MAE0229 -Introdução à Probabilidade e à Estatística II

Prof. Lígia Henriques-Rodrigues

Prova # SUB – 25 junho de 2018

Questão	Valor
1	
2	
3	
Total	

Nome: ______________________________ **Nro. USP:** ______________

Observações:

- Não destaque as folhas.
- Organize suas respostas.
- Não serão fornecidas folhas adicionais.
- Use todo o espaço disponível (frente e verso).

Fórmulas:

- Média: $\bar{x} = \frac{x_1+\ldots+x_n}{n}$
- Variância: $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n(\bar{x})^2)$.
- $E(aX \pm b) = aE(X) \pm b$ e $Var(aX \pm b) = a^2 Var(X)$, com $a, b \in \mathbb{R}$.
- $n = \left(\frac{\sigma z_\gamma}{\epsilon}\right)^2; \qquad n = \frac{p(1-p)z_\gamma^2}{\epsilon^2}$.
- Se $X \sim B(n,p)$, então, quando n é grande, e sendo $\hat{p} = \frac{X}{n}$, $\hat{p} \approx N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$.
- Se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ então $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$.
- Se $X_i \sim N(\mu,\sigma^2)$, $1 \le i \le n$, σ^2 conhecida, então $\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$, i.e., $Z = \dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$.
- Se $X_i \sim N(\mu,\sigma^2)$, $1 \le i \le n$, com σ^2 desconhecida então $\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.
- Se n é grande, $E(X) = \mu$ e $\text{Var}(X) = \sigma^2$, conhecida, então $\overline{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.
- Se n é grande, $E(X) = \mu$ e $\text{Var}(X) = \sigma^2$, desconhecida, então $\overline{X} \approx N\left(\mu, \frac{S^2}{n}\right)$.
- Se $X_i \sim N(\mu,\sigma^2)$, $1 \le i \le n$, com μ desconhecido, então $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$.
- Comparação de variâncias: $W = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n-1, m-1)$ e $IC(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2};\gamma) = \left(f_1\frac{s_2^2}{s_1^2}, f_2\frac{s_2^2}{s_1^2}\right)$.
- Comparação de médias:
  - $Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$, e $IC(\mu_1-\mu_2;\gamma) = \left((\bar{x}-\bar{y}) \pm z_\gamma\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}\right)$.
  - $T = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}} \sim t(n+m-2)$, em que $S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}{n+m-2}$, e $IC(\mu_1-\mu_2;\gamma) = \left((\bar{x}-\bar{y}) \pm t_\gamma(n+m-2)s_p\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}\right)$.
  - $T = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n}+\frac{S_2^2}{m}}} \sim t(\nu)$, sendo $\nu = \frac{(A+B)^2}{\frac{A^2}{n-1}+\frac{B^2}{m-1}}$, $A = \frac{s_1^2}{n}$ e $B = \frac{s_2^2}{m}$; $IC(\mu_1-\mu_2;\gamma) = \left((\bar{x}-\bar{y}) \pm t_\gamma(\nu)\sqrt{\frac{s_1^2}{n}+\frac{s_2^2}{m}}\right)$.
  - $T = \frac{\sqrt{n}(\overline{D}-\mu_D)}{S_D} \sim t(n-1)$, em que $\mu_D = \mu_X - \mu_Y$, $\overline{D} = \overline{X} - \overline{Y}$ e $S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(D_i-\overline{D})^2}{n-1}$; $IC(\mu_D;\gamma) = (\bar{d} \pm t_\gamma(n-1)s_D/\sqrt{n})$.
- Comparação de proporções: $Z = \frac{(\hat{p}_1-\hat{p}_2)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\hat{p}_c(1-\hat{p}_c)(1/n+1/m)}} \approx N(0,1)$, com $\hat{p}_c = \frac{n\hat{p}_1+m\hat{p}_2}{n+m}$

---

1. *(valor: 2,0)* O faturamento diário de uma loja de eletrodomésticos segue uma certa distribuição de média R$ 100 mil e desvio padrão de R$ 15 mil. A meta dessa loja é ultrapassar o valor de R$ 3150 mil num determinado mês de 30 dias.

   a) Qual a probabilidade dessa meta ser atingida?

   b) Qual a probabilidade de que o faturamento médio mensal (30 dias) seja inferior a R$ 99 mil?

2. *(valor: 5,0)* O tempo de permanência de economistas recém-formados no primeiro emprego, em anos, foi estudado considerando um modelo Normal de média e variância desconhecidas. Para uma amostra de 15 economistas obteve-se uma média de 2,7 anos e o desvio-padrão de 1,4 anos.

   a) Construa um intervalo de confiança a 95 % para o tempo médio de permanência de economistas recém-formados no primeiro emprego.

   b) Por analogia a outras categorias profissionais, deseja-se testar se a média é de 2 anos contra a alternativa de ser diferente desse valor. Ao nível de 2 % qual foi a conclusão do teste?

   c) Construa um intervalo de confiança a 95 % para a variância do tempo de permanência de economistas recém-formados no primeiro emprego.

   d) Por analogia a outras categorias profissionais, deseja-se testar se a variância é de 1,5 anos contra a alternativa de ser diferente desse valor. Ao nível de 2 % qual foi a conclusão do teste?

3. *(valor: 3,0)* Em 2006, uma amostra de 200 clientes no varejo mostrou que 42 pagaram com cartão de débito.

   a) Que tamanho de amostra devemos recolher para que, com probabilidade $0{,}9$, a proporção amostral não se desvie do verdadeiro valor por mais do que 0,05?

   b) Determine um intervalo de confiança a 95 % conservador para a proporção de compradores utilizando cartão de débito em 2006.

   c) Em 2009, uma amostra do mesmo tamanho mostrou que 62 pagaram com cartão de débito. Teste, ao nível de significância de $2{,}5\,\%$, se a proporção de compradores utilizando cartão de débito aumentou.