PROVA 1 DE MAT-230, 2020

Cada questão vale 2,5 pontos.
Entregar no email: bianconi@ime.usp.br até as 24h do dia 6/10/2020.

---

1. (Plano Projetivo de Ordem 2) Sejam $\mathbb{P} = \{A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F,\ G\}$ o conjunto de pontos (todos distintos) e $\mathbb{L} = \{\ell_1 = \{A, B, C\};\ \ell_2 = \{C, D, E\};\ \ell_3 = \{E, F, A\};\ \ell_4 = \{A, G, D\};\ \ell_5 = \{B, G, E\};\ \ell_6 = \{C, G, F\};\ \ell_7 = \{B, D, F\}\}$ o conjunto das retas. Mostre que esse par satisfaz os postulados de incidência. [Por exemplo: o par de pontos A e B está em ℓ_1 e em mais nenhuma outra reta.]

---

2. Dado o ângulo $\angle AOB$ (os pontos A, O e B não são colineares), sejam C e D dois pontos tais que $D \in \overrightarrow{OB}$, $D \neq O$ e $C - A - D$. Mostre que se E for um ponto tal que $O - E - A$, então a semirreta $\overrightarrow{CE}$ intersecta a semirreta $\overrightarrow{OB}$ em um ponto F, tal que $O - F - D$. [Sugestão: use o Teorema das Barras Transversais. Faça um desenho!]

---

3. Dado o triângulo (isósceles) $\triangle ABC$ (com $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$), seja D o ponto da reta $\overleftrightarrow{BC}$, tal que $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$ (são perpendiculares). Mostre que D é o ponto médio do segmento $\overline{BC}$. [Sugestão: se $M \in \overline{BC}$ for o ponto médio, mostre que $\overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{BC}$; quantas perpendiculares a uma reta podemos ter a partir de um ponto? Faça um desenho!]

---

4. Dado o triângulo $\triangle ABC$, mostre que se $\overline{BC} > \overline{AB}$, então $\angle BAC > \angle BCA$. ("O maior ângulo é oposto ao maior lado".) [Sugestão: tome o ponto $D \in \overline{BC}$, tal que $\overline{AB} \equiv \overline{BD}$. Use o Teorema do ângulo externo: veja a Lista 1. Observe que $D \in \operatorname{int}(\angle BAC)$. Faça um desenho!]
