

Código de Hamming

O código de Hamming é um código de detecção, isto é, permite não apenas detectar erro de um bit, mas também a localização do bit errado.

Considere uma palavra de 8 bits. Numere os bits de

$$m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 m_7 m_8$$

A esse dado de 8 bits vamos acrescentar 4 bits adicionais, formando o código de Hamming de 12 bits.

Vejamos como podemos formar o código de Hamming.

Numere os bits do código de Hamming como sendo:

$$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12}$$

Sejam

$$x_3 = m_1$$

$$x_5 = m_2$$

$$x_6 = m_3$$

$$x_7 = m_4$$

$$x_9 = m_5$$

$$x_{10} = m_6$$

$$x_{11} = m_7$$

$$x_{12} = m_8$$

Os 4 bits adicionais x_1, x_2, x_4 e x_8 são assim calculados, onde \oplus representa a operação *ou exclusivo*:

$$x_1 = x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_9 \oplus x_{11}$$

$$x_2 = x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_{10} \oplus x_{11}$$

$$x_4 = x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_{12}$$

$$x_8 = x_9 \oplus x_{10} \oplus x_{11} \oplus x_{12}$$

Observe que, dados bits A e B , a operação ou-exclusivo $C = A \oplus B$ calcula o bit paridade (par) dos bits dados.

Agora suponha que esses 12 bits são lidos como sendo:

$$y_1 y_2 y_3 y_4 y_5 y_6 y_7 y_8 y_9 y_{10} y_{11} y_{12}$$

Se não houver erro, então cada y_i é igual seu respectivo x_i .

Se houver erro em um bit apenas, é possível detectar esse erro e corrigi-lo.

Para isso fazemos o seguinte cálculo de 4 bits, denominados k_1, k_2, k_3 e k_4 :

$$\begin{aligned}k_1 &= y_1 \oplus y_3 \oplus y_5 \oplus y_7 \oplus y_9 \oplus y_{11} \\k_2 &= y_2 \oplus y_3 \oplus y_6 \oplus y_7 \oplus y_{10} \oplus y_{11} \\k_3 &= y_4 \oplus y_5 \oplus y_6 \oplus y_7 \oplus y_{12} \\k_4 &= y_8 \oplus y_9 \oplus y_{10} \oplus y_{11} \oplus y_{12}\end{aligned}$$

Se $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 0$, então não há erro.

Senão o número binário codificado pelos 4 bits,

$$k_4 k_3 k_2 k_1$$

determina a posição do bit errado. Isto é, se

$$k_4 k_3 k_2 k_1 = 0111$$

então o bit y_7 está errado.

Referência:

Vera Pless. *Introduction to the theory of error-correcting codes*. New York :
Wiley, 1982, ISBN 0471086843