Introdução à Probabilidade e à Estatística II

Nível descritivo ou valor-p

Lígia Henriques-Rodrigues

MAE0229 – 1º semestre 2018

Valor-p ou nível descritivo

O valor-p ou nível descritivo ou probabilidade de significância representa uma forma alternativa de decisão que não exige a fixação do nível de significância α nem a determinação da região crítica.

O que se faz é calcular a probabilidade de ocorrer valores da estatística mais extremos do que o observado, sob a hipótese de H_0 ser verdadeira.

$$\text{Valor-p} = P(\text{obter dados ainda mais desfavoráveis a } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira})$$

Assim,

- Valor-p muito pequeno $\Longrightarrow$ dados incoerentes com H_0;
- Valor-p muito grande $\Longrightarrow$ dados coerentes com H_0.

Pelo que, se indicarmos por $\hat{\alpha}$ o valor-p, a decisão num teste de hipóteses será a de:

- **rejeitaremos H_0 para n.s.** $\alpha > \hat{\alpha}$

  se o nível descritivo for muito pequeno, há evidências de que a hipótese não seja válida;

- **não rejeitaremos H_0 para n.s.** $\alpha \leq \hat{\alpha}$

  se o nível descritivo for muito grande, há evidências de que a hipótese seja válida.

O Valor-p é o menor nível de significância que nos conduz à rejeição de H_0 com a amostra observada.

Cálculo do Valor-p

Depende do que significa obter dados ainda mais desfavoráveis a H_0 que os já obtidos, isto é, da forma da região crítica, RC.

Cauda à esquerda ($H_1 : \theta < \theta_0$)

$$\text{Valor-p} = P(X < x_{obs}|H_0) = p^-$$

Dados piores $\Longleftrightarrow$ estar à esquerda de x_{obs}, isto é, mais próximo da RC.

Cauda à direita ($H_1 : \theta > \theta_0$)

$$\text{Valor-p} = P(X > x_{obs}|H_0) = p^+$$

Dados piores $\Longleftrightarrow$ estar à direita de x_{obs}, isto é, mais próximo da RC.

Reunião de caudas ($H_1 : \theta \neq \theta_0$)

$$\text{Valor-p} = 2min(p^-, p^+)$$

Se a f.d.p. é simétrica então

$$\text{Valor-p} = 2P(X > x_{obs}|H_0), \text{ se } x_{obs} > \theta_0$$

$$\text{Valor-p} = 2P(X < x_{obs}|H_0), \text{ se } x_{obs} < \theta_0$$

pois cada cauda tem peso $\alpha/2$.

Dados piores $\Longleftrightarrow$ estar à esquerda de x_{obs}, se x_{obs} está mais perto da cauda esquerda e estar à direita de x_{obs} se x_{obs} está mais perto da cauda direita.

Cálculo do Valor-p

Exemplo:

Uma estação de televisão afirma que pelo menos 60% dos televisores estavam ligados no programa especial de domingo. Uma rede concorrente deseja contestar essa afirmação e decide usar uma amostra de 200 famílias para um teste. Destas, 104, confirmaram ter assistido a programa. Teste a veracidade da afirmação da estação, considerando $\alpha = 5\%$.

- $H_0 : p \geq 0,6 \quad \text{contra} \quad H_1 : p < 0,6.$
  Neste caso, a RC é uma cauda à esquerda, logo
  valor-p$=P(\hat{p} < 0,52 | p_0 = 0,6) = P(Z < -2,30) = 0,01$
  $\longrightarrow$ os dados sugerem que a hipótese deve ser rejeitada

Exemplo:

Suponha que queiramos testar $H_0 : \mu = 50$ contra $H_1 : \mu > 50$, em que μ é a média de uma normal $N(\mu, 900)$. Extraída uma amostra de $n = 36$ elementos, obtemos $\overline{x} = 52$. Calcule o valor-p do teste.

- Neste caso, a RC é uma cauda à direita, logo valor-p$=P(\overline{X} > 52|\mu_0 = 50) = P(Z > 0,40) = 0,345$.
  $\longrightarrow$ os dados sugerem que a hipótese não deve ser rejeitada

Exemplo:

Uma companhia de ônibus intermunicipais planejou uma nova rota para servir vários locais situados entre duas cidades importantes. Um estudo preliminar afirma que a duração das viagens pode ser considerada uma v.a. normal com média igual a 300 minutos e desvio padrão 30 minutos. As dez primeiras viagens realizadas nessa nova rota apresentaram média igual a 314 minutos. Esse resultado comprova ou não o tempo médio determinado nos estudos preliminares.

- Neste caso: $H_0 : \mu = 300 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq 300$.
  Neste caso, a RC é uma reunião de caudas, e como $\overline{x}_{obs} = 314 > 300$, então valor-p$=2P(\overline{X} > 314 | \mu_0 = 300) = 2P(Z > 1,48) = 2 \times 0,07 = 0,14$
  $\longrightarrow$ não existe muita evidência para rejeitar H_0