

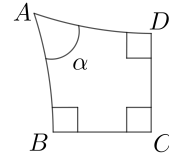
PROVA 2 DE MAT-230, 2020

Cada questão vale 2,5 pontos. Entregar até as 24h do dia 10/11/2020 no email: bianconi@ime.usp.br .

Atenção: Para esta prova, você só precisa da apostila sobre Desigualdades e a de Saccheri (até a página 11). **Não assuma nada que esteja fora delas**, como por exemplo, qualquer coisa dependente do Postulado das Paralelas. Por exemplo, você não pode nem assumir que a soma de ângulos de um triângulo seja 180. Pode ser menor!

1. Dados os triângulos retângulos $\triangle ABC$ e $\triangle DEF$, com $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ e $\overline{DE} \perp \overline{EF}$, mostre que se $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$, então $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$. [Sugestão: seja $E' \in \overline{BC}$, tal que $\overline{BE'} \equiv \overline{EF}$. Compare \overline{AC} com $\overline{AE'}$.]

Definição. Um quadrilátero convexo $ABCD$, tal que $\overline{AB} \perp \overline{BC} \perp \overline{CD} \perp \overline{DA}$ é chamado de *quadrilátero de Lambert*. Seja $\alpha = m(\angle BAD)$ (em graus). As três questões abaixo referem-se a um quadrilátero de Lambert $ABCD$.



.....

2. Mostre que $\alpha = 90$ se, e somente se, $\overline{AD} \equiv \overline{BC}$. (São duas implicações. Você só precisa de congruências de triângulos.)

3. Mostre que $\alpha < 90$ se, e somente se, $\overline{AD} > \overline{BC}$. [Sugestão: é mais fácil completá-lo a um quadrilátero de Saccheri e usar a desigualdade apropriada.]

4. Mostre que $\alpha < 90$ se, e somente se, $\overline{AC} > \overline{BD}$. [Sugestão: observe que o exercício 3 desta prova também pode ser escrito como $\alpha < 90$ se, e somente se, $\overline{AB} > \overline{CD}$. Seja $E \in \overline{AB}$, tal que $\overline{BE} \equiv \overline{CD}$, etc.]
