desejada no tempo médio? (considere $\alpha = 5\%$)
5. Uma panificadora produz determinado tipo de pão, cujo peso médio é de 190 gramas, com desvio padrão de 18 gramas. Devido a mudanças na política cambial, que ocasionou aumento no preço do trigo, alguns ingredientes da receita foram substituídos. Uma equipe do governo resolveu verificar se a variabilidade no peso do produto aumentou e escolheu, aleatoriamente, 16 unidades, medindo o peso de cada uma. O peso médio obtido da amostra foi de 102 gramas e o desvio padrão foi de 24,5 gramas. Considerando as hipóteses $H_0 : \sigma^2 = 18^2$ contra $H_1 : \sigma^2 > 18^2$, qual é a conclusão para o nível de significância de 10%?
6. Um fabricante de um certo tipo de aço especial afirma que seu produto tem um severo serviço de controle de qualidade, traduzido pelo desvio padrão da resistência à tensão, que não é maior do que 5 kg/cm². Um comprador, querendo verificar a veracidade da afirmação, tomou uma amostra de 11 cabos e submeteu-a a um teste de tensão. Os resultados foram os seguintes: $\bar{x} = 263$ e $s^2 = 48$. Estes resultados trazem alguma evidência contra a afirmação do fabricante? Utilize um nível de significância de 5%.
7. Um praticante de tiro ao alvo vai comprar um lote muito grande de munição e o vendedor garante que a proporção de projéteis em bom estado é de pelo menos 0,90. No entanto, o comprador decide fazer uma experiência para testar a veracidade da afirmação. Ele decide não comprar o lote se numa amostra de 75 peças, obtiver no máximo 83% de peças em bom estado. Nessas condições:
- (a) Formule as hipóteses estatísticas H_0 e H_1 adequadas para o problema.

- (b) Especifique e interprete o erro do tipo I.
 - (c) Especifique a região crítica e calcule o nível de significância do teste.
 - (d) Se a proporção de peças em bom estado no lote for igual 85%, qual será a conclusão do comprador?
8. Sabe-se por experiências anteriores que o analgésico adotado em determinado hospital é eficaz em 70% dos casos. Um grupo de médicos chineses em visita a esse hospital afirma que a utilização da acupuntura produz melhores resultados. A direção do hospital resolve testar o método alternativo em 90 pacientes, com a finalidade de adotá-lo em definitivo se ele apresentar eficiência satisfatória numa proporção de casos maior que a do anestésico atual. Seja p a probabilidade de que o método de acupuntura apresente a eficiência satisfatória quando aplicado a um paciente.
- (a) Formule este problema como um problema de testes de hipóteses especificando as hipóteses nula e alternativa.
 - (b) Interprete os erros do tipo I e II.
 - (c) Supondo que o critério para rejeitar H_0 seja: $\{\hat{p} : \hat{p} \geq 0,78\}$, qual é a probabilidade do erro de tipo I?
 - (d) Se 65 entre os 90 pacientes tratados com acupuntura apresentarem resultado satisfatório, qual é a sua conclusão?
 - (e) Suponha que o método de acupuntura seja, na verdade, eficaz em 75% dos casos. Qual é a probabilidade de que o hospital deixe de adotá-lo? (use o critério do item (c)).
9. A vida em horas de uma bateria tem uma distribuição aproximadamente normal, com um desvio padrão $\sigma = 1,25$ horas. Uma amostra aleatória de 10 baterias tem uma vida média $\bar{x} = 40,5$ de horas.
- (a) Existe evidência para apoiar a alegação de que a vida média da bateria superior a 40 horas? Use $\alpha = 0,05$.
 - (b) Qual é o valor-p para o teste da parte (a)?
 - (c) Calcule a probabilidade de erro de tipo II para o teste da parte (a) se a verdadeira vida média é de 42 horas?
 - (d) Qual é o tamanho da amostra necessário para garantir que β não exceda 0,10% se a verdadeira vida média é de 44 horas?

10. O crescimento de bebês durante o primeiro mês de vida, pode ser modelado por uma distribuição Normal. Admita que, em média, um crescimento de 5 cm ou mais seja considerado satisfatório. Deseja-se verificar se o crescimento de bebês de um bairro da periferia de São Paulo acompanha o padrão esperado. Para tanto, 10 recém-nascidos na periferia foram sorteados e suas alturas acompanhadas, fornecendo as seguintes medidas de crescimento em centímetros: 5,03; 5,02; 4,95; 4,96; 5,01; 4,97; 4,90; 4,91; 4,90 e 4,93.
- (a) Que hipóteses estão sendo testadas?
 - (b) Calcule o nível descritivo do teste e conclua ao nível de significância de 5%?
11. Uma fábrica de válvulas divulga que a vida média de suas peças é de 800 horas. Para verificar a veracidade dessa afirmação foram testadas 144 válvulas, e obteve-se a vida média de 781,2 horas e o desvio padrão de 92,4 horas.
- (a) Estabeleça as hipóteses adequadas para verificar a afirmação.
 - (b) Qual a sua conclusão baseada no nível descritivo? Use $\alpha = 5\%$.
 - (c) Que resultados e/ou suposições foram feitas para resolver o problema?
12. Um fabricante de relógios deseja conhecer a variabilidade do seu produto. Para isso registrou os desvios de 20 relógios em segundos, relativamente a um relógio de alta precisão, ocorridos ao fim de um mês e obteve $\bar{x} = 1.5$ e $s = 2.3$. Com base na longa experiência com os relógios desta marca o fabricante acredita que o verdadeiro desvio padrão é no máximo de 2 segundos. Acha que o fabricante está correto? Admita suposições que considere adequadas para resolver a questão.
13. Uma enchedora automática de garrafas de refrigerante está regulada para que o volume médio de líquido em cada garrafa seja de um litro. Espera-se ainda que a proporção de garrafas com volume superior a um litro seja igual a 0,5. Para testar a validade dessa última condição, foi analisada uma amostra de 40 garrafas. Sendo p a proporção de garrafas com volume superior a um litro e considerando as hipóteses:
- $$H_0 : p = 0,5 \text{ contra } H_1 : p > 0,5.$$
- (a) Quais são os significados práticos dos erros do tipo I e tipo II para esse problema?
 - (b) Determine a região crítica que corresponde a um erro do tipo I de 0,10.

- (c) Na amostra de 40 garrafas foram observadas 27 com volume superior a um litro. Com base nesse resultado, qual é a conclusão a um nível de significância de 0,10?
 - (d) Qual o poder do teste para $p = 0,5$?
 - (e) Tome a sua decisão com base no nível descritivo.
14. O coordenador de um curso preparatório para certo exame garante que aprova pelo menos 70% de seus alunos. Para verificar essa afirmação, um grupo de candidatos ao exame observa uma amostra de 50 participantes do curso.
- (a) Formule o problema como um teste de hipóteses.
 - (b) Construa a região crítica do teste ao nível de significância de 0,02.
 - (c) Se o grupo de candidatos observou 30 aprovados dentre os 50 participantes, com base na região crítica do item (b), como deve avaliar a afirmação do coordenador?
 - (d) Calcule o valor-p associado ao teste de hipóteses.
 - (e) Um segundo grupo de candidatos resolve discordar do coordenador se a porcentagem observada de aprovados for menor ou igual a 52%. Especifique a região crítica e calcule o nível de significância utilizado.